

Модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности¹

В работе представлены результаты прикладных исследований по оценке производственного потенциала на основе методологии стохастической граничной функции. Проведен сравнительный анализ моделей стохастической границы на базе оценок технической эффективности производства. Предложены определение и модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности.

Введение

Фундаментальные исследования по оценке технической эффективности, выполненные в середине прошлого столетия [Koopmans (1951)], [Debreu (1951)], [Shephard (1953)], построение границы производственных возможностей открыли новый этап в изучении природы неэффективности производства. Начинается систематическое исследование факторов внешнего воздействия, влияющих на результат производственного процесса [Williamson (1964)]. Формируется концепция X-эффективности [Leibenstein (1966), (1976)], объясняющая неэффективное поведение мотивацией, информированностью и агентскими взаимоотношениями. Разрабатываются непараметрический и параметрический подходы построения границы производственных возможностей или граничной функции — по данным статистических наблюдений результатов производственного процесса. Первый приводит к методу DEA (Development of data Envelopment) [Charnes et al. (1978)], позволяющий строить детерминированную граничную функцию методом линейного программирования. Второй — к моделям стохастической границы, которые и являются предметом рассмотрения в данной работе.

Впервые опубликованная в работах [Meeusen, van den Broeck (1977)]; [Aigner et al. (1977)] модель стохастической границы предоставила новые возможности для оценки технологической эффективности производства и позволила решить некоторые проблемы, характерные для детерминированных моделей граничной функции. Модель стохастической границы учитывает, что сопутствующие факторы оказывают случайное воздействие на производственный процесс, поэтому его результаты носят стохастический характер. Наряду с детерминированной составляющей, характеризующей действие основных факторов, стохастическая граница включает случайную составляющую, моделирующую влияние сопутствующих факторов. Граничные возможности производства отражаются в том, что случайная ошибка имеет асимметричное распределение и включает неэффективную составляющую. В исходной модели стохастической границы ошибка наблюдения представлена в виде двух составляющих, одна из которых описывает сбалансированные случайные воздействия, другая — результат воздействия факторов неэффективности:

$$y_i = f(x_i, \beta) \exp(\varepsilon_i),$$

¹ Грант РФФИ № 060680182а

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= v_i - u_i, \\ v_i &\sim N(0, \sigma_v^2), \\ u_i &\sim N^+(0, \sigma_u^2),\end{aligned}$$

где y_i — скалярный объем производства, соответствующий наблюдению $i, i = 1, \dots, N$;

x_i — вектор основных факторов производства, соответствующий наблюдению i ;

β — вектор параметров производственной функции f ;

ε_i — ошибка наблюдения;

v_i — случайная переменная, имеющая нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_v^2 ;

u_i — неотрицательная случайная переменная, имеющая усеченное в нуле нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_u^2 , характеризующая результаты воздействия на производственный процесс всей совокупности факторов, снижающих его эффективность.

В работе Стивенсона [Stevenson (1980)] неэффективная составляющая была представлена в виде $u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2)$, допускающем отличное от нуля математическое ожидание μ нормального распределения. После опубликования работы [Jondrow et al. (1982)], в которой были описаны способы оценки значения неэффективности для каждого наблюдения, сфера применения модели стохастической границы расширилась. Построение производственного потенциала, оценка технологической эффективности и идентификация факторов неэффективности проводились последовательно в три этапа.

- Оценка параметров $\beta, \sigma_v^2, \mu, \sigma_u^2$.
- Разделение оценки ошибки наблюдения $\hat{\varepsilon}_i$ на составляющие \hat{v}_i и \hat{u}_i . Вычисление оценки технологической эффективности \hat{TE}_i для каждого наблюдения.
- Построение модели неэффективности $u_i = \eta z_i + \psi_i$,

где ηz_i — функция неэффективности, объясняющая значение неэффективной составляющей за счет воздействия факторов неэффективности;

$z_i = (1, z_{i1}, \dots, z_{im})$ — вектор значений m -факторов неэффективности для i -го наблюдения;

$\eta = (\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_m)$ — вектор параметров функции неэффективности;

ψ_i — ошибка в модели неэффективности.

На этой методологической основе были проведены многочисленные прикладные исследования технической эффективности в промышленном и сельскохозяйственном производстве, в числе которых [Pit, Lee (1981)]; [Афанасьев, Скоков (1984)]; [Battese et al. (1989)]; [Greene (1990)]; [Afanasiev (1992), (1998)]. Результаты работ [Reifschneider, Stevenson (1991)]; [Battese, Coelli (1995)] обеспечили возможность одноэтапного подхода к оценке производственного потенциала и объяснению неэффективности на основе модели, в которой факторы неэффективности были встроены непосредственно в модель стохастической границы:

$$\begin{aligned}y_i &= f(x_i, \beta) \exp(\varepsilon_i), \\ \varepsilon_i &= v_i - u_i, \\ v_i &\sim N(0, \sigma_v^2), \\ u_i &\sim N^+(\delta z_i, \sigma_u^2),\end{aligned}$$

где $z_i = (1, z_{i1}, \dots, z_{im})$ — вектор значений m -факторов неэффективности для i -го наблюдения;
 $\delta = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_m)$ — вектор параметров функции неэффективности.

В результате появились модели стохастической границы, которые можно рассматривать как исходные для моделирования производственного потенциала. Эти модели отличаются способами описания неэффективности:

1 модель $(y, x; 0)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta x + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = v_i - u_i,$$

$$v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(0, \sigma_u^2).$$

2 модель $(y, x; \mu)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta x + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = v_i - u_i,$$

$$v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2).$$

3 модель $(y, x; \delta z)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta x + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = v_i - u_i,$$

$$v_i \sim N(0, \sigma_v^2), \quad u_i \sim N^+(\delta z_i, \sigma_u^2).$$

Наиболее часто в прикладных исследованиях встречается первая модель с нулевым математическим ожиданием нормального распределения, используемого для моделирования неэффективности. Она сравнительно проста и может быть построена на основе метода наименьших квадратов с последующей корректировкой параметра β_0 . Вторая модель тоже может быть построена на основе метода наименьших квадратов, но используется сравнительно редко, так как оценка параметра μ требует дополнительных усилий. К тому же отмечалось [Greene (1990)], что оценки технической эффективности, полученные с помощью первой и второй моделей, дают близкие результаты. По сравнению с первыми двумя, третья модель редко применяется на практике, что отчасти объясняется проблемами описания факторов неэффективности. Экспериментальные расчеты, проведенные автором на панельных данных методом максимального правдоподобия, показали, что первая и вторая модели могут не иметь статистически значимого отличия по значению функции правдоподобия. Коэффициенты корреляции оценок технической эффективности для этих моделей имеют значения на уровне 0,95–0,99. В этих условиях представляется оправданным использование модели 1 как более простой. Однако были отмечены различия в выборочных средних оценках технической эффективности до 37%. Так как модель 2 является более общей, далее при построении модели производственного потенциала используются и сравниваются вторая и третья модели. Для каждой модели представлены экспериментальные оценки эффективности производства. Модель производственного потенциала с факторами неэффективности уточняется с учетом возможности управляющих воздействий.

