И. В. Лутошкин

Моделирование отдачи от частоты рекламных воздействий

В статье исследуется влияние частоты рекламного воздействия на объем продаж рекламируемого товара. Для этого вводится функция, описывающая это влияние, и постулируются ее свойства. Приводятся параметрические классы функций, которые можно использовать для моделирования функции отдачи. На основе статистических данных строятся функции отдачи, и проводится их анализ.

Ключевые слова: частота рекламного воздействия, функция отдачи от частоты рекламного воздействия.

1. Введение

Современное развитие экономики требует для анализа экономических процессов адекватных научно обоснованных методов оценки всех составляющих исследуемого объекта. Одной из таких важнейших компонент является реклама как метод воздействия с целью увеличения реализации продукции.

Вопрос эконометрического моделирования взаимосвязи «реклама — объем продаж» не является новым, достаточно подробно этот вопрос рассмотрен, например, в (Берндт, 2005). При этом большинство моделей, связанных с рекламными воздействиями, рассматривают случай, когда увеличение объема рекламного воздействия приводит к увеличению отдачи от рекламы вне зависимости от объема вложений, как, например, модель Видала-Вульфа (Дыхта, Самсонюк, 2000) или Эрроу-Нерлофа (Интрилигатор, 1975). Такое предположение имеет место, если дополнительные единицы вложения в рекламу влияют на качество воздействия: его тип, форму, целевую аудиторию. Однако, когда проводится «агрессивная» реклама, основным способом влияния является частота воздействия на одну и ту же целевую аудиторию (Бузин, 2008; Бузин, Бузина, 2006; Кеворков, Кеворков, 2005; Тиханов, 2000; Росситер, Перси, 2002; Феофанов, 2000). Для такого случая во многих работах отмечается эффект, основанный на особенностях человеческого восприятия и описываемый следующими правилами (Ромат, 2001; Телерекламный бизнес, 2001):

- существует некая пороговая частота рекламного воздействия, ниже которой реклама не воспринимается индивидом, т. е. не вызывает никакой реакции;
- при увеличении частоты воздействия свыше пороговой возникает позитивная реакция, которая с дальнейшим ростом частоты достигает некоторого максимального позитивного значения;
- еще большее повышение частоты воздействия приводит к ситуации, когда уровень позитивной реакции индивида начинает снижаться, приближаясь к некоторому значению: если слишком часто повторять одно и то же, люди склонны игнорировать подобное сообщение (критическая частота воздействия);

• при превышении критической частоты реакция индивида становится негативной — реклама превращается в антирекламу.

При этом дальнейшее (регрессионное) моделирование проблемы не получает своего логического развития. Это может объясняться как сложностью описания множества факторов, влияющих на рекламу, так и отсутствием культуры использования математического аппарата в российских компаниях. Достаточно серьезной является проблема отсутствия «качественной» статистики, что очень часто происходит из-за ведения «двойной» бухгалтерии, вследствие чего появляется «неправильная» статистическая информация.

В данной работе рассматривается случай применения активного массированного воздействия однотипной рекламой. Такой вид воздействия на потребителя характерен для ситуации, когда на некотором промежутке времени не меняется вид рекламы (форма ее подачи), целевая аудитория, конкуренты не успевают отреагировать своими действиями и т. д., таким образом, основной характеристикой влияния становится частота воздействия. Другие факторы, влияющие на потребителя, на исследуемом периоде практически не меняются.

2. Функция отдачи от частоты рекламного воздействия

Для исследования вышеописанного эффекта определим *функцию отдачи от частоты рекламного воздействия* (ЧРВ) $f(\omega)$. Аргументом ω функции является количество рекламных воздействий в единицу времени ($\omega \geq 0$). Что касается значений функции, то здесь возможны различные интерпретации:

• число купивших рекламируемые товары в единицу времени после воздействия;

• число пришедших в магазин в единицу времени после воздействия;

• объем продаж рекламируемого товара в единицу времени после рекламного воздействия.

Очевидно, что все эти характеристики, в силу их генезиса, неотрицательны, следовательно, $f(\omega) \geq 0$. В дальнейшем будем считать, что значением функции является число покупателей в единицу времени.

Постулируем следующие свойства функции отдачи от ЧРВ.

