

Эконометрическая модель оценки матриц вероятностей переходов кредитных рейтингов

В статье представлен метод оценки матриц вероятностей переходов на основе ряда объясняющих переменных, характеризующих географический регион, отраслевую принадлежность, стадию экономического цикла и кредитную историю заемщиков. В основе данного метода лежит модель — пороговый порядковый пробит. Пороговая спецификация модели позволяет разделить стадии оценки вероятностей дефолта как объективного события, и изменений кредитных рейтингов — субъективных отзывов специалистов банка о кредитоспособности заемщиков. Источником расчетов служит объединенная база данных, содержащая детальную информацию о заемщиках, составляющих кредитный портфель крупного немецкого банковского альянса.

Введение в 2004 году принципа применения системы внутренних кредитных рейтингов — Базельским комитетом по банковскому надзору — активизировало разработку методик по оценке и прогнозированию внутренних кредитных рейтингов банков не только в европейских странах, но и в России. Кроме того возрос интерес к портфельным методам управления кредитным риском на основе внутренних кредитных рейтингов. На практике наибольшей популярностью пользуется модель CreditMetrics, разработанная в 1997 году американской компанией J. P. Morgan. В основе этой модели лежит статистическая оценка матриц вероятностей переходов, позволяющая построить распределение вероятностей изменений стоимости кредитного портфеля и оценить характеристики данного распределения. Тем не менее, существенным недостатком модели являются *постоянные* вероятности переходов (изменений) кредитных рейтингов, независимые от экономической среды функционирования компаний-заемщиков. Целям исправления этого недостатка и служит метод оценки матриц вероятностей переходов на основе эконометрической модели — пороговый порядковый пробит.

1. Обзор моделей управления кредитным риском

Среди моделей управления кредитным риском на портфельном уровне наибольшее распространение получили четыре — Credit Risk+ (Credit Suisse Financial Products), Portfolio Manager (KMV¹), Credit Metrics (J. P. Morgan), Credit Portfolio View (McKinsey). Первые две модели относятся к группе моделей дефолта (*default mode models*). Как следует из названия, единственным фактором риска здесь является дефолт заемщика, т. е. используется узкое определение кредитного риска. Более широкое определение кредитного риска составляет основу и отличительную особенность второй группы моделей — переоценки по рыночной

¹ Название модели происходит от сокращения фамилий трех авторов: Stephen Kealhofer, John Andrew McQueen, Aldrich Vasicek.

стоимости (*mark-to-market models*), к которым относятся Credit Metrics и Credit Portfolio View. Эта группа моделей получила свое название в результате того, что оценка риска в них осуществляется на основе изменений рыночной стоимости обязательств заемщиков банка, вызванной изменениями кредитоспособности заемщиков. При этом изменения кредитоспособности могут происходить не только при дефолте, но и в случаях повышения, либо понижения кредитного рейтинга. Рассмотрим более подробно основные положения этих двух моделей.

В модели **Credit Metrics** оценка вероятностей изменений кредитных рейтингов производится на основе накопленной статистической информации для каждого кредитного рейтинга и оформляется в матрицу вероятностей переходов: $P = p_{jk}$, где $j = 1, \dots, K$ — индекс начального кредитного рейтинга заемщика, и $k = 1, \dots, K$ — индекс итогового кредитного рейтинга заемщика, например, в конце года (K — число различных кредитных рейтингов, присваиваемых банком). Важным в данном случае является предположение модели об однородности заемщиков одного кредитного рейтинга.

Вторая составляющая модели — изменение стоимости кредитного актива, например, облигаций — находится в предположении, что рыночные ставки дисконта r_t различаются в зависимости от кредитного рейтинга заемщика. На основе информации о будущих процентных платежах по долгу CF_t и начального кредитного рейтинга заемщика R_j^0 строится ожидаемое изменение стоимости долгового обязательства в случае изменения кредитного рейтинга заемщика на R_k^1 :

$$\Delta V_{jk} = V(R_k^1) - V(R_j^0) = \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r_t(R_1))^t} - V(R_j^0),$$

где T — срок погашения облигации/долга.

В дальнейшем сведения о потенциальных изменениях стоимости долговых инструментов в совокупности с распределением вероятностей этих изменений, полученном из матрицы вероятностей переходов, позволяют найти математическое ожидание изменения стоимости, т. е. распределение доходности банка от предоставления кредита заемщику, обладающему кредитным рейтингом R_j^0 в начале периода:

$$M(\Delta V_j) = \sum_{k=1}^K \Delta V_{jk} P_{jk}.$$

Более подробное описание этого метода можно найти в технической документации Credit Metrics [Morgan (1997)].

Портфельный подход к кредитному риску в модели Credit Metrics осуществляется на основе эконометрической модели регрессии, где в качестве зависимой переменной выступает доходность активов компании r_i , а в качестве независимых переменных — вектор макроэкономических факторов F [Crochy et al. (2001)]:

$$r_i = \alpha_i + F' \beta_i + \varepsilon_i, \tag{1}$$

где i — индекс компании, α_i — индивидуальная составляющая доходности, β_i — вектор параметров, соответствующий вектору факторов F и ε_i — независимая ошибка модели.

В качестве макроэкономических факторов обычно используется информация о географической и индустриальной принадлежности компании.

Эта часть модели позволяет относительно легко оценить взаимосвязь или коэффициенты попарной корреляции доходностей активов компаний, составляющих кредитный портфель:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \text{ где } \sigma_{ij} = \beta_i' \sigma_{FF} \beta_j, \quad i, j = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где i, j — произвольные индексы компаний-заемщиков, N — общее число заемщиков банка, σ_{FF} — ковариационная матрица факторов модели.

