А. В. Щерба

Сравнение моделей оценок VaR на интервалах прогнозирования разной срочности для акций российского фондового рынка[1]

Цель данного исследования заключается в поиске наиболее точной оценки суммы под риском (VaR) на примере четырех ликвидных акций первого эшелона российского фондового рынка. Для такой оценки в работе применяется одна из широко известных методик — GARCH-модель в оценке волатильности с шестью распределениями. Для оценки качества моделей и определения периодов с наиболее непредсказуемым поведением волатильности проводится бэк-тестинг моделей. Полученные результаты могут свидетельствовать о пригодности модели в тот или иной период на заданном горизонте времени[2].

Ключевые слова: сумма под риском, GARCH-модели, оценка рыночного риска, бэк-тестинг.

JEL classification: C58, C32, G32.

1. Введение

В период расцвета российского рынка ценных бумаг возрастает интерес к определению размера возможных потерь в процессе торговли финансовыми инструментами. Наиболее популярным методом определения уровня риска является мера VaR (Value at Risk — сумма под риском), или размер возможных потерь для заданной вероятности. Эта мера сейчас широко распространена среди риск-менеджеров и легка для понимания руководством финансовых организаций, особенно российских. Подходы к расчету VaR разнятся, но условно разделяются на два: 1) параметрический, связанный с оценкой риска на основе статистической модели финансового результата; 2) непараметрический, основанный на анализе максимального исторического убытка.

В настоящем исследовании будут применяться оценки VaR на основе обоих подходов — параметрического, к которому относятся модель с предположением о постоянной дисперсии и GARCH-модель, и непараметрического, к которому относится модель исторической оценки VaR. Цель исследования — определить метод, наиболее точно оценивающий VaR на временных промежутках разной длины и при разных состояниях рынка — предкризисном, кризисном, посткризисном.

В работе исследуется поведение временных рядов наиболее популярных акций российского рынка, «голубых фишек» — Газпрома, Сбербанка, ГМК «Норильский никель» и Роснефти. На основе их котировок проводится тестирование моделей оценки VaR.

---

[1] Автор благодарен О. А. Демидовой за помощь в написании статьи, а также Д. Фантаццини за ценные советы на первоначальной стадии работы.

[2] В Приложении указаны суммарные значения по VaR моделям, полные же значения с оценками квантилей могут быть представлены по требованию (email: sherbaa@gmail.com).

2. Обзор литературы

Исследование, проведенное в работе, опирается на множество публикаций, которые выходили в свет последние 30 лет. Эти публикации можно разделить на два направления — модели со стохастической волатильностью и модели оценки VaR.

Сначала рассмотрим работы, посвященные моделям со стохастической волатильностью, к которым относятся GARCH-модели. Они являются обобщенным вариантом ARCH моделей, которые впервые были упомянуты в работе (Engle, 1982). Данные модели обобщил Bollerslev (1986), после этого модели со стохастической волатильностью стали очень популярны в финансовой математике. Этот класс моделей все больше расширялся в выборе функции распределения, моделирования характера поведения ошибки процесса и экономической сущности поведения агентов финансового рынка. Появились работы (Nelson, 1991; Booth et al., 1997), где рассматривалась асимметричная волатильность — EGARCH-модели с предположением о том, что абсолютные убытки превышают абсолютные доходности. В (Engle, Ng, 1993) изучаются нелинейные модели — NGARCH, в которых рассматривается левередж эффект, когда влияние отрицательной доходности больше, чем положительной. Еще несколько моделей, учитывающих различный эффект положительной и отрицательной доходностей были предложены в работах (Glosten et al., 1993) — GJR-GARCH, (Zakoian, 1994) — TGARCH, (Sentana, 1995) — QGARCH. Также в ряде работ проводится анализ доходностей активов, поведение которых подчиняется распределениям, отличным от гауссовского — смещенное обобщенное распределение ошибки (Theodossiou, 2000; Pai, Lee, 2010), распределение Стьюдента (Nozari et al., 2010), смещенное распределение Стьюдента (Kuester et al., 2006).