1) $f(0) = A$, $A \geq 0$, значение А показывает объем целевой аудитории, приобретающей продукцию или услуги исследуемого объекта в отсутствие рекламы. В данном случае считается, что реакция на воздействия начинается с нулевой частоты, т. е. начальная пороговая частота $\omega_0 = 0$. Если $\omega_0 > 0$, то функция отдачи рассматривается при $\omega \geq \omega_0$, а вместо условия $f(0) = A$ полагаем $f(\omega_0) = A$.

2) $f(\omega) \to B$ при $\omega \to \infty$, $B \geq 0$, величина B показывает объем целевой аудитории, которая готова приобретать продукцию или услуги исследуемого объекта при бесконечно большом объеме рекламных воздействий.

3) Существует $\bar{\omega} > 0$, такое, что $f(\omega)$ строго возрастает на множестве $[0; \bar{\omega})$ и строго убывает на интервале $(\bar{\omega}; \infty)$. Это означает, что при первоначальном увеличении интенсивности воздействий на целевую аудиторию отдача от рекламы возрастает (увеличивается число приобретающих продукцию), но, начиная с частоты $\bar{\omega}$, происходит уменьшение числа приобретающих. Таким образом, вводимая функция имеет единственный локальный (он же глобальный) максимум $\bar{\omega}$, который дает наилучшую отдачу от частоты воздействий.

Если функция $f(\omega)$ дифференцируема, то третье свойство эквивалентно условию 3′) $f'(\omega) > 0$ на $[0; \bar{\omega})$, $f'(\bar{\omega}) = 0$ и $f'(\omega) < 0$ на интервале $(\bar{\omega}; \infty)$.

Также отметим, что свойство неотрицательности функции отдачи от ЧРВ, очевидно, выполняется при наличии свойств 1)–3).

Типичный график функции отдачи изображен на рис. 1.

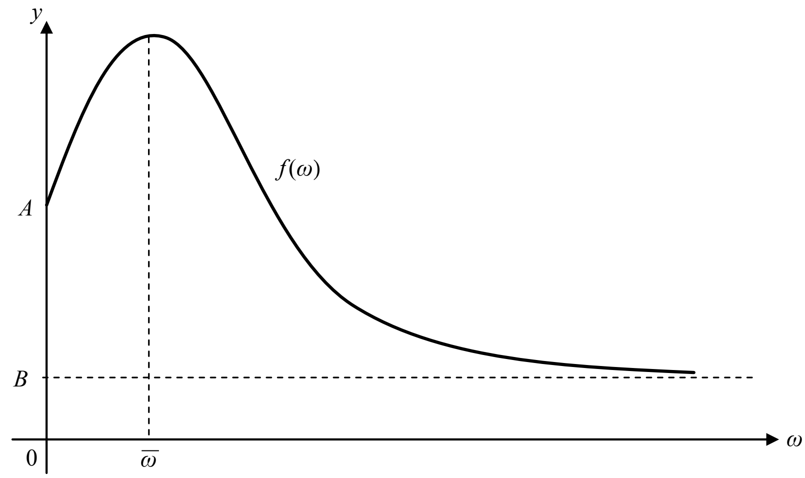

Рис. 1. Функция отдачи от ЧРВ: $y = f(\omega)$

3. Параметрические представления функции отдачи от ЧРВ

Для оценки влияния частоты рекламных воздействий можно использовать регрессионный анализ, требующий задания определенного класса параметрических функций. Введем классы функций, которые могли бы адекватно описывать функцию отдачи от ЧРВ.

Экспоненциальная функция отдачи от ЧРВ. Рассмотрим представление

$$f(\omega) = a_0 + a_1 \exp(a_2\omega - a_3\omega^2).$$

Исследуем, при каких значениях параметров поведение введенной функции согласуется с аксиоматическими свойствами 1)–3).

Из свойства 1) следует, что $A = f(0) = a_0 + a_1 \geq 0$. Для выполнения свойства 2) необходимо существование предела функции $f(\omega)$ при $\omega \to \infty$, это возможно обеспечить, когда $a_3 > 0$, при этом $B = \lim_{\omega\to\infty} f(\omega) = a_0 \geq 0$.