Полученная ковариационная матрица и вектор математических ожиданий и дисперсий изменений стоимости отдельных долговых инструментов $M(\Delta V_j)$, $\sigma^2(\Delta V_j)$ являются входными данными многомерного нормального распределения, используемого для моделирования распределения потерь по кредитному портфелю методом Монте-Карло.

Необходимо заметить, что именно использование нормального распределения является одним из вызывающих сомнения предположений модели и предметом критики ряда исследователей [Crochu et al. (2000)]. Кроме того, как уже упоминалось, в модели делается предположение об однородности заемщиков одного кредитного рейтинга, что также делает модель уязвимой для критики. Тем не менее, наибольшим недостатком модели, как правило, считаются постоянные вероятности переходов, независимые от экономической среды функционирования компаний-заемщиков. В период экономического роста вероятность дефолта заемщиков одного и того же кредитного рейтинга снижается, и увеличивается в период экономической депрессии.

Другая модель, так же относящаяся к моделям рыночной стоимости управления кредитным риском, была предложена компанией McKinsey и получила название **Credit Portfolio View**. Как следует из классификации модели, потенциальные потери банка здесь ассоциируются не только с дефолтом, но и с изменением стоимости долговых обязательств. В некоторой степени можно утверждать, что специалисты McKinsey улучшили модель Credit Metrics, так как матрица вероятностей переходов McKinsey корректируется в соответствии с экономической ситуацией региона или отрасли. Мы приводим описание модели в соответствии с работами [Crochu et al. (2001)] и [Kern, Rudolph (2001)]. На ее первом этапе каждый заемщик относится к определенному регионально-отраслевому сегменту. Затем производится отбор макроэкономических факторов, призванных адекватно оценить текущую макроэкономическую ситуацию в регионе и отрасли. Например, одним из таких факторов может быть валовой внутренний продукт региона или общий объем производства отрасли. После выбора макроэкономических факторов, прогноз их будущих значений осуществляется с помощью моделей временных рядов, например, модели авторегрессии второго порядка AR(2):

$$X_t = \gamma_0 + \gamma_1 X_{t-1} + \gamma_2 X_{t-2} + \xi_t. \quad (3)$$

Оценка условной вероятности дефолта PD_j^* производится с помощью логистического распределения индекса кредитоспособности компании Y_j , находимого с помощью модели линейной регрессии (j — индекс кредитного рейтинга):

$$PD_j^* = \frac{1}{1 + \exp(-Y_j)}, \quad (4)$$

$$Y_{jt} = X_t' \alpha_j + \varepsilon_{jt},$$

где X_t — вектор значений макроэкономических факторов, полученный в соответствии с выражением (3).

В данном случае PD_j^* отражает вероятность дефолта заемщика в конце горизонта прогнозирования. На практике горизонт прогнозирования чаще всего равняется 1 году, поэтому PD_j^* характеризует вероятность дефолта заемщика через год с момента прогноза.

На основе прогноза по этим моделям, для каждого экономического сегмента, матрица вероятностей переходов, отнесенных к этому сегменту компаний, корректируется с помощью оператора сдвига $\frac{PD^*}{PD}$, оцененного для наихудшего кредитного рейтинга, где PD — безусловная вероятность дефолта.

$$\frac{PD^*}{PD} > 1 \text{ — в случае экономического спада,}$$

$$\frac{PD^*}{PD} < 1 \text{ — наоборот, подъема.}$$

На следующем этапе, аналогично модели Credit Metrics, используется метод Монте-Карло для моделирования итогового распределения потерь по кредитному портфелю в конце горизонта прогнозирования.

Подход, предложенный моделью Credit Portfolio View, является существенным исправлением недостатка модели Credit Metrics, так как включает возможность адаптации матрицы вероятностей переходов к изменяющимся макроэкономическим условиям. Тем не менее, вызывает сомнение адекватность предложенного способа — на основе оператора сдвига — и его применимость в модели указанного уровня сложности.

2. Модель — пороговый порядковый пробит

В данной статье приводится эконометрический метод корректировки или оценки матрицы вероятностей переходов кредитного портфеля на основе модели — пороговый порядковый пробит (*hurdle ordered probit*). Особенностью модели является использование двухуровневой структуры оценки вероятностей переходов, что позволяет не только более полно использовать имеющуюся базу данных, но и адекватно оценивать глубинные сдвиги распределения вероятностей переходов при изменении макроэкономических показателей.

Теоретическое обоснование предлагаемой модели основано на качественном отличии категории дефолта заемщика D от остальных кредитных рейтингов R_1, \dots, R_K . Кредитные рейтинги, в отличие от категории дефолта, присваиваются кредитующим банком заемщикам, своевременно и в полном объеме выполнявшим свои обязательства перед кредиторами в прошлом (имеющим хорошую кредитную историю), в основном отражают лишь финансовое состояние заемщика. Притом бóльшие значения соответствуют худшим рейтингам. В отличие от этого, категория дефолта, как правило, присваивается заемщику не на основании его финансового положения, а в результате невыполнения заемщиком кредитных обязательств, в частности, по оплате суммы основного долга или процентных платежей.

Модель — пороговый порядковый пробит в полной мере учитывает качественное отличие категории дефолта от остальных категорий кредитного риска. При этом на первом уровне модели производится оценка вероятности дефолта заемщика в зависимости от ряда макроэкономических факторов и предыдущего кредитного рейтинга, а на втором уровне — вероятностей переходов с помощью модели — пороговый порядковый пробит.