Работы, посвященные расчету VaR, также получили свое развитие в 90-х годах. Одним из самых приверженных сторонников VaR является Philippe Jorion, работы которого в этом направлении публикуются с 1995 года. В том же году подробный анализ данной методики описан в документации банка J. P. Morgan, мирового гиганта глобального финансового рынка. В последующие годы издается статья (Jackson et al., 1998), посвященная моделям VaR для расчета необходимого капитала. Далее методики были усовершенствованы в работе (Christoffersen et al., 1999). Авторы статьи тестируют VaR, построенные с применением различных методик оценки волатильности. Позже появляются работы, посвященные применению многопараметрических распределений (Bauer, 2000), расчету VaR для опционов (Alesii, 2005), а также тестированию оценок VaR (Fajardo et al., 2006). VaR до сих пор является самой популярной мерой риска и успешно применяется в крупных финансовых компаниях наравне с такими мерами, как Expected Shortfall — среднее значение потерь в случае их превышения VaR, стресс-анализ — тестирование портфеля активов на период кризисного состояния экономики или компании, а также сценарный анализ.

В данной работе анализируется поведение четырех акций российского рынка ценных бумаг и проводится сравнение моделей оценки волатильности с точки зрения расчета меры риска VaR. Специально отдельно изучаются три периода, которые различны по своему характеру и тем самым требуют различного подхода в оценке риска. По сравнению с предыдущими исследованиями в этой области, в работе рассматривается кризисный период 2008–2009 годов. Также приводятся расчеты для исследования движения рынка в предкризисный период, чтобы проанализировать возможность отслеживания экономического состояния, приводящего к кризису. Кроме того, представлены расчеты по послекризисному периоду.

3. Данные

Для поиска наиболее точной оценки VaR используются доходности четырех активно торгуемых на российском фондовом рынке акций — Сбербанк (SBER03), Роснефть (ROSN), Газпром (GAZP) и Лукойл (LKOH). Информация по котировкам данных активов представлена на рынке ежедневно (за редким исключением), что помогает избежать проблемы пропущенных значений. Выбор «голубых фишек» наиболее точно отражает поведение российского рынка, т. к. эти компании являются основными «двигателями» российской экономики.

Данные, использованные в работе, представлены логарифмическими дневными доходностями цен закрытия на бирже ММВБ. Для оценки прогнозной силы моделей используется шесть временных периодов. Разделение на периоды проведено на основе поведенческих режимов экономики, которые присутствовали на российском рынке последние несколько лет.

Первый период (01.01.2006–31.07.2008) представляет интервал времени до наступления кризиса на российском фондовом рынке и является периодом спокойствия. Если ценная бумага не торговалась в начале периода, то началом периода для нее являлся первый день торговли на рынке, если этот день принадлежит данному временному интервалу.

Второй период (01.08.2008–31.12.2009) выбран с целью оценки точности прогноза моделей в кризисное время.

Третий период (11.01.2010–30.12.2010) является посткризисным временем.

Четвертый период, являющийся комбинацией первого и второго, создан для тестирования моделей оценки меры риска в кризисный период на основе данных предкризисного времени.

Пятый период, сочетание второго и третьего, используется для оценки способностей моделей прогнозировать риск посткризисного периода на основе кризисного.

Заключительный, шестой временной период (01.01.2006–30.12.2010) является сочетанием первых трех и включает в себя наиболее широкий диапазон дат.

Все шесть периодов разделены на два временных интервала:

- оценочный интервал — первый интервал временного периода, на основе которого производится оценивание волатильности;
- тестовый интервал — второй интервал временного периода, для которого производится оценка VaR, он образуется после отсечения от периода оценочного интервала.

Длины интервалов выбраны таким образом, чтобы тестировать модели на точность прогноза в условиях как одинакового, так и принципиально меняющегося рынка. Первый (стабилизация), второй (кризис) и третий (посткризис) временные периоды будем считать одинаковыми, имея в виду однородное поведение рынка на каждом из них. Длины тестовых интервалов для данных периодов равны 248, 170 и 130 днями. Годовой период — 248 рабочих дней — является общепринятой практикой, используемой в риск-менеджменте, а интервалы в 130 и 170 дней — половины кризисного и посткризисного временных периодов соответственно. Четвертый (стабилизация–кризис), пятый (кризис–посткризис) и шестой интервалы (стабилизация–кризис–посткризис) назовем принципиально меняющимся рынком, в котором волатильность сильно меняется со временем. Тестовые периоды для данных интервалов равны 360, 248 и 248 дням. Периоды выбраны таким образом, что кризисное время прогнозируется на основе стабилизационного периода, а посткризисное — на основе кризисного периода.