Параметр $a_1 > 0$, поскольку в противном случае $f(\omega)$ не будет возрастать при достаточно малых $\omega > 0$, что противоречит свойству 3). Приведенная функция является дифференцируемой и имеет единственный локальный (он же — глобальный) максимум. Необходимое условие локального экстремума позволяет получить уравнение:

$$f'(\omega) = a_1 \exp(a_2\omega - a_3\omega^2)(a_2 - 2a_3\omega) = 0\,,$$

из которого следует, что $a_2 - 2a_3\omega = 0$, тогда

$$\bar{\omega} = \frac{a_2}{2a_3} > 0.$$

Так как $a_3 > 0$, то из условия положительности $\bar{\omega}$ следует $a_2 > 0$.

Очевидно, что знак производной определяется линейным сомножителем $(a_2 - 2a_3\omega)$, следовательно (в силу положительности a_3), производная положительна при $\omega < \bar{\omega}$ и отрицательна при $\omega > \bar{\omega}$, значит $\bar{\omega}$ — точка максимума. Таким образом, экспоненциальная функция отдачи от ЧРВ удовлетворяет всем аксиоматическим свойствам, если ее параметры положительны. Стоит отметить, что данное представление может быть использовано только для тех случаев, когда $A \geq B$, т. е. при очень большом воздействии отдача меньше, чем при отсутствии рекламы вообще. Это соответствует варианту наличия интервала воздействий, при которых реклама становится антирекламой.

Дробно-рациональная функция отдачи от ЧРВ. Другим представлением функции отдачи от ЧРВ может быть такое:

$$f(\omega) = a_0 + a_1 \frac{\omega + a_2}{\omega^2 + a_3}.$$

Проанализируем, когда справедливы свойства 1)–3) для данной функции. Свойство 2) выполнено, если $B = \lim\limits_{\omega \to \infty} f(\omega) = a_0 \geq 0$. Поскольку исследуемая функция является дифференцируемой, ее производная должна удовлетворять свойству 3′). Производная имеет вид

$$f'(\omega) = a_1 \frac{-\omega^2 - 2a_2\omega + a_3}{(\omega^2 + a_3)^2}.$$

Для удовлетворения рассматриваемой функции отдачи от ЧРВ условию 3′) необходимо, чтобы уравнение $f'(\omega) = 0$ имело единственный корень на $(0;\infty)$. Следовательно, уравнение $-\omega^2 - 2a_2\omega + a_3 = 0$ должно иметь единственный корень на указанном множестве (случай $a_1 = 0$ является вырожденным и не представляет интереса). Можно показать, что последнее условие приводит к факту положительности a_3 и единственному допустимому корню $\bar{\omega} = -a_2 + \sqrt{a_2^2 + a_3} > 0$. Так как на $[0;\bar{\omega})$ $f'(\omega)$ должна быть положительна, то $\lim\limits_{\omega \to 0} f'(\omega) = a_1 / a_3 \geq 0$, следовательно, $a_1 > 0$. Очевидно, что полученная точка $\bar{\omega}$ является точкой максимума: знак производной определяется ее числителем, который представляет собой параболу с направленными вниз ветвями, правый корень параболы располагается на положительной полуоси, а левый на отрицательной, следовательно, производная положительна на множестве $[0;\bar{\omega})$ и отрицательна на $(\bar{\omega};\infty)$.

Из свойства 1) получаем неравенство $f(0) = a_0 + a_1 a_2 / a_3 \geq 0$, которое очевидным образом обеспечивает свойство неотрицательности дробно-рациональной функции.

Отметим, что дробно-рациональная функция отдачи от ЧРВ включает в себя (в отличие от экспоненциальной) варианты, когда $A \geq B$ и $A \leq B$. Эти два случая связаны с параметром a_2: если $a_2 > 0$, то при достаточно большой частоте воздействия рекламных сообщений объем продаж становится меньше по сравнению со случаем отсутствия рекламы; если $a_2 < 0$, то это означает, что некоторая часть целевой аудитории, прореагировавшая на рекламу, не отказывается от продукции даже при очень высокой частоте воздействий.