Модели производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности

Модели производственного потенциала с неуправляемыми факторами неэффективности

В работе авторов [Афанасьев, Васильева (2006)] в качестве исходной рассматривается модель производственного потенциала:

$$y_i^p = f(x_i, \hat{\beta}) \exp(v_i), \quad v_i \sim (0, \hat{\sigma}_v^2). \quad (1)$$

Эта модель может быть построена на основе любой из трех вышеприведенных моделей стохастической границы после оценки их параметров. Она позволяет оценить производственный потенциал как *объем производства за определенный период времени при фиксированном объеме основных производственных факторов, воздействии сопутствующих факторов и отсутствии неэффективности*. Приводимые далее модели производственного потенциала построены на панельных данных для фирмы, работающей в Москве и специализирующейся на производстве и сбыте товаров хозяйственного назначения. Фирма имеет восемь производственных участков, размещенных в различных районах города. Каждый участок может предоставить покупателю любой продукт, предлагаемый фирмой. Результат производственной деятельности — величина дохода в течение часа. В качестве характеристики производственного потенциала участка рассматривалась зависимость дохода производственно-торгового участка фирмы от объема трудовых затрат и количества покупателей. Объем трудовых затрат, измеряемый количеством обслуживающего персонала на производственном участке, и количество покупателей фиксировались ежечасно. Измерения проводились две недели на каждом из восьми производственных участков (ежечасно) в течение десяти часов в день. Из-за пропущенных значений было получено всего 1103 наблюдений.

Модель производственного потенциала с неидентифицируемыми факторами неэффективности

Результат производственной деятельности y_i определяется величиной дохода R_i , соответствующей наблюдению i .

Рассматриваются два основных производственных фактора — объем трудовых затрат L_i и количество клиентов K_i , соответствующие наблюдению i . Рассмотрим следующую модель стохастической границы:

модель $(\log y, \log L, \log K; \mu)$.

$$\log y_i = \beta_0 + \beta_1 \log L_i + \beta_2 K_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i = v_i - u_i, v_i \sim N(0, \sigma_v^2), u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2).$$

Случайная переменная $u_i \sim N^+(\mu, \sigma_u^2)$ используется для идентификации систематического воздействия на производственный процесс всей совокупности факторов, снижающих его эффективность;

$v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ — случайная переменная, объясняющая «статистический шум», независимая от u_i ;

$$\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2 \text{ — «полная» дисперсия;}$$

$\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}$ — доля дисперсии неэффективной составляющей в «полной» или параметр асимметрии.

Оценка параметров $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \mu, \sigma_u^2, \sigma_v^2$ может быть выполнена методом максимального правдоподобия, описанным у Батиса и Коэла [Battese, Coelli (1992)], и реализованным в программе FRONTIER 2.0. [Coelli (1992)] или в ее более поздней версии FRONTIER 4.1. Этот метод позволяет получить несмещенные оценки параметров, имеющие наименьшую дисперсию. Если значение γ параметра асимметрии значимо не отличается от нуля, то можно сделать вывод об отсутствии факторов неэффективности, так как параметр σ_u^2 , определяющий распределе-

ние неэффективной составляющей ошибки, можно считать равным нулю. В противном случае можно сделать вывод о наличии факторов неэффективности. Важно отметить, что, используя модель ($\log y, \log L, \log K; \mu$), мы исходим из того, что неэффективность определяется совокупностью неидентифицируемых факторов, одинаково проявляющих себя для каждого испытания.

Методом максимального правдоподобия получены оценки параметров модели ($\log y, \log L, \log K; \mu$), приведенные в табл. 1.

Таблица 1

Оценка параметров модели ($\log y, \log L, \log K; \mu$)

| Параметр | Оценка | t-статистика |
|------------|--------|--------------|
| β_0 | 5,05 | 15,09 |
| β_1 | 0,39 | 3,43 |
| β_2 | 0,33 | 8,44 |
| μ | 4,51 | 4,50 |
| σ^2 | 5,40 | 6,36 |
| γ | 0,94 | 79,76 |
| llf | -1466 | |

Здесь llf — логарифмированное значение функции правдоподобия.

Отсюда получаем $\sigma_v^2 = 0,32, \sigma_u^2 = 5,08$.

Используя полученные оценки параметров модели стохастической границы, на основе модели (1) получаем следующую оценку производственного потенциала.

$$y_i^p = \exp(5,05)L_i^{0,39} K_i^{0,33} \exp(v_i), \text{ где } v_i \sim N(0, 0,32). \quad (2)$$

Модель производственного потенциала с идентифицируемыми факторами неэффективности

Рассмотрим следующую модель стохастической границы, позволяющую идентифицировать факторы неэффективности:

модель ($\log y, \log L, \log K; \delta z$).

$$\log y_i = \beta_0 + \beta_1 \log L_i + \beta_2 K_i + \varepsilon_i,$$

$$\varepsilon_i = v_i - u_i, v_i \sim N(0, \sigma_v^2), u_i \sim N^+(\mu_i, \sigma_u^2).$$

Здесь $\mu_i = \delta z_i$,

где $z_i = (1, z_{i1}, \dots, z_{ij}, \dots, z_{im})$ — вектор значений факторов неэффективности для i -го наблюдения; $\delta = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_j, \dots, \delta_m)$ — вектор параметров.

Таким образом, функция неэффективности $\mu_i = \delta z_i$ строится для объяснения параметра μ_i за счет воздействия факторов неэффективности.