Кроме того, модель — пороговый порядковый пробит позволяет разделить оценки факторов, влияющих на вероятность дефолта заемщика, и факторов, влияющих на вероятность изменений кредитного рейтинга заемщика в будущем. Название модели отражает ее основное свойство, прежде чем получить определенный кредитный рейтинг кредитующего банка, заемщик должен преодолеть порог, связанный с полной и своевременной выплатой всех денежных обязательств, в противном случае заемщик будет признан дефолтировавшим и получит статус — *дефолт* (D). Только заемщики, имеющие хорошую кредитную историю в прошлом, т. е. преодолевшие данный порог, имеют возможность получить положительный кредитный рейтинг по шкале R_1, \dots, R_K . При этом оценка вероятности дефолта на первом уровне модели осуществляется с помощью пробит-модели бинарного выбора.

Обозначим через D_i бинарную переменную, характеризующую состояние заемщика i в данный период времени по следующей схеме:

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{если заемщик } i \text{ дефолтировал в конце периода наблюдения,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (5)$$

Пусть X_i — совокупность независимых переменных, объясняющих явление дефолта (факторы) и D_i^* — латентная (скрытая) зависимая переменная модели. Тогда пробит-модель для определения вероятности дефолта имеет вид:

$$D_i^* = X_i' \gamma + u_i,$$

вероятность дефолта заемщика i находится по формуле:

$$P\{D_i = 1\} = P\{D_i^* < 0\} = P\{X_i' \gamma + u_i < 0\} = \Phi(-X_i' \gamma) = 1 - \Phi(X_i' \gamma),$$

где γ — вектор параметров модели, $u_i, i = 1, \dots, n$ — случайные ошибки, отражающие влияние на наличие или отсутствие рассматриваемого признака у i -го заемщика каких-либо неучтенных дополнительных факторов, $\Phi = \Phi(0, 1)$ — функция стандартного нормального распределения ошибки.

Логарифм функции правдоподобия пробит-модели для оценки вероятности дефолта имеет вид:

$$\ln L(\gamma) = \sum_{i=1}^n (1 - D_i) \ln(\Phi(X_i' \gamma)) + D_i \ln(1 - \Phi(X_i' \gamma)).$$

В дальнейшем, для заемщиков, преодолевших порог дефолта и получивших положительный кредитный рейтинг кредитующего банка, осуществляется оценка вероятностей изменений этих рейтингов. Для этого используется модель — порядковый пробит, в основе которой лежит латентная переменная, характеризующая кредитоспособность заемщика.

Предположим, что непрерывная латентная (ненаблюдаемая) случайная величина, характеризующая индекс кредитоспособности заемщика y_i^* — линейная функция от ряда объясняющих переменных X_i , с вектором параметров β :

$$y_i^* = X_i' \beta + \varepsilon_i,$$

где ε_i — независимые одинаково распределенные случайные величины с функцией распределения F .

Упрощение приведенного уравнения позволяет разделить логарифм функции правдоподобия на две составные части, зависящие от разных векторов параметров β и γ . Поэтому максимизация функции правдоподобия (при фиксированных значениях объясняющих переменных) может осуществляться отдельно по двум векторам параметров и модель — пороговый порядковый пробит может быть оценена в два этапа:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \gamma) &= \sum_{i=1}^n (1 - D_i) \left[\ln \left(\prod_{j=1}^K q_{ij}^{y_{ij}} \right) + \ln(\Phi(X'_i \gamma)) \right] + \sum_{i=1}^n D_i [\ln(1 - \Phi(X'_i \gamma))] = \\ &= \sum_{D_i=0} \ln \left(\prod_{j=1}^K q_{ij}^{y_{ij}} \right) + \sum_{D_i=0} \ln(\Phi(X'_i \gamma)) + \sum_{D_i=1} \ln(1 - \Phi(X'_i \gamma)) = \ln L_1(\beta) + \ln L_2(\gamma), \end{aligned}$$

где
$$\ln L_1(\beta) = \sum_{D_i=0} \ln \left(\prod_{j=1}^K q_{ij}^{y_{ij}} \right) = \sum_{D_i=0} \sum_{j=1}^K y_{ij} \ln [\Phi(\mu_j - X'_i \beta) - \Phi(\mu_{j-1} - X'_i \beta)],$$

$$\ln L_2(\gamma) = \sum_{D_i=0} \ln(\Phi(X'_i \gamma)) + \sum_{D_i=1} \ln(1 - \Phi(X'_i \gamma)).$$

После оценки параметров модели β и γ методом максимального правдоподобия возможна оценка вероятностей переходов. В общем случае вероятности переходов кредитных рейтингов в модели — пороговый порядковый пробит оцениваются так:

$$\begin{aligned} p_{ij} &= P\{D_i = 0\}P\{R_i = j | D_i = 0\} = (1 - \Phi(X'_i \gamma))(\Phi(\mu_j - X'_i \beta) - \Phi(\mu_{j-1} - X'_i \beta)), \quad j = 1..K; \\ p_{iD} &= P\{D_i = 1\} = 1 - \Phi(X'_i \gamma), \quad \text{для } j = D. \end{aligned}$$

3. Анализ свойств безусловной матрицы вероятностей переходов

Для эмпирической оценки параметров приведенной модели, используется объединенная база данных, содержащая информацию о кредитных портфелях двух крупных северо-западных немецких банков². База данных включает наблюдения с января 1998 года по декабрь 2004 года, т. е. 6 периодов изменений кредитных рейтингов, $t = 1, \dots, 6$. Каждое наблюдение в базе данных содержит информацию о заемщике банка, включающую финансовое состояние, кредитный рейтинг, отрасль промышленности и прочие сведения в каждый момент времени t . Общее количество наблюдений в базе данных составляет 6784 заемщика-лет, где каждый заемщик в момент времени (год) рассматривается как независимое наблюдение в выборке. Средняя вероятность дефолта по портфелю является невысокой и составляет 1,5%. Так как состояние дефолта заемщика принято считать поглощающим³, то дефолтировавшие заемщики учитываются в базе данных только один раз — в момент (год) дефолта.