Линейно-показательная функция отдачи от ЧРВ. Следующее представление является синтезом экспоненциальной и линейной функций:

$$f(\omega) = a_0 + (a_1 + a_2\omega)\exp(-a_3\omega).$$

Как и для предыдущих представлений, можно вывести, при каких параметрах линейно-показательная функция соответствует введенным для функций отдачи от ЧРВ свойствам. Из свойства 1) следует неравенство $A = f(0) = a_0 + a_1 \geq 0$. Для существования конечного предела $B = \lim\limits_{\omega\to\infty} f(\omega)$ необходимо $a_3 > 0$, соответственно, выполнение свойства 2) определяется условием $B = a_0 \geq 0$.

Линейно-показательная функция является дифференцируемой, что позволяет вместо условия 3) рассматривать условие 3′). Найдем производную

$$f'(\omega) = (a_2 - a_3(a_1 + a_2\omega))\exp(-a_3\omega)$$

и составим уравнение $f'(\omega) = 0$, из которого выводится единственное решение

$$\overline{\omega} = \frac{a_2 - a_1 a_3}{a_2 a_3} > 0.$$

Знак $f'(\omega)$ определяется сомножителем $a_2 - a_3(a_1 + a_2\omega)$, который является линейной функцией частоты ω. Тогда обеспечение условия 3′) эквивалентно тому, что приведенная выше линейная функция будет убывающей, т. е $a_2 a_3 > 0$. Из положительности a_3 следует положительность a_2. В этом случае условие $\overline{\omega} > 0$ можно заменить на $a_2 > a_1 a_3$.

Линейно-показательная (как и дробно-рациональная) функция имеет возможность моделирования двух вариантов рекламных воздействий $A \geq B$ и $A \leq B$. Эти варианты определяются коэффициентом a_1: если $a_1 > 0$, то $A \geq B$, и, начиная с определенной частоты, реклама дает отрицательный эффект; в противном случае $A \leq B$, что означает отсутствие частот с отрицательным воздействием.

Следует отметить, что все три предлагаемых функции отдачи от ЧРВ внутренне нелинейны по параметрам, что при оценивании параметров статистическими методами требует применения соответствующих методов, к примеру, нелинейного метода наименьших квадратов. Это, конечно, осложняет оценку значимости найденных параметров и не гарантирует нахождения абсолютного минимума функции потерь, что является «платой» за задаваемое эмпирическое представление.

4. Построение функций отдачи от ЧРВ

Рассмотрим построение предлагаемых функций отдачи от ЧРВ на примере статистики двух предприятий: ООО ТД «РМ» и ООО «Бизнес-Пресса». В качестве статистической модели рассматривается следующая:

$$y = f(\omega, a) + \varepsilon,$$

где y — количество купивших продукцию, a — вектор параметров, определяющих конечное представление функции отдачи, ε — ошибка наблюдения, которая принимается случайной величиной с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, не зависящей от частоты ω.

Оценивание параметров $f(\omega, a)$ во всех моделях происходило нелинейным методом наименьших квадратов (МНК). Такой выбор основывается на двух моментах. При дополнительном условии нормальности распределения ошибок и их некоррелированности МНК позволяет, пусть и с некоторой долей условности (Айвазян и др., 1985), проанализировать найденные параметры. Второй момент относится к вычислительному аспекту: эффективные методы поиска минимума (например, градиентный или Ньютона) требуют наличия непрерывных производных первого (или второго) порядка, что обеспечивается при использовании нелинейного МНК.

Вначале обратимся к статистике предприятия ООО ТД «РМ» (наружная реклама). Данная статистика (табл. 1) является приведенной к соответствующим периодам времени (неделя), строка «частота» содержит количество воздействий в неделю, строка «отдача» — количество купивших продукцию (тыс. чел.).

Таблица 1. Статистика ООО ТД «РМ»

Частота	0	0.5	0.7	1	1.5	2	3	5	6.5
Отдача	0.055	0.059	0.062	0.070	0.081	0.095	0.101	0.110	0.112
Частота	8	10	12	16	18	22	26	30	42
Отдача	0.109	0.101	0.091	0.072	0.060	0.040	0.030	0.022	0.005

В таблице 2 приведены результаты моделирования функций отдачи от ЧРВ, соответствующих введенным моделям.