В экспериментальных расчетах была использована функция неэффективности:

$$\begin{aligned} \mu_i = & \delta_0 + \delta_1 \cdot t1 + \delta_2 \cdot t2 + \delta_3 \cdot t3 + \delta_4 t6 + \\ & + \delta_5 D1 + \delta_6 D5 + \delta_7 D6 + \delta_8 D7 + \delta_9 n0 + \\ & + \delta_{10} \cdot S + \delta_{11} L18 + \delta_{12} n1 + \delta_{13} n7 + \delta_{14} n8 + \delta_{15} Pl, \end{aligned}$$

где t_1, t_2, t_3, t_6 — булевы переменные, равные 1, если событие происходит в течение часа соответственно с 9.00 до 10.00, с 10.00 до 11.00, с 11.00 до 12.00 и с 14.00 до 15.00, и равны нулю в противоположном случае;

D_1, D_5, D_6, D_7 — булевы переменные, равные 1, если событие происходит в понедельник, пятницу, субботу и воскресенье соответственно, и равны нулю в противоположном случае;

n_0 — булева переменная, равная 1 для событий с нулевым объемом реализации. В нашей статистике имеется пять событий с нулевым объемом реализации. Объяснить их какими-либо закономерными процессами пока невозможно. Но влияние этих событий на построение границы эффективности есть. Для того, чтобы учесть это влияние, введена переменная n_0 ;

S — расстояние от центра города до производственного участка, измеренное в км;

L_{18} — булева переменная, равная 1, если событие происходит при количестве персонала на производственном участке свыше 18 человек, равна нулю в противоположном случае;

n_1, n_7, n_8 — булевы переменные, равные 1, если событие происходит на 1-ом, 7-ом и 8-ом участках, иначе равны нулю;

Pl — булева переменная, равная 1, если событие происходит на площади производственного участка свыше 1400 кв. м, иначе — нулю.

В табл. 2 приведены оценки параметров модели ($\log y, \log L, \log K; \delta z$) с объясняемой неэффективностью, полученные методом максимального правдоподобия.

Оценка производственного потенциала, соответствующая модели (1), имеет вид

$$y_i^p = \exp(5,38)L_i^{0,58}K_i^{0,24}\exp(v_i), v_i \sim N(0, 0,18). \quad (3)$$

Техническая эффективность для каждого наблюдения определяется величиной $\frac{y_i^f}{y_i^p}$,

где y_i^f — фактический результат производственного процесса,

y_i^p - результат в отсутствии неэффективности.

На рис. 1 показаны значения оценок эффективности $\hat{T}E_i = \exp(-E[u_i/\varepsilon_i])$ для двух рассмотренных моделей стохастической границы. Здесь $E[u_i/\varepsilon_i]$ — математическое ожидание условного распределения составляющей u_i ошибки наблюдения. Это — наиболее часто применяемый способ оценки технологической эффективности производства. Ряд 1 содержит оценки эффективности по модели ($\log y, \log L, \log K; \mu$), расположенные в порядке убывания. Ряд 2 — оценки эффективности по модели ($\log y, \log L, \log K; \delta z$) для наблюдений, соответствующих ряду 1. Следует отметить, что при высоком значении коэффициента корреляции $r = 0,9408$ оценки эффективности для отдельных наблюдений отличаются в два раза. По значениям функции правдоподобия модели также имеют статистически значимое отличие. В этом случае использование модели ($\log y, \log L, \log K; \delta z$) с объясняемой неэффективностью для оценки производственного потенциала представляется более предпочтительным.

Рис. 2 позволяет сравнить оценки эффективности для модели стохастической границы ($\log y, \log L, \log K; \delta z$), полученные двумя различными способами. Ряд 1 содержит оценки эффективности $\hat{T}E_i = \exp(-E[u_i/\varepsilon_i])$ в порядке их убывания. Ряд 2 содержит оценки эффективности $\hat{T}E_i = \exp(-M[u_i/\varepsilon_i])$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. Здесь $M[u_i/\varepsilon_i]$ — мода условного распределения «неэффективной составляющей» ошибки наблюдения. С ростом неэффективности значения математического ожидания и моды сближаются. Соответственно ряд 1 и ряд 2 при значениях эффективности, не превышающих 0,5 — практически совпадают;

Таблица 2

Оценка параметров модели (log y, log L, log K; δz)

| Параметр | Значение | t-статистика |
|---------------------|----------|--------------|
| β_0 | 5,38 | 13,59 |
| β_1 | 0,58 | 4,61 |
| β_2 | 0,24 | 5,35 |
| δ_0 | 0,02 | 0,05* |
| δ_1 (t1) | 1,40 | 10,34 |
| δ_2 (t2) | 0,81 | 6,27 |
| δ_3 (t3) | 0,33 | 2,77 |
| δ_4 (t6) | 0,37 | 2,83 |
| δ_5 (D1) | 0,31 | 3,37 |
| δ_6 (D5) | 0,31 | 3,37 |
| δ_7 (D6) | -0,33 | -2,97 |
| δ_8 (D7) | -0,18 | -1,24* |
| δ_9 (n0) | 6,68 | 15,31 |
| δ_{10} (S) | 0,05 | 2,49 |
| δ_{11} (L18) | 0,22 | 1,31* |
| δ_{12} (n1) | 0,69 | 2,09 |
| δ_{13} (n7) | 0,65 | 4,86 |
| δ_{14} (n8) | -0,22 | -1,37* |
| δ_{15} (P1) | 0,39 | 4,62 |
| σ^2 | 0,73 | 12,22 |
| γ | 0,75 | 12,73 |
| llf | -1255 | |

* незначимые на 5%-ом уровне.

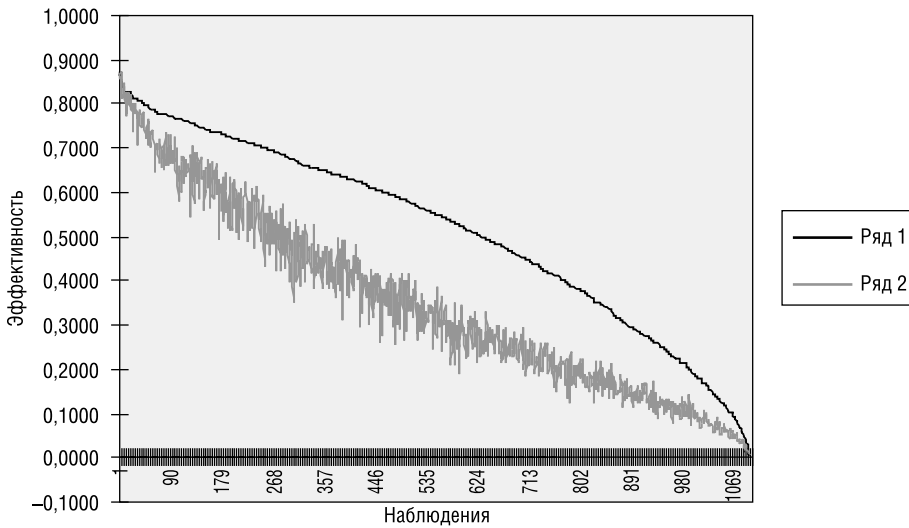


Рис.1. Оценки эффективности $\hat{TE}_i = \exp(-E[u_i / \varepsilon_i])$ для моделей (log y, log L, log K; μ) (ряд 1) и (log y, log L, log K; δz) (ряд 2)

Модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности

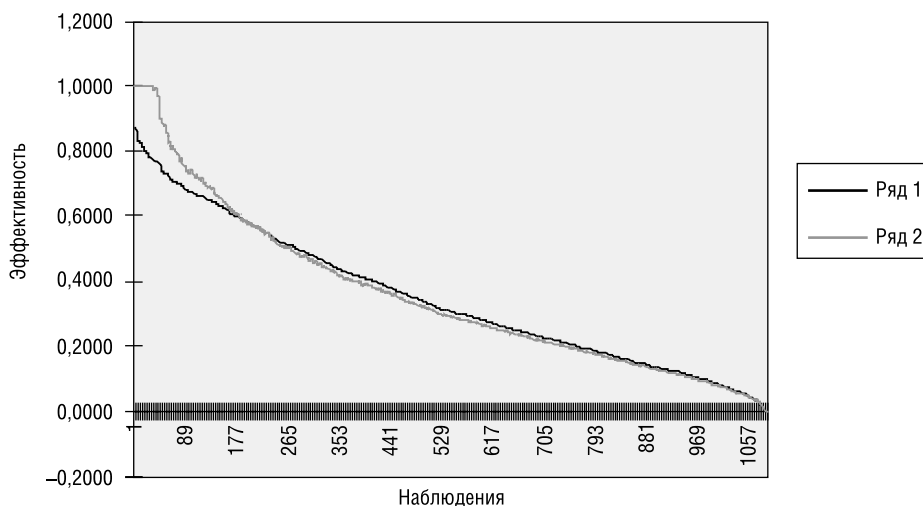


Рис. 2. Оценки эффективности $\hat{T\tilde{E}}_i = \exp(-E[u_i/\varepsilon_i])$ (ряд 1) и $\hat{T\tilde{E}}_i = \exp(-M[u_i/\varepsilon_i])$ (ряд 2)

значение коэффициента корреляции $r = 0,9879$. При этом наблюдается заметное отличие оценок для наблюдений с эффективностью, близкой к единице. В этих условиях оценка эффективности $\hat{T\tilde{E}}_i = \exp(-M[u_i/\varepsilon_i])$ с использованием модального значения условного распределения представляется более привлекательной с практической точки зрения. Этот способ позволяет продемонстрировать фирме примеры ее эффективного поведения (с эффективностью, равной единице). При использовании оценок эффективности $\hat{T\tilde{E}}_i = \exp(-E[u_i/\varepsilon_i])$, полученных на основе математического ожидания, результаты всех наблюдений не являются эффективными. Далее мы будем использовать оценки эффективности $\hat{T\tilde{E}}_i = \exp(-M[u_i/\varepsilon_i])$. Способ их расчета представлен в работе авторов [Афанасьев, Васильева (2006)].

На рис. 3 приведены значения оценок эффективности $\hat{T\tilde{E}}_i = \exp(-M[u_i/\varepsilon_i])$ для наблюдений, расположенных в соответствии с порядком, отражающим структуру исходной информации. Первому производственному участку соответствует серия из 140 наблюдений, упорядоченных во времени. Затем — аналогичная серия наблюдений для второго производственного участка и т. д.

Среднее для всех наблюдений значение эффективности $\hat{T\tilde{E}}$ по модели стохастической границы ($\log y, \log L, \log K; \delta z$), определяемое формулой:

$$\hat{T\tilde{E}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp(-M[u_i/\varepsilon_i]),$$

равно 0,3564.

Модели производственного потенциала (2) и (3) построены в предположении, что воздействие факторов неэффективности полностью устранимо. Это традиционно принимаемое предположение означает, что все факторы неэффективности управляемы. На практике это не так, поэтому модель (1) приводит к завышенной оценке производственного потенциала. Например, эффективность двух производственных участков может быть различной из-за разницы в их расположении: один ближе к центру города, другой — дальше от центра. Это

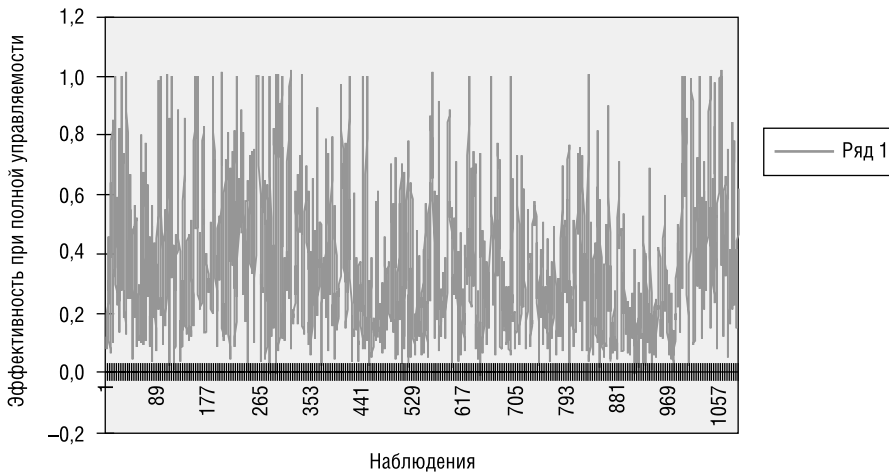


Рис. 3. Оценки эффективности $\hat{T}E_i = \exp(-M[u_i / \varepsilon_i])$ для модели $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$

различие может быть фактором неэффективности. Но такой фактор трудно назвать управляемым. Не учитывая его воздействия, мы получаем завышенную оценку производственного потенциала для некоторых производственных участков.

Можно исходить из того, что фирма сама может условно разделять факторы неэффективности на управляемые и неуправляемые, относя к последним те, управлять которыми она не намерена хотя бы на определенном временном интервале. Тогда в качестве оценки технологической эффективности естественно рассмотреть величину $\frac{y_i^f}{y_i^p}$, где y_i^f — фактический результат производственного процесса, y_i^p — результат в условиях максимально возможного воздействия на факторы неэффективности с целью их устранения.