Безусловная матрица вероятностей переходов, представленная в табл. 1, подтверждает гипотезу о *стабильности* кредитных рейтингов, так как максимальные вероятности переходов наблюдаются на главной диагонали матрицы, т. е. соответствуют неизменным кредит-

² Названия банков не разглашаются по причине конфиденциальности базы данных.

³ Поглощающее — состояние, вероятность возврата из которого равна 0. В данном случае дефолт является поглощающим состоянием, так как вероятность получения положительного кредитного рейтинга заемщиком после дефолта/банкротства равна 0.

ным рейтингам (за исключением категории R1). Наиболее высокая вероятность неизменности кредитного рейтинга соответствует категории R4 — 52,3%, а наиболее низкая — категории R1 — 33,3%. Интересно сравнение матриц вероятностей переходов, оцененных на основании кредитных рейтингов, присваиваемых международными рейтинговыми агентствами, такими как Standard & Poor's и Moody's, и матрицами вероятностей переходов, оцененными на основании внутренних кредитных рейтингов банков. Главное отличие возникает при сравнении элементов главной диагонали. В матрице вероятностей переходов рейтингового агентства Standard & Poor's вероятности, расположенные на главной диагонали матрицы находятся в промежутке [64,9%; 91,1%]. Аналогичный результат обнаруживается для матрицы вероятностей переходов рейтингового агентства Moody's, где эти вероятности находятся в промежутке [57,9%; 92,1%]. Сравнение этих результатов с элементами главной диагонали матрицы вероятностей переходов, полученной на основе внутренних кредитных рейтингов коммерческого банка свидетельствует о более высокой стабильности кредитных рейтингов агентств. Этот результат подтверждается также у Керна и Рудолфа [Kern, Rudolph (2001)]: «Вывод, который можно сделать из рассмотрения матрицы вероятностей переходов ... пяти крупнейших немецких банков заключается в том, что внутренние кредитные рейтинги подвержены большим изменениям ..., чем рейтинги ведущих рейтинговых агентств, и поэтому содержат меньшие вероятности переходов на главной диагонали матрицы».

Таблица 1

Безусловная матрица вероятностей переходов

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	Дефолт
R1	0,333	0,667	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
R2	0,033	0,511	0,311	0,122	0,022	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
R3	0,005	0,070	0,449	0,359	0,087	0,022	0,002	0,002	0,000	0,003
R4	0,000	0,008	0,144	0,523	0,244	0,064	0,014	0,000	0,000	0,003
R5	0,000	0,000	0,033	0,256	0,454	0,222	0,022	0,002	0,001	0,010
R6	0,000	0,000	0,004	0,069	0,250	0,475	0,147	0,027	0,008	0,020
R7	0,000	0,000	0,000	0,011	0,073	0,329	0,431	0,113	0,007	0,036
R8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,071	0,132	0,274	0,376	0,061	0,086
R9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,109	0,274	0,438	0,179

Таблица составлена автором на основе исследуемой базы данных.

Другое важное свойство матрицы вероятностей переходов состоит в *монотонности* переходов. Это свойство говорит о том, что чем дальше ячейка матрицы от главной диагонали, тем меньше вероятность, содержащаяся в этой ячейке, т. е. большие скачки кредитоспособности менее вероятны. В целом это свойство подтверждается для матрицы вероятностей переходов, представленной в табл. 1 (за исключением первой строки матрицы R1 и столбца дефолтов). Вероятности дефолта, как и ожидалось, увеличиваются экспоненциально с ухудшением кредитоспособности заемщиков, достигая максимальной вероятности дефолта

Эконометрическая модель оценки матриц вероятностей переходов кредитных рейтингов

Матрица вероятностей переходов Standard & Poor's

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Дефолт
AAA	0,908	0,083	0,007	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
AA	0,007	0,907	0,078	0,006	0,001	0,001	0,000	0,000
A	0,001	0,023	0,911	0,055	0,007	0,003	0,000	0,001
BBB	0,000	0,003	0,060	0,869	0,053	0,012	0,011	0,002
BB	0,000	0,001	0,007	0,077	0,805	0,088	0,010	0,011
B	0,000	0,001	0,002	0,004	0,065	0,835	0,041	0,052
CCC	0,002	0,000	0,002	0,013	0,024	0,112	0,649	0,198

Источник: Standard & Poor Credit Week, 1996, 15 апр.

в 17,9% для категории кредитоспособности R9. Обследование последних двух столбцов матрицы (R9 и D) показывает существенные нарушения свойства монотонности, так как вероятности дефолта превышают вероятности перехода в категорию R9 практически для всех категорий кредитоспособности (исключение составляет строка R9). Этот факт выделяет вероятности дефолта из других вероятностей переходов и свидетельствует о необходимости их отдельного моделирования.