Как видно из таблицы, практически все оценки параметров значимы при уровне доверия выше 95%. Оцененные функции имеют достаточно высокий коэффициент детерминации,

Таблица 2. Оценки по различным моделям ТД «РМ»

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Экспоненциальная	$a_0 = 0.0163$	0.0061	0.94	8.4 / 3.09	0.110 / 0.010
	$a_1 = 0.0499$	0.0074			
	$a_2 = 0.1519$	0.0277			
	$a_3 = 0.0091$	0.0017			
Дробно-рациональная	$a_0 = 0$	0.0000	0.93	4.8 / 1.09	0.113 / 0.010
	$a_1 = 1.0927$	0.0705			
	$a_2 = 1.8014$	0.5600			
	$a_3 = 40.9133$	9.0710			
Линейно-показательная	$a_0 = 0.0003$	0.0031	0.99	6.1 / 0.42	0.112 / 0.003
	$a_1 = 0.0496$	0.0040			
	$a_2 = 0.0329$	0.0012			
	$a_3 = 0.1320$	0.0044			

при этом лучше всего соответствует реальным наблюдениям линейно-показательная функция отдачи от ЧРВ. Что касается точечной оценки оптимальной частоты, то дробно-рациональная модель ее несколько занижает, а экспоненциальная — завышает. Однако, если оценить оптимальные частоты интервальными оценками, используя соответствующие оценки параметров, то различие в полученных значениях достигается только при невысоком уровне доверия. Так, различие между оптимальными частотами экспоненциальной и линейно-показательной моделями становится существенным при уровне доверия менее 25%. При этом различие в прогнозировании максимальной отдачи составляет менее 3%, статистически эти показатели почти неотличимы.

Обратимся к статистической информации по воздействию на целевую аудиторию рекламных сообщений о продукции компании ООО «Бизнес-Пресса». По рекламе продукции данной компании есть статистическая информация на основе трех типов воздействия: промо-акции, телевидение и печать рекламных сообщений в прессе. Так же, как и в предыдущем случае, статистическая информация приводится к периоду времени (неделя), отдача — количество купивших продукцию (тыс. чел.).

Вначале рассмотрим статистику по промо-акциям (табл. 3) и результаты моделирования на основе приведенной статистики (табл. 4).

Таблица 3. Статистика ООО ТД «Бизнес-Пресса» (промо-акции)

Частота	0	0.5	0.8	1.5	2.5	3	3.5	4.5	5
Отдача	0.117	0.129	0.145	0.197	0.245	0.250	0.260	0.252	0.213
Частота	6	6.5	7.5	10	14.5	18	23	27	36.5
Отдача	0.166	0.119	0.070	0.030	0.016	0.008	0.007	0.007	0.003

Для данной статистики наиболее удачными, согласно коэффициенту детерминации, оказались экспоненциальная и линейно-показательная функции, что нашло свое отражение и в интервальной оценке параметров. Параметры экспоненциальной и линейно-показательной функций надежны на уровне выше 95%, а надежность параметров дробно-рациональной функции не превышает 50%. Что касается точечной оценки оптимальной частоты воздействия, то, как и в предыдущем случае, дробно-рациональная модель дает наименьшее значение, экспоненциальная — наибольшее, при этом статистическое различие между этими показателями значимо на уровне 50%. Максимальное отличие в прогнозе оптимальной отдачи составляет 12%, однако статистически эти различия достаточно малы.

Таблица 4. Оценки по различным моделям ООО ТД «Бизнес-Пресса» (промо-акции)

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Экспоненциальная	$a_0 = 0.0100$	0.0033	0.99	3.45 / 0.35	0.261 / 0.008
	$a_1 = 0.0951$	0.0052			
	$a_2 = 0.5635$	0.0291			
	$a_3 = 0.0816$	0.0041			

Окончание табл. 4

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Дробно-рациональная	$a_0 = 0$	0.0000	0.83	2.1 / 1.14	0.233 / 0.051
	$a_1 = 0.9930$	0.1397			
	$a_2 = 0.6643$	0.5791			
	$a_3 = 7.3646$	3.9191			
Линейно-показательная	$a_0 = 0$	0.0140	0.93	2.48 / 0.46	0.244 / 0.032
	$a_1 = 0.0753$	0.0251			
	$a_2 = 0.2048$	0.0493			
	а3 = 0.3509	0.0314			

Вторым анализируемым типом воздействий при рекламе продукции ООО «Бизнес-пресса» является печать сообщений в газетах (табл. 5).