Модель производственного потенциала $(\log y, \log L, \log K; s)$ с управляемыми факторами неэффективности

На основе модели стохастической границы $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$ с идентифицируемыми факторами неэффективности может быть построена модель производственного потенциала с учетом возможности управления факторами неэффективности. Пусть $\Delta z_i = (\Delta z_{i1}, \dots, \Delta z_{ij}, \dots, \Delta z_{im})$ — вектор, компонента Δz_{ij} которого характеризует изменение значения j -го фактора неэффективности для наблюдения i в результате управляющего воздействия. Тогда модель производственного потенциала $(\log y, \log L, \log K; s)$ имеет вид:

$$y_i^p = f(x_{ii}, \hat{\beta}) \exp(\xi_i); \xi_i = v_i - s_i; v_i \sim N(0, \hat{\sigma}_v^2); s_i \sim N^+(\bar{\mu}_i, \hat{\sigma}_u^2); \tag{4}$$

где $\bar{\mu}_i = \min_{z_i + \Delta z_i \in G_i} [\hat{\delta}(z_i + \Delta z_i)]$,

G_i — множество векторов допустимых значений факторов неэффективности.

Предполагается, что совокупное воздействие Δz_i на факторы неэффективности позволяет перейти от случайной величины u_i к случайной величине s_i , имеющей усеченное в нуле нормальное распределение с параметрами $\min_{z_i + \Delta z_i \in G_i} [\hat{\delta}(z_i + \Delta z_i)]$ и $\hat{\sigma}_u^2$, которую можно характеризовать как остаточную неэффективность. Модель производственного потенциала $(\log y,$

Модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности

$\log L, \log K; s)$ строится в два этапа. На первом этапе проводится оценка параметров модели стохастической границы ($\log y, \log L, \log K; \delta z$). На втором этапе, путем решения задач математического программирования, определяются параметры $\bar{\mu}_i$ остаточной неэффективности для каждого наблюдения. При оцененной с помощью модели стохастической границы неэффективной составляющей $u_i \sim N^+(\hat{\delta}z_i, \hat{\sigma}_u^2)$, техническая эффективность для модели производственного потенциала ($\log y, \log L, \log K; s$) определяется величиной $TE_i = \exp(s_i - u_i)$.

Пусть μ_{1i} — значение функции неэффективности для наблюдения i по модели ($\log y, \log L, \log K; \delta z$),

μ_{2i} — значение функции неэффективности для наблюдения i по модели ($\log y, \log L, \log K; s$).

Если в качестве оценки технической эффективности использовать:

$$\hat{TE}_i = \exp(\mathbf{M}[s_i / \varepsilon_i] - \mathbf{M}[u_i / \varepsilon_i]),$$

то

$$\hat{TE}_i = \exp(-(\mu_{1i} - \mu_{2i})(1 - \gamma)),$$

при условии:

$$\mu_{2i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 \geq 0.$$

$$\hat{TE}_i = \exp\left(-\frac{\mu_{1i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2}{\hat{\sigma}_v^2 + \hat{\sigma}_u^2}\right),$$

при условии:

$$\mu_{2i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 < 0, \mu_{1i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 \geq 0.$$

$$\hat{TE}_i = 1,$$

если выполняется

$$\mu_{1i} \hat{\sigma}_v^2 - \varepsilon_i \hat{\sigma}_u^2 < 0.$$

Если факторами неэффективности нельзя управлять, то $s_i = u_i$ и $\hat{TE}_i = 1$ для всех наблюдений. В этом случае модель производственного потенциала ($\log y, \log L, \log K; s$) отражает фактические результаты производства.

На рис. 4 приведены значения оценок эффективности по модели ($\log y, \log L, \log K; s$), которая была построена в предположении, что факторы неэффективности 1, 9, 12 и 13 являются полностью устранимыми, а другие факторы не управляемы. С учетом приведенного выше

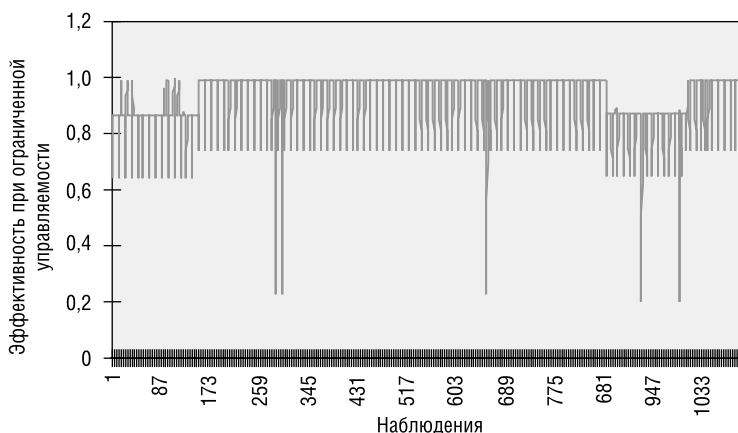


Рис. 4. Оценки эффективности для модели ($\log y, \log L, \log K; s$).

описания значений факторов неэффективности, множества векторов допустимых значений для каждого наблюдения совпадают и описываются следующим образом:

$$G_i = \{z: z = (z_1, \dots, z_j, \dots, z_m); z_j = z_{ij}, \text{ если } j \neq 1, 9, 12, 13; \text{ иначе } z_j = 0 \vee 1\}.$$

Порядок расположения наблюдений тот же, что на рис. 3.

Управляемые факторы неэффективности проявляют себя, в основном, на первом и седьмом производственных участках, а также в первый час работы каждого производственного участка. Разница в оценках эффективности хорошо прослеживается также на рис. 5. Ряд 1 содержит оценки эффективности по модели $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$ в порядке убывания (ряд 1 совпадает с рядом 2 на рис. 2). Ряд 2 на рис. 5 содержит оценки эффективности по модели $(\log y, \log L, \log K; s)$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. Корреляция оценок технической эффективности низка ($r = 0,3729$). Оценки эффективности, полученные по модели $(\log y, \log L, \log K; s)$ существенно выше оценок, полученных по модели $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$, так как производственный потенциал при неустраняемой неэффективности ниже.