4. Результаты оценки модели — пороговый порядковый пробит

Теперь обратимся к оценке и анализу результатов модели — пороговый порядковый пробит. Двухуровневая структура модели определена наличием двух зависимых (объясняемых) переменных. На первом уровне модели (уровне дефолта) — бинарная переменная D_i (5), а на втором переходном — дискретная переменная R_{t+1} , принимающая целочисленные значения в промежутке $[1, \dots, 9]$ и отражающая кредитный рейтинг заемщика i в момент времени $t + 1$, при этом значение 1 соответствует наилучшему кредитному рейтингу, а 9 — наихудшему. Кроме того, в модели используются различные объясняющие бинарные переменные (табл. 3), отражающие характеристики компаний-заемщиков. Так, переменные *Old* и *New* используются в модели для описания влияния на будущий кредитный рейтинг R_{t+1} информации о том, когда заемщик получил кредитный рейтинг рассматриваемого банка впервые. Переменные *Ухудшение рейтинга (Downgrade)*, *Неизменный рейтинг (No change)* и *Улучшение рейтинга (Upgrade)* отражают влияние предыдущего изменения рейтинга ΔR_t на будущее изменение рейтинга ΔR_{t+1} , где $\Delta R_t = R_t - R_{t-1}$.

Следующие две группы независимых переменных модели учитывают географическую и индустриальную дифференциацию заемщиков. Шесть независимых бинарных переменных *Germany*, *Europe*, *N.America*, *L.America*, *Asia* и *Japan* разбивают выборку на шесть географических регионов: Германия, Европа, Северная Америка, Латинская Америка, Азия и Япония.

В связи с тем, что для оценки математических моделей используется выборка заемщиков двух немецких банков, то индустриальная дифференциация заемщиков осуществляется на основе отраслевой классификации Европейского союза [Statistisches Bundesamt (2003)].

Обозначения и определения объясняющих переменных модели

Переменная	Определение
$R_{jt}, j = 1, \dots, 9$	Группа бинарных переменных, характеризующих кредитный рейтинг заемщика R_t в момент времени t , где $R_j = \begin{cases} 1, & \text{если } R_t = j, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad j = 1, \dots, 9,$ $j = 1$ — наилучший кредитный рейтинг, $j = 9$ — наихудший кредитный рейтинг
Old	1 = впервые кредитный рейтинг заемщику присвоен в момент времени $t - 1$ либо ранее
New	1 = впервые кредитный рейтинг заемщику присвоен в момент времени t
Downgrade	1 = ухудшение кредитного рейтинга заемщика в момент времени t : $\Delta R_t > 0$
Upgrade	1 = улучшение кредитного рейтинга заемщика в момент времени t : $\Delta R_t < 0$
No change	1 = кредитный рейтинг заемщика оставлен без изменений в момент времени t : $\Delta R_t = 0$
L. America	1 = заемщик зарегистрирован в Латинской Америке
N. America	1 = заемщик зарегистрирован в Северной Америке
Japan	1 = заемщик зарегистрирован в Японии
Europe	1 = заемщик зарегистрирован в Европе (за исключением Германии), Северной Африке, либо на Ближнем Востоке
Asia	1 = заемщик зарегистрирован в Азии или Австралии
Germany	1 = заемщик зарегистрирован в Германии
Services	1 = заемщик занят в сфере услуг
Trade	1 = заемщик занят в торговле
Capital intensive	1 = заемщик занят в капиталоемких отраслях
Structural change	1 если $t > 2002$ года
$\Delta GDPGR$	Изменение темпа роста ВВП

Эконометрическая модель оценки матриц вероятностей переходов кредитных рейтингов

В дальнейшем экономические отрасли агрегируются в три основные группы отраслей: *Сфера услуг (Services)*, *Торговля (Trade)* и *Капиталоемкое производство (Capital intensive)*.

Переменная *Изменение темпа роста ВВП* ($\Delta GDPGR_t$) определяется по следующим формулам:

$$\Delta GDPGR_t = GDPGR_t - GDPGR_{t-1},$$

где $GDPGR_t = \frac{GDP_t}{GDP_{t-1}}$.

Эта переменная используется в модели для учета возможных колебаний кредитных рейтингов под влиянием фазы экономического цикла, где в период экономического подъема наблюдается общее улучшение кредитных рейтингов, а в период рецессии — общее ухудшение.

Таблица 4 содержит результат оценки эконометрической модели — пороговый порядковый пробит. При этом уравнение первого уровня модели характеризует вероятность дефол-

Результаты оценки параметров модели

Переменная	Полная модель		Редуцированная модель	
	Переходный уровень	Уровень дефолта	Переходный уровень	Уровень дефолта
Константа	0,2604	1,0145**	0,2588	1,0235**
Порог 2	1,0578**	—	1,0537**	—
Порог 3	2,1237**	—	2,1173**	—
Порог 4	3,3572**	—	3,3490**	—
Порог 5	4,4735**	—	4,4646**	—
Порог 6	5,8791**	—	5,8701**	—
Порог 7	7,3128**	—	7,3043**	—
Порог 8	9,0174**	—	9,0073**	—
R1	-9,1115**	—	-9,1015**	—
R2	-7,5197**	—	-7,5120**	—
R3	-6,1017**	2,3007**	-6,1098**	2,2963**
R4	-5,0840**	2,1699**	-5,0950**	2,1723**
R5	-4,1801**	1,7072**	-4,1894**	1,7117**
R6	-3,1342**	1,3709**	-3,1447**	1,3801**
R7	-2,1748**	0,9514**	-2,1888**	0,9720**
R8	-1,4359**	0,5248	-1,4558**	0,5436
Old	0,0094	-0,2603*	—	-0,2682**
Old · Downgrade	-0,3181**	0,0347	-0,3010**	—
Old · Upgrade	0,3396**	-0,0509	0,3588**	—
L. America	0,001	-1,0421**	—	-1,0663
N. America	0,1814*	0,0518	0,2091**	—
Japan	-0,0894	5,0242	—	—
Europe	-0,0724	-0,3468*	—	-0,3713**
Asia	-0,1475	0,1282	—	—
Services	0,1323*	-0,0316	0,1284*	—
Trade	0,1029*	-0,0298	0,1050*	—
Str. Change	-0,5513**	0,4110**	-0,5761**	0,428**
$\Delta GDPGR$	-0,0704**	0,0679**	-0,0687**	0,0657**

Примечания.