Таблица 5. Статистика ООО ТД «Бизнес-Пресса» (пресса)

Частота	0	0.6	0.9	1.5	2	2.5	3.5	4.5
Отдача	0.093	0.097	0.102	0.106	0.106	0.100	0.092	0.075
Частота	5	6	8	14	20.5	27	41	
Отдача	0.051	0.040	0.030	0.021	0.015	0.013	0.005	

Результаты моделирования по частоте рекламных воздействий через прессу приведены в табл. 6.

Оцененные параметры экспоненциальной и линейно-показательной функций надежны на 95%, а дробно-рациональной — на 85%. Большие значения коэффициента детерминации показывают, что все три модели очень хорошо приблизили статистические данные по рекламе продукции через прессу. Точечные оценки оптимальной частоты несколько завышают результат в экспоненциальной модели и оставляют одинаковым в двух оставшихся, при этом статистически эти показатели слабо отличим. Различие в прогнозе максимальной отдачи составляет менее 3% и статистически несущественно.

Таблица 6. Оценки по различным моделям ООО ТД «Бизнес-Пресса» (пресса)

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Экспоненциальная	$a_0 = 0.0146$	0.0027	0.98	1.665 / 0.645	0.106 / 0.0007
	$a_1 = 0.0766$	0.0051			
	$a_2 = 0.2099$	0.0514			
	$a_3 = 0.0630$	0.0101			

Окончание табл. 6

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Дробно-рациональная	$a_0 = 0$	0.0000	0.97	1.202 / 0.708	0.109 / 0.011
	$a_1 = 0.2624$	0.0287			
	$a_2 = 2.3466$	1.5936			
	$a_3 = 7.0913$	3.3026			
Линейно-показательная	$a_0 = 0.0117$	0.0035	0.98	1.232 / 0.455	0.108 / 0.002
	$a_1 = 0.0760$	0.0074			
	$a_2 = 0.0719$	0.0118			
	$a_3 = 0.4366$	0.0381			

Последним исследуемым типом воздействий является подача рекламных сообщений по телевидению (табл. 7).

Таблица 7. Статистика ООО ТД «Бизнес-Пресса» (телевидение)

Частота	0	0.5	1	2	2.5	3.3	4	5
Отдача	0.070	0.078	0.088	0.095	0.100	0.106	0.097	0.080
Частота	5.5	6.2	7	7.5	9.5	11.3	13.5	16.5
Отдача	0.072	0.055	0.040	0.031	0.013	0.008	0.005	0.003

Результаты эконометрического моделирования частоты показа рекламных воздействий по телевидению приведены в табл. 8.

Оценки параметров экспоненциальной и линейно-показательной функций надежны на 95% уровне, а дробно-рациональной — на 40%. Наилучшие показатели детерминации у экспоненциальной и линейно-показательных моделей, причем они — достаточно высокие. Точечная оценка оптимальной частоты наибольшая у экспоненциальной модели, наименьшая у дробно-рациональной. Статистически различие между оптимальными частотами экспоненциальной и линейно-показательной моделями надежно на 40%-ном уровне. Отличие в результате точечного прогноза максимальной отдачи по всем трем моделям составляет менее 4% и статистического различия почти нет.

Таблица 8. Оценки по различным моделям ООО ТД «Бизнес-Пресса» (телевидение)

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Экспоненциальная	$a_0 = 0.0045$	0.0014	0.99	2.803 / 0.289	0.103 / 0.002
	$a_1 = 0.0635$	0.0022			
	$a_2 = 0.3155$	0.0183			
	$a_3 = 0.0563$	0.0028			

Окончание табл. 8

Функция отдачи от ЧРВ			Коэффициент детерминации R^2	Оптимальная частота / ошибка аппроксимации	Максимальная отдача / ошибка прогноза
Модель	Оценка параметра	Стандартная ошибка			
Дробно-рациональная	$a_0 = 0$	0.0159	0.83	1.596 / 1.717	0.101 / 0.018
	$a_1 = 0.3233$	0.1034			
	$a_2 = 1.5791$	1.4965			
	$a_3 = 7.5878$	6.1290			
Линейно-показательная	$a_0 = 0$	0.0076	0.95	1.937 / 0.487	0.105 / 0.009
	$a_1 = 0.0605$	0.0114			
	$a_2 = 0.0794$	0.0104			
	$a_3 = 0.3704$	0.0334			