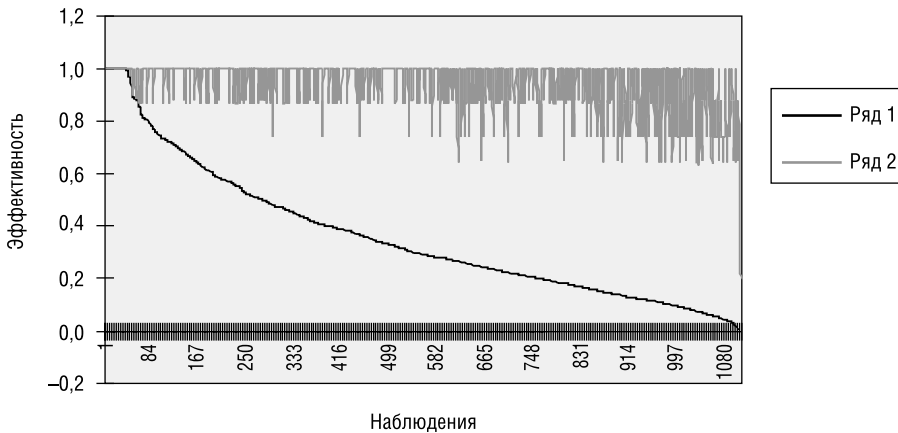


Рис. 5. Оценки эффективности $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$ — ряд 1 и $(\log y, \log L, \log K; s)$ — ряд 2

Рисунок 6 позволяет сравнить оценки эффективности для каждого из восьми производственных участков. Ряд 1 содержит оценки эффективности по модели $(\log y, \log L, \log K; \delta z)$, упорядоченные для каждого производственного участка. Ряд 2 — оценки по модели $(\log y, \log L, \log K; s)$ для наблюдений, соответствующих ряду 1. Для всех участков, за исключением первого и седьмого, оценки эффективности по модели $(\log y, \log L, \log K; s)$ для большинства наблюдений равны единице. Неэффективные события для этих производственных участков соответствуют первому часу рабочего дня, когда численность персонала велика, а количество клиентов мало. Сравнительно низкие оценки эффективности на первом и седьмом участках отражают возможность управления подготовкой персонала с целью стимулирования повышения квалификации.

Среднее для всех наблюдений значение эффективности $\hat{T}E^s$ по модели $(\log y, \log L, \log K; s)$, определяемое формулой:

$$\hat{T}E^s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp(M[s_i/\varepsilon_i] - M[u_i/\varepsilon_i]),$$

равно 0,9402.

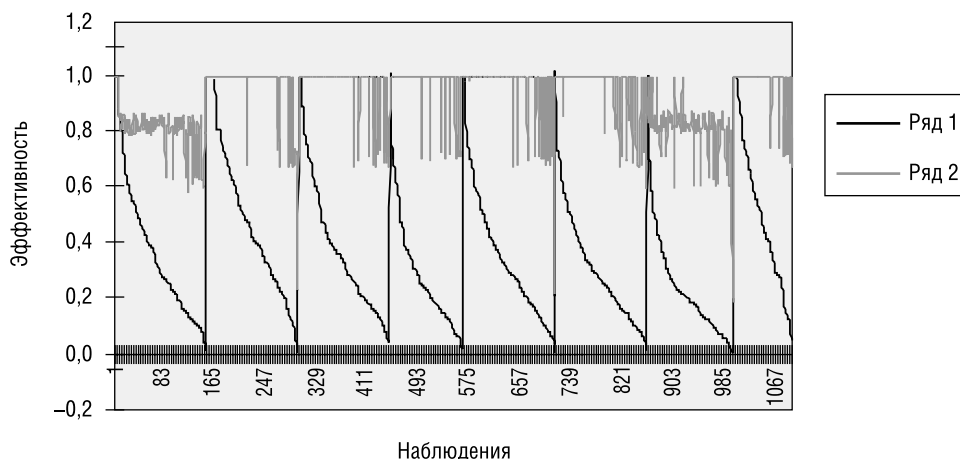


Рис. 6. Оценки эффективности для восьми производственных участков

Модель $(\log y, \log L, \log K; s)$ оценивает производственный потенциал как *объем производства за определенный период времени при фиксированном объеме основных производственных факторов, воздействии сопутствующих факторов и отсутствии управляемой неэффективности*. Отметим, что модель $(\log y, \log L, \log K; s)$ близка к модели производственного потенциала (1), если $\min_{z \in G_i} [\delta z] \rightarrow -\infty$. В этом случае значение технической эффективности $TE_i = \exp(-u_i)$. Если же факторы неэффективности неуправляемы для всех наблюдений, то потенциальные возможности совпадают с фактическими результатами и $TE_i = 1$ для любого наблюдения. Модель $(\log y, \log L, \log K; s)$ представляет собой синтез модели стохастической границы и модели управления факторами производства. Практический интерес к этой модели может быть вызван тем, что она позволяет оценивать производственные потенциалы для различных стратегий управления объектом моделирования. Чем ниже средняя эффективность \hat{TE}^s , тем выше производственный потенциал, который может быть достигнут в результате реализации соответствующей стратегии. Поэтому оценки производственного потенциала могут быть использованы в качестве критерия выбора стратегии управления.

Модель производственного потенциала $(\log y, \log L, \log K; C)$ с учетом затрат на управление факторами неэффективности

В модели производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности можно учесть ограничение по затратам на управление.

В результате получим следующую модель $(\log y, \log L, \log K; C)$:

$$y_i^p = f(x_i, \hat{\beta}) \exp(\eta_i); \quad \eta_i = v_i - s_i^C; \quad v_i \sim N(0, \hat{\sigma}_v^2); \quad s_i^C \sim N^+(\tilde{\mu}_i, \hat{\sigma}_u^2). \tag{5}$$

Параметры $\tilde{\mu}_i$ остаточной неэффективности определяются в результате решения задачи математического программирования:

$$TE^C = \min_{\{s_i^C\}} TE(\{s_i^C - u_i\}_{i=1}^N);$$

$$s_i^C \sim N^+(\tilde{\mu}_i, \hat{\sigma}_u^2), \quad u_i \sim N^+(\hat{\delta}z_i, \hat{\sigma}_u^2);$$

$$\tilde{\mu}_i = \hat{\delta}(z_i + \Delta z_i), \quad z_i + \Delta z_i \in G_i, \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_i(z_i, \Delta z_i) = C, \quad (6)$$

где $TE(\{s_i^c - u_i\}_{i=1}^N)$ — техническая эффективность объекта, оцениваемая по совокупности наблюдений,

G_i — множество векторов допустимых значений факторов неэффективности для наблюдения i ,

$c_i(z_i, \Delta z_i)$ — функция затрат на управление факторами неэффективности для наблюдения i ,

C — средние затраты на управление производственным участком в единицу времени.