- Переменные R1 и R2 не включены в модель на стадии дефолта, так как для этих категорий отсутствуют события дефолта.
- * — 5%-й уровень значимости, ** — 1%-й уровень значимости.
- Категории сравнения: R9, New, No change, Germany, Capital intensive.

та (столбец 3), а уравнение второго уровня характеризует переходные вероятности кредитных рейтингов (столбец 2). Кроме того, табл. 4 содержит параметры редуцированной модели пороговый порядковый пробит, включающей только статистически значимые (кроме константы) объясняющие переменные (столбцы 4–5). Важным свойством модели является то, что более высокие значения латентного индекса соответствуют худшим кредитным рейтингам. В связи с этим положительные (отрицательные) коэффициенты объясняющих переменных на втором переходном уровне оказывают отрицательный (положительный) эффект на прогнозируемый кредитный рейтинг заемщика. В то же время на первом уровне, т. е. в уравнении дефолта положительные (отрицательные) коэффициенты объясняющих переменных уменьшают (увеличивают) вероятность дефолта. Это объясняется тем, что более высокий номер кредитного рейтинга, например, R9, соответствует наихудшей категории кредитных рейтингов.

Важной особенностью моделей с дискретной зависимой переменной является зависимость маргинальных эффектов от значений объясняющих переменных, т. е. значения маргинальных эффектов определяются для каждого заемщика кредитного портфеля индивидуально и отличаются для заемщиков с различными значениями объясняющих переменных⁴. В данном случае стандартным решением проблемы множественности маргинальных эффектов является фиксация значений объясняющих переменных на стандартном (репрезентативном) заемщике либо на субпортфеле заемщиков со схожими стандартными значениями объясняющих переменных.

Определим стандартный субпортфель заемщиков в рассматриваемой базе данных. Для непрерывных объясняющих переменных, стандартные значения, как правило, определяют как математические ожидания этих переменных по всему кредитному портфелю. Поэтому зафиксируем значение переменной *Изменение темпа роста ВВП* ($\Delta GDPGR_t$) на уровне 0%, что практически совпадает с математическим ожиданием изменений темпа роста ВВП в выборке (0,1%) и характеризует стабильный рост ВВП.

Для дискретных объясняющих переменных определим стандартное значение как наиболее часто встречающееся в выборке. В таком случае стандартный субпортфель будет определен как состоящий из *старых* ($Old = 1$) заемщиков банка, обладающих стабильным кредитным рейтингом ($Upgrade = 0, Downgrade = 0$), зарегистрированных в *Германии* ($Germany = 1$) и осуществляющих бизнес в *Капиталоемких отраслях* ($Capitalintensive = 1$) в рассматриваемый в момент времени $t \leq 2002$ ($Str.change = 0$). Таким образом, стандартный субпортфель (X_0) определяется как

$$X_0 = \{Old = 1, Upgrade = 0, Downgrade = 0, Germany = 1, Capitalintensive = 1, Str.change = 0, \Delta GDPGR = 0\}.$$

Основываясь на значениях определенного стандартного субпортфеля и используя оценки коэффициентов модели, представленные в табл. 4, определим стандартную условную матрицу вероятностей переходов (табл. 5).

Сравнение условной и безусловной матриц (табл. 1) вероятностей переходов для стандартного субпортфеля заемщиков позволяет выявить ряд различий. Во-первых, вероятности дефолта для низкокачественных категорий R7–R9 выше в условной матрице веро-

⁴ Маржинальный (предельный) эффект объясняющей переменной — предельное изменение зависимой переменной при единичном изменении объясняющей переменной.

Условная матрица вероятностей переходов для стандартного субпортфеля

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	Дефолт
R1	0,486	0,466	0,047	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
R2	0,052	0,479	0,404	0,063	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
R3	0,001	0,091	0,451	0,391	0,060	0,004	0,000	0,000	0,000	0,001
R4	0,000	0,010	0,173	0,508	0,255	0,051	0,002	0,000	0,000	0,002
R5	0,000	0,001	0,034	0,306	0,416	0,211	0,025	0,001	0,000	0,007
R6	0,000	0,000	0,002	0,070	0,291	0,439	0,157	0,023	0,001	0,016
R7	0,000	0,000	0,000	0,008	0,087	0,362	0,350	0,132	0,019	0,042
R8	0,000	0,000	0,000	0,001	0,019	0,174	0,355	0,271	0,083	0,097
R9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,009	0,082	0,256	0,427	0,225

ятностей переходов. Во-вторых, переходы рейтингов в соответствии с вероятностными распределениями условной матрицы характеризуются меньшей стабильностью, т. е. условная матрица обладает меньшими значениями диагональных элементов (за исключением R1). Это свойство условной матрицы вероятностей переходов объясняется тем, что при использовании нормального распределения, переходные вероятности, наиболее удаленные от главной диагонали (угловые вероятности), имеют строго положительные значения⁵, что не может не уменьшить значения диагональных элементов условной переходной матрицы.