Практически во всех четырех случаях параметр a_0 либо равен, либо «близок» к нулю (при бесконечно частых воздействиях спрос нулевой), что дает возможность строить модели и без этого параметра. Такие модели также были построены, при этом значения параметров и коэффициента детерминации менялись незначительно. Наиболее интересным вариантом оказалась экспоненциальная модель, т. к. она в этом случае становится внутренне линейной, и после логарифмирования получается линейная модель с двумя регрессорами (ω и ω^2). По ней были получены следующие результаты (табл. 9).

Таблица 9. Результаты по линеаризованной модели

Статистика	«РМ» (наружная реклама)	«Бизнес-Пресса» (промо-акции)	«Бизнес-Пресса» (пресса)	«Бизнес-Пресса» (телевидение)
Коэффициент детерминации R^2	0.934	0.885	0.952	0.928

На первый взгляд, данные результаты говорят о неплохой аппроксимации: все уравнения значимы с надежностью выше 95%, практически все коэффициенты значимы с вероятностью выше 95%. Однако в трех случаях из четырех в моделях $\bar{\omega} = 0$. Это произошло из-за логарифмирования данных по отдаче, при этом преобразовании данные были практически сглажены, и обычный МНК оказался нечувствительным к наличию максимума.

5. Заключение

В работе предлагается три вида моделей, с помощью которых можно оценить эффект от воздействия агрессивной рекламы, когда изменяемым параметром является частота воздействия. Другие параметры (качество рекламы, целевая аудитория, тип воздействия и т. д.) исследуемого объекта не меняются. Предлагаемые модели опробованы на статистике, представленной двумя компаниями.

По результатам проведенных исследований можно сделать вывод, что из трех предлагаемых моделей наилучшая по аппроксимации статистических данных — экспоненциальная (в трех случаях из четырех она имеет наивысший коэффициент детерминации). При этом экспоненциальная и линейно-показательные модели продемонстрировали достаточно высокие показатели оценки статистических данных (выше 90%). Интересным также представляется тот факт, что во всех четырех случаях экспоненциальная модель дает наибольшую оптимальную частоту, а дробно-рациональная — наименьшую. При этом стоит отметить, что статистически эти различия не очень существенны, в частности, дробно-рациональная модель в трех случаях из четырех имеет самую высокую (и весьма большую) ошибку аппроксимации оптимальной частоты.

Таким образом, сложно сделать однозначный вывод о преимуществах той или иной модели, но применение всех трех позволяет в каждом конкретном случае достаточно уверенно прогнозировать изучаемое явление.

Список литературы

Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. (1985). *Прикладная статистика: Исследование зависимостей.* М.: Финансы и статистика.

Берндт Э. Р. (2005). *Практика эконометрики: классика и современность.* М.: ЮНИТИ — ДИАНА.

Бузин В. Н. (2008). *Медиапланирование как управленческая технология повышения эффективности информационной компании.* Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата социологических наук. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова.

Бузин В. Н., Бузина Т. С. (2006). *Медиапланирование для практиков.* М.: Вершина.

Дыхта В. А., Самсонюк О. Н. (2000). *Оптимальное импульсное управление с приложениями.* М.: Физматлит.

Интрилигатор М. (1975). *Математические методы оптимизации и экономическая теория.* М.: Прогресс.

Кеворков В., Кеворков Д. (2005). *Маркетинг. Регламент бизнес-процесса.* М.: РИП-холдинг.

Ромат Е. (2001). *Реклама.* СПб: Питер.

Росситер Дж., Перси Л. (2002). *Реклама и продвижение товаров.* СПб: Питер.

Телерекламный бизнес. Информационно-аналитическое обеспечение. Под ред. В. П. Коломийца. (2001). М.: Издательство Международного института рекламы.

Тиханов О. (2000). Математическая модель достижения необходимого уровня известности товара (услуги). *Практический маркетинг*, 12, 48–56.

Феофанов О. А. (2000). *Реклама. Новые технологии в России.* СПб: Питер.