В соответствии с моделью (6), в условиях общего ограничения на величину затрат, выбираются управляющие воздействия $\{\Delta z_i\}_{i=1}^N$ на факторы неэффективности с целью минимизации технической эффективности объекта, оцениваемой по совокупности наблюдений. В общем случае целевая функция задачи (6) нелинейно зависит от компонент вектора управления.

Для простоты рассмотрим линейную целевую функцию задачи (6):

$$\min_{\Delta z} \hat{\delta} \Delta z,$$

где $\Delta z = (\Delta z_1, \dots, \Delta z_j, \dots, \Delta z_m)$ и $\Delta z_j = \sum_{i=1}^N \Delta z_{ij}$.

Предположим, что удельные затраты на управление любым фактором в единицу времени постоянны и равны \bar{c} , а функция затрат для любого наблюдения имеет вид:

$$c_i(z_i, \Delta z_i) = \bar{c} \sum_{j=1}^m |\Delta z_{ij}|$$

Если все множества G_i , как в нашем случае, описываются линейными ограничениями, задача (6) является задачей линейного программирования со смешанными (непрерывными и булевыми) переменными. Получив решение этой задачи, вычислим значение обобщенной оценки технической эффективности:

$$\hat{TE}^c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp(M[s_i^c / \varepsilon_i] - M[u_i / \varepsilon_i]).$$

Это дает нам возможность сравнить средние оценки технической эффективности для решений, полученных по моделям (4) и (5).

Если средние затраты C на управление производственным участком в единицу времени равны или превышают 35,63% от величины удельных затрат \bar{c} на управление фактором неэффективности в единицу времени, то модель $(\log y, \log L, \log K; C)$ имеет единственное решение и приводит к тому же результату, что модель $(\log y, \log L, \log K; s)$. Для наблюдений мы получаем оценки технической эффективности, показанные на рис. 3. При этом $\hat{TE}^c = 0,9402$.

Если средние затраты C на управление в единицу времени не более 23,03% от величины удельных затрат \bar{c} на управление фактором неэффективности в единицу времени, то для наблюдений мы получаем оценки технической эффективности, показанные на рис. 7, где $\hat{TE}^c = 0,9552$.

Если средние затраты C на управление в единицу времени равны 9,52% от величины удельных затрат \bar{c} на управление фактором неэффективности в единицу времени, то

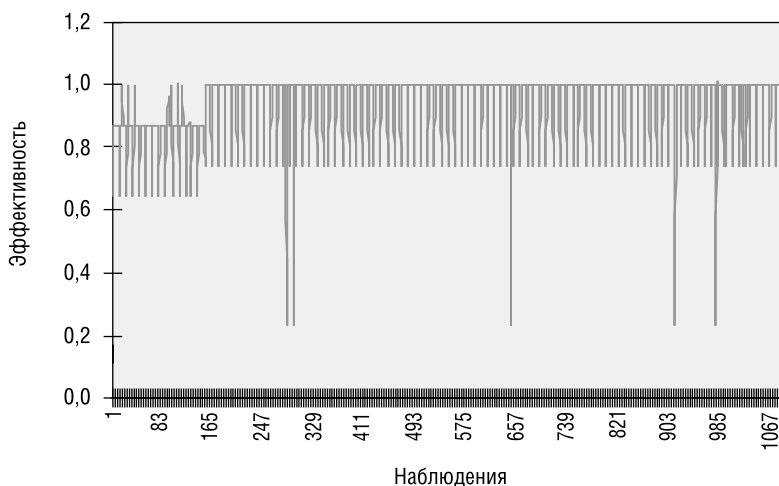


Рис. 7. Оценки эффективности для модели $(\log y, \log L, \log K; C)$, $\hat{T}E^C = 0,9552$

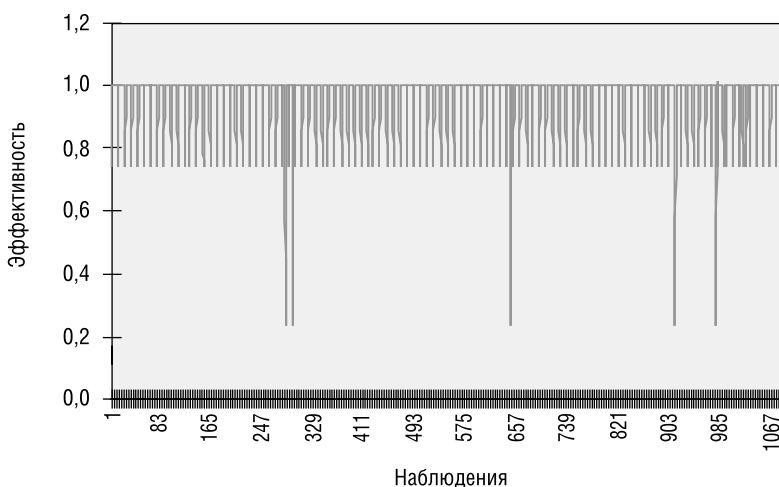


Рис. 8. Оценки эффективности для модели $(\log y, \log L, \log K; C)$, $\hat{T}E^C = 0,9715$

для наблюдений мы получаем оценки технической эффективности, показанные на рис. 8, а $\hat{T}E^C = 0,9715$.

Если средние затраты C на управление в единицу времени равны нулю, то управление невозможно и $\hat{T}E^C = 1$. Отдельные точки границы Парето, характеризующие зависимость обобщенной оценки технической эффективности $\hat{T}E^C$ от средней величины C -затрат на управление производственным участком в единицу времени, показаны на рис. 9.

Выводы

1. Модель стохастической границы $(\log y, \log L, \log K; \mu)$ позволяет оценить производственный потенциал в предположении, что случайная величина, характеризующая совокупное воздействие факторов неэффективности, одинаково распределена для всех наблюдений. Эта модель может быть использована в условиях отсутствия информации о факторах

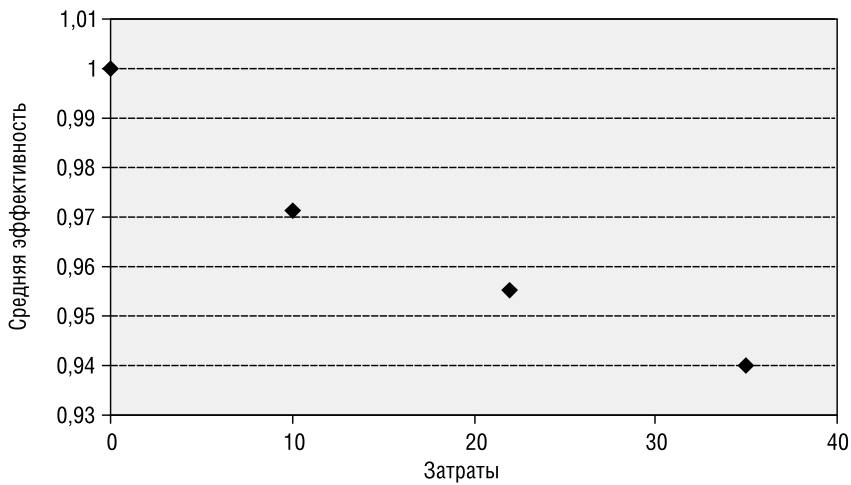


Рис. 9. Зависимость оценки эффективности $\hat{T}E^C$ от величины затрат C

Модель производственного потенциала с управляемыми факторами неэффективности

неэффективности. Модель не позволяет учитывать специфику воздействия факторов неэффективности для различных наблюдений. Оценка производственного потенциала на основе этой модели предполагает возможность устранения воздействия неидентифицированных факторов неэффективности и является завышенной.