В отличие от этого, вероятности, полученные в безусловной переходной матрице, отличны от нуля только в случае наличия соответствующих переходов кредитных рейтингов в рассматриваемой выборке. Это свойство статистической оценки безусловных матриц вероятностей переходов широко критиковалось в научной литературе [Lando, Scodeberg (2002)]⁶. Оценка вероятностей редких (угловых) переходов, равная нулю, при отсутствии таковых в выборке влечет смещение оценок вероятностей диагональных элементов в сторону более высоких значений и способствует созданию иллюзии высокой стабильности кредитных рейтингов банка. В то же время условная матрица вероятностей переходов, полученная на основе модели — пороговый порядковый пробит, исправляет данный недостаток статистического метода оценки переходных матриц, размещая больше вероятностной массы в ячейках, соответствующих наиболее редким переходам.

5. Анализ маргинальных эффектов объясняющих переменных

Теперь обратимся к более подробному анализу полученных маргинальных эффектов объясняющих переменных, т. е. проанализируем влияние объясняющих переменных на пе-

⁵ В табл. 5 используются округленные значения вероятностей до третьего знака, тем не менее все значения вероятностей строго положительны в отличие от безусловной матрицы вероятностей переходов (табл.1).

⁶ Критика этих авторов в основном фокусировалась на нулевых вероятностях дефолта, но в целом распространяется и на нулевые вероятности переходов.

реходные вероятности и вероятность дефолта, при этом зафиксируем начальные значения объясняющих переменных на уровне X_0 , соответствующем стандартному субпортфелю заемщиков. Как следует из табл. 4, переменная *Old* статистически значима только на уровне дефолта модели, т. е. на первом уровне. Отрицательный знак соответствующего коэффициента (-0,2682) свидетельствует о том, что «старые» заемщики банка в среднем характеризуются более высокими вероятностями дефолта при сравнении с заемщиками, впервые получившими кредит. «Старый» в данном случае означает не возраст компании-заемщика, а опыт работы с данным банком и длительность присвоения кредитного рейтинга. Объяснение того, что новые заемщики характеризуются меньшей вероятностью дефолта, следует из целевого отбора заемщиков кредитующим банком (selection bias). Отбор новых заемщиков производится на основе жестких критериев, установленных банком, в связи с этим, как правило, кредит предоставляется наиболее финансово-устойчивым и надежным заемщикам. Со временем финансовая стабильность и кредитоспособность этих заемщиков, как правило, не изменяется, либо ухудшается, что свидетельствует о снижении средней кредитоспособности «старых» заемщиков. Таким образом, в результате целенаправленного отбора заемщиков банком средняя кредитоспособность «новых» заемщиков оказывается выше средней кредитоспособности «старых».

Как следует из табл. 4, понижение кредитного рейтинга в прошлый период времени (*Downgrade* = 1) имеет строго положительный эффект на прогнозируемое будущее значение кредитного рейтинга, распределение вероятностей смещено влево. И наоборот, улучшение кредитного рейтинга в прошлый момент времени (*Upgrade* = 1) имеет отрицательный эффект на последующее значение кредитного рейтинга, т. е. распределение вероятностей смещено вправо. Полученный результат свидетельствует о наличии отрицательной автокорреляции временного ряда изменений кредитных рейтингов или стационарного процесса, колеблющегося вокруг своего математического ожидания (mean-reversion process).

В работе Луфлера [Loeffler (2002)] сравнивается динамика изменений внутренних кредитных рейтингов и кредитных рейтингов ведущих рейтинговых агентств. Анализ проводится в предположении того, что распределение вероятностей индекса кредитоспособности является симметричным распределением, где плотность вероятности монотонно снижается по мере удаления от математического ожидания, и кредитный рейтинг изменяется при пересечении математическим ожиданием заранее обозначенных пограничных значений. В этом случае «... пересечение порогового значения, влекущее изменение кредитного рейтинга, более вероятно на малую величину, нежели на большую. Чем ближе значение индекса кредитоспособности к только что пересеченному пороговому значению, тем больше вероятность возврата кредитного рейтинга по сравнению с вероятностью последующего изменения кредитного рейтинга в сторону удаления от предшествующего значения» [Loeffler (2002)]. Данный аргумент в полной мере объясняет наличие отрицательной автокорреляции кредитных рейтингов коммерческих банков, использующих симметричные распределения вероятностей для оценки вероятностей дефолта.

Маржинальный эффект различных географических и отраслевых бинарных переменных неоднозначен на различных уровнях модели. Так, переменные *Латинская Америка* (*L.America*) и *Европа* (*Europe*) статистически значимы только на уровне дефолта модели (первом уровне), при этом принадлежность компаний-заемщиков к этим двум регионам повыша-

ет вероятность дефолта по сравнению с заемщиками из Германии. Существенно более высокие вероятности дефолта заемщиков из Латинской Америки во многом объясняются финансовым кризисом в Аргентине в 2000 году. Отраслевые переменные статистически значимы только на переходном (втором) уровне модели. Положительные коэффициенты переменных Торговля (*Trade*) и Сфера услуг (*Services*) свидетельствуют о более низких темпах повышения кредитных рейтингов заемщиков в этих отраслях по сравнению с занятыми в капиталоемких отраслях.

Переменная *Изменение темпа роста ВВП* ($\Delta GDPGR_t$) используется в модели для учета влияния стадии экономического цикла на изменения кредитных рейтингов. Данная переменная статистически значима на обоих уровнях модели, т. е. существенно влияет не только на вероятности дефолта, но и на переходные вероятности. Полученные в табл. 4 коэффициенты этой переменной свидетельствуют о том, что в период экономического подъема снижаются вероятности дефолта и повышаются вероятности улучшения кредитных рейтингов.