Для расчета оценок волатильности используется «окно» оценочного интервала, которое сдвигается на один день вперед для пересчета волатильности на следующий день. Данный пересчет продолжается до конца периода. Точность прогноза моделей в этом случае будет оцениваться на одном дне, а также на более долгосрочном периоде — 10, 20 и 100 рабочих дней. Таким образом, количество оцененных волатильностей, и соответственно оценок VaR, равно количеству рабочих дней тестового интервала минус период прогноза. Например, количество оценок VaR в прогнозе на один день вперед равно 248, 170, 130, 360, 248, 248 для каждого временного периода соответственно, а для прогноза на 10 дней вперед количество оценок уменьшается на десять значений и равно 238, 160, 120, 350, 238, 238 соответственно.

4. Методология

4.1. Сумма под риском (Value-at-Risk)

«VaR измеряет наихудший уровень потерь на временном горизонте в нормальных рыночных условиях при заданном уровне доверительной вероятности» (Jorion, 2001).

Математическое определение VaR выглядит следующим образом:

$$\mathrm{P}\big(R < VaR(\alpha)\big) = 1 - \alpha, \tag{1}$$

где R — логарифмическая доходность акции, равная $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$, S_t — цена акции в момент времени t.

Из формулы (1) видно, что VaR есть не что иное, как квантиль функции распределения случайной величины R для заданной вероятности α.

Непараметрический подход состоит в вычислении исторической оценки Value-at-Risk (HVaR) и является весьма распространенным методом, поскольку не требует знания функции распределения и сложных математических расчетов. Благодаря данным особенностям он используется в большинстве финансовых организаций, осуществляющих оценку риска. Для расчета HVaR необходимо выстроить доходности актива от меньшей к большей, а затем отсечь заданный процент от «хвоста» убытков. Минимальное значение (максимальный убыток) из оставшегося ряда и будет HVaR.

Параметрический подход требует знания закона распределения логарифмической доходности R. Для нахождения VaR необходимо оценить параметры распределения, а затем рассчитать Value-at-Risk по формуле (1). В данной работе использовано два вида параметрических моделей (с различными предположениями): 1) логарифмическая доходность акции имеет нормальное распределение с постоянной дисперсией; 2) распределение логарифмической доходности акции описывается GARCH-моделью.

В первом случае используется несмещенная оценка стандартного отклонения логарифмической доходности акции:

$$\sigma_{\mathrm{n}} = \left(\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(r_t - \bar{r})^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

На втором случае более подробно остановимся в следующем разделе.

4.2. GARCH-модель

Идея модели заключается в том, что волатильность является не детерминированной, а стохастической величиной. Доходности актива распределены согласно одному из шести законов, описанных ниже, а дисперсия подчиняется следующему соотношению:

$$\sigma_{t+1}^2 = w + \sum_{k=0}^{K} \alpha_k \sigma_{t-k}^2 + \sum_{n=0}^{N} \beta_n \varepsilon_{t-n}^2 ,$$

где w — константа, α_k — коэффициент перед дисперсией для момента времени $t-k$, σ_{t-k}^2 — дисперсия для момента времени $t-k$, β_n — коэффициент перед случайной величиной (доходностью) для момента времени $t-n$, ε_{t-n} — случайная величина (в данном случае логарифмическая доходность, упоминавшаяся ранее), распределенная по закону $f(q)$, где f — функция плотности распределения с вектором параметров q.

В данной работе применяется модель GARCH(1,1). Этот вид моделей имеет широкое применение в силу большого преимущества над моделями с детерминированной волатильностью (Ederington, Guan, 2005) и незначительного недостатка по сравнению с GARCH-моделями более высокого порядка (Hansen, Lunde, 2005).