2. Модель стохастической границы ($\log y, \log L, \log K; \delta z$) может быть построена при наличии априорной информации о значениях факторов неэффективности для каждого наблюдения. Значение функции неэффективности для каждого наблюдения характеризует параметр распределения случайной величины, описывающей воздействие факторов неэффективности. Модель позволяет идентифицировать факторы неэффективности. Оценка производственного потенциала возможна в предположении о том, что воздействие всех факторов неэффективности можно устранить, и является завышенной.

3. Модель производственного потенциала ($\log y, \log L, \log K; s$) сохраняет в производственном потенциале неустранимую неэффективность. Возможные управляющие воздействия характеризуются множеством векторов допустимых значений факторов неэффективности для каждого наблюдения. Чем больше управляемых факторов, тем меньше неустранимая неэффективность и тем выше производственный потенциал. Оценка параметров остаточной неэффективности осуществляется решением задачи математического программирования для каждого наблюдения. Более низкая обобщенная оценка технической эффективности указывает на более высокий производственный потенциал, достижение которого является целью управляющих воздействий на факторы неэффективности.

4. Модель производственного потенциала ($\log y, \log L, \log K; C$) учитывает общее для всех наблюдений ограничение на затраты управления факторами неэффективности. Если допускаются достаточно высокие затраты, мы получаем тот же производственный потенциал, который может быть построен по модели ($\log y, \log L, \log K; s$). При снижении уровня затрат на управление, производственный потенциал, доступный в результате управляющих воздействий, также снижается. Обобщенная оценка технической эффективности возрастает. При нулевых затратах производственный потенциал отражает фактически наблюдаемый объем производства.

Список литературы

- Афанасьев М. Ю., Васильева Н. В. «Эконометрический подход к оценке эффективности трудовых затрат с учетом X-фактора» // *Вестник российского гуманитарного научного фонда*. 2004. № 1.
- Афанасьев М. Ю., Васильева Н. В. «Моделирование производственного потенциала фирмы с учетом факторов неэффективности и риска» // *Экономическая наука современной России*. 2006. № 2.
- Афанасьев М. Ю., Скоков В. А. Программа оценки эффективности функционирования предприятий на основе расчета стохастических границ производства. М.: ЦЭМИ, 1984.
- Afanasiev M. Y. «Methods of Estimating Productive Efficiency for the Enhancement of Plan Decision Making» // *Atlantic Economic Journal*. 1992.
- Afanasiev M. Y. «Command Constrained Efficiency in Soviet Cotton-Refining and the Kaunasskoi Candy Factory». Efficiency and Russia's economic recovery potential to the year 2000 and beyond. ASHGATE. 1998.
- Aigner D. J., Lovell C. A. K., Schmidt P. «Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models» // *Journal of Econometrics*. 1977. № 6. Pp. 21–37.
- Battese G. E., Coelli T. J. «Frontier Production Functions, Technical Efficiency and Panel Data: With Application to Paddy Farmers in India» // *Journal of Productivity Analysis*. 1992. № 3. Pp. 153–169.
- Battese G. E., Coelli T. J. «A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data» // *Empirical Economics*. 1995. № 20. Pp. 325–332.
- Battese G. E., Coelli T. J., Colby T. C. «Estimation of Frontier Production Functions and the Efficiencies of Indian Farms Using Panel Data From ICRISAT's Village Level Studies» // *Journal of Quantitative Economics*. 1989. № 5. Pp. 327–348.
- Charnes A. W., Cooper W., Rhodes E. «Measuring the Efficiency of Decision-Making Units» // *European Journal of Operational Research*. 1978. Pp. 429–444.
- Coell T. J. «A Computer Program for Frontier Production Function Estimation: FRONTIER, Version 2.0» // *Economics Letters*. 1992. № 39. Pp. 29–32.
- Debreu G. «The Coefficient of Resource Utilization» // *Econometrica*. 1951. Pp. 273–292.
- Greene W. H. «A Gamma-Distributed Stochastic Frontier Model» // *Journal of Econometrics*. 1990. Pp. 141–164.
- Jondrow J., Lovell C. A. K., Materov I. S., Schmidt P. «On estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model» // *Journal of Econometrics*. 1982. № 19. Pp. 233–238.
- Koopmans T. C. «An Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities. Activity Analysis of Production and Allocation», Cowles Commission for Research in Economics / Monograph. N. Y. Wiley. 1951. № 13.
- Leibenstein H. «Allocative efficiency vs. X-efficiency» // *American Economic Review*. 1966. June. Pp. 392–415.
- Leibenstein H. *Beyond Economic Man*. Cambridge, Harvard University Press. 1977.
- Meeusen W., van den Broeck J. «Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions With Composed Error» // *International Economic Review*. 1976. № 18. Pp. 435–444.
- Pit M. M., Lee L. F. Measurement and Sources of Technical Inefficiency in the Indonesian Weaving Industry // *Journal of Development Economics*. 1981. № 9. Pp. 43–64.
- Reifschneider D., Stevenson R. «Systematic Departures from the Frontier: A Framework for the Analysis of Firm Inefficiency» // *International Economic Review*. 1991. № 32. Pp. 715–723.
- Shephard R. W. *Cost and Production Functions*, Princeton, Princeton University Press. 1953.
- Stevenson R. E. «Likelihood Functions for Generalized Stochastic Frontier Estimation» // *Journal of Econometrics*. 1980. № 19. Pp. 57–66.
- Williamson O. E. *The Economics of Discretionary Behavior: Managerial Objectives in a Theory of the Firm*. N. Y., Prentice-Hall. 1964.