Для проведения количественного анализа влияния стадии экономического цикла, на матрицу переходных вероятностей необходимо дать количественную оценку понятиям «экономический спад» и «экономический подъем» экономики, т. е. определить, какое изменение темпов роста ВВП соответствует каждой из приведенных категорий. Таблица 6 содержит значения квантилей эмпирического распределения переменной *Изменение темпа роста ВВП* ($\Delta GDPGR_t$) для 53 стран регистрации заемщиков рассматриваемого кредитного портфеля периода 1998–2004 годов. Математическое ожидание распределения вероятностей изменений темпов роста ВВП составляет — 0,1%, а медиана распределения (квантиль 50%) равна — 0,05%, из чего следует, что «нормальное развитие» экономики характеризуется стабильным экономическим ростом ($\Delta GDPGR_t = 0$), так как и медиана, и математическое ожидание распределения близки к 0. В соответствии с табл. 6 определим «экономический спад» как отрицательное изменение темпов роста ВВП более чем на 1,5% ($\Delta GDPGR_t \leq -1,5\%$) (например, если темп роста ВВП уменьшается с 5 до 3,5% в год), что близко по значению 25%-му квантилю распределения. Аналогично определим «экономический подъем» как положительное изменение темпов роста ВВП более чем на 1,5% ($\Delta GDPGR_t > 1,5\%$) (например, если темп роста ВВП увеличится с 5 до 6,5% в год), что близко по значению 75%-му квантилю распределения.

Таблица 6

Изменение темпов роста ВВП

Квантиль	0%	5%	10%	25%	50%	75%	90%	95%	100%
Значение, %	-19,40	-6,60	-3,50	-1,40	-0,05	1,20	2,80	5,20	19,70
Дискретная шкала, %	Экономический спад				Нормальное развитие	Экономический подъем			
	$\leq -1,5$				0	$\geq 1,5$			

Приведенная дискретизация распределения изменений темпов роста ВВП, а так же оценки коэффициентов переменной *Изменение темпа роста ВВП* ($\Delta GDPGR_t$) в табл. 4 позволяют проследить влияние стадии экономического цикла на структуру переходной матрицы. Так,

в период экономического подъема ($\Delta GDPGR_t = 1,5\%$) распределение вероятностей переходов смещается влево, увеличивая стабильность заемщиков с высокими кредитными рейтингами (диагональные элементы) и повышая вероятности улучшения кредитных рейтингов заемщиков низких кредитных категорий. Вероятность дефолта заемщиков начальной кредитной категории $R9$ уменьшается с 22,5 до 19,7%. И наоборот, в период экономической рецессии (спада) ($\Delta GDPGR_t = -1,5\%$) вероятность дефолта заемщиков кредитной категории $R9$ увеличивается с 22,5 до 25,6%. В целом в период рецессии распределение вероятностей смещено вправо для заемщиков всех кредитных категорий.

6. Выводы

В условиях динамического развития экономики и расширения объемов кредитования кредитные организации, в первую очередь, банки, сталкиваются с проблемой оценки и эффективного управления кредитным риском. В данной статье приводится краткое описание двух наиболее часто используемых на практике портфельных моделей управления кредитным риском: Credit Metrics (J. P. Morgan) и Credit Portfolio View (McKinsey). Критический анализ свойств этих моделей, в частности, модели Credit Metrics (J. P. Morgan), позволил выявить ряд ее недостатков, в том числе, постоянные вероятности переходов кредитных рейтингов, независимые от экономической среды функционирования компаний-заемщиков. В связи с этим в статье показан эконометрический метод оценки матриц вероятностей переходов на основе ряда объясняющих переменных, характеризующих географический регион, отраслевую принадлежность, стадию экономического цикла и кредитную историю заемщиков. В основе данного метода лежит модель с дискретной зависимой переменной — пороговый порядковый пробит. Достоинством этой модели является возможность оценить влияние отдельных переменных экономической среды на распределение вероятностей изменений кредитных рейтингов (вероятностей переходов). Кроме того, пороговая спецификация модели позволяет разделить стадию оценки вероятностей дефолта как объективного события, и стадию оценки вероятностей изменений кредитных рейтингов, являющихся субъективными оценками специалистов банка о кредитоспособности заемщиков.

Список литературы

- Тихомиров Н. П., Дорохина Е. Ю. Эконометрика. М.: Экзамен, 2003.
- Crouchy M., Galai D., Mark R. A comparative analysis of current credit risk models // *Journal of Banking and Finance*. 2000. № 24. P. 59–117.
- Crouchy M., Galai D., Mark R. Risk management. New York: McGraw-Hill, 2001.
- Kern M., Rudolph B. Comparative analysis of alternative credit risk models — An application on German middle market loan portfolios // *Working paper*. Center for financial studies, Goethe University. Frankfurt. 2001. № 3.
- Lando D., Scodeberg T. M. Analyzing rating transitions and rating drift with continuous observations // *Journal of Banking and Finance*. 2002. № 26. P. 423–444.
- Loeffler G. Avoiding the rating bounce: Why rating agencies are slow to react to new information // *Working paper*. Goethe University. Frankfurt. 2002. № 97.
- Morgan J. P. CreditMetrics — Technical Document. New York: J. P. Morgan, 1997.
- Statistisches Bundesamt Deutschland. Auszug der Klassifikation der Wirtschaftszweige, Ausgabe WZ, 2003.