Модели типа GARCH(1,1) имеют следующий вид:

$$\sigma_{t+1}^2 = w + \alpha \sigma_t^2 + \beta \varepsilon_t^2 .$$

Так как модели тестируются для прогнозов на один день вперед, а также и на более долгосрочный период, то для прогноза на k дней используется следующая формула:

$$\sigma_{t+k}^2 = w + \sum_{j=0}^{k-2} (\alpha + \beta)^j + (\alpha + \beta)^{k-1} \sigma_{t+1}^2 .$$

4.3. Функции распределения

Распределения величин ε_t, используемые в расчете GARCH-модели, выбраны таким образом, чтобы отражать различные состояния экономики в предкризисное, кризисное и посткризисное время.

4.3.1. Нормальное (гауссовское) распределение (N)

Это непрерывное распределение, которое является наиболее распространенным для описания случайной величины X, симметрично распределенной относительно своего среднего значения, с функцией плотности

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} ,$$

где μ — математическое ожидание, σ^2 — дисперсия случайной величины X.

4.3.2. Смещенное нормальное (гауссовское) распределение (SN)

Это распределение является обобщением гауссовского распределения, допуская ненулевое смещение. Функция плотности смещенного нормального распределения с параметрами расположения μ, масштаба σ^2 и смещения α выглядит следующим образом:

$$g(x)=\frac{2}{\sigma}\phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\Phi\left(\alpha\frac{x-\mu}{\sigma}\right),$$

где $\phi(x)$ — функция плотности нормального распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, а $\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\phi(t)dt$.

Для случайной величины X, имеющей смещенное нормальное распределение с параметрами (μ,σ,α):

$$\mathrm{E}(X)=\mu+\sigma\delta\sqrt{2/\pi},\ \mathrm{Var}(X)=\sigma^2(1-2\delta^2/\pi),$$

где $\delta=\dfrac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}$, $\gamma_1=\dfrac{4-\pi}{2}\dfrac{(\delta\sqrt{2/\pi})^3}{(1-2\delta^2/\pi)^{3/2}}$ — коэффициент асимметрии,

$\gamma_2=2(\pi-3)\dfrac{(\delta\sqrt{2/\pi})^4}{(1-2\delta^2/\pi)^2}$ — коэффициент эксцесса.

4.3.3. Распределение Стьюдента (t)

Форма распределения Стьюдента похожа на форму нормального распределения, но с более тяжелыми хвостами для малого числа степеней свободы. Плотность распределения Стьюдента выглядит следующим образом:

$$f(z,v)=\frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\sqrt{\pi v}}\left(1+\frac{z^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}},$$

где Γ — Гамма-функция Эйлера, $v>0$ — число степеней свободы, $z\in(-\infty;+\infty)$.

4.3.4. Смещенное распределение Стьюдента (St)

Это распределение является обобщением t-распределения, допуская ненулевое смещение, его плотность выглядит следующим образом:

$$f(x)=\frac{2\beta}{1+\beta^2}\left(t_v(\beta x)I(x<0)+t_v\left(x/\beta\right)I(x\geq 0)\right),$$

где $I(A)$ — индикатор множества A, t_v — плотность распределения Стьюдента с v степенями свободы. Коэффициент $\beta>0$ — параметр смещения, если $\beta=1$, то $f(x)$ принимает форму несмещенного распределения Стьюдента.

4.3.5. Обобщенное распределение ошибки (GED)

Это непрерывное распределение, обладающее параметром, регулирующим «толщину» хвоста. Плотность данного распределения подчиняется следующему закону:

$$f(z,v)=\frac{v\cdot\exp\left(-0.5\left|z/\lambda\right|^{v}\right)}{\lambda 2^{(1+v^{-1})}\Gamma(v^{-1})},$$

где $\lambda=\sqrt{2^{-2v^{-1}}\Gamma(v^{-1})/\Gamma(3v^{-1})}$, Γ — Гамма-функция Эйлера, $v>0$, $z\in(-\infty;+\infty)$.

4.3.6. Смещенное обобщенное распределение ошибки (SGED)

Это распределение является обобщенным вариантом GED-распределения, допуская ненулевое смещение.

Плотность распределения равна:

$$f(y|\mu,\sigma,k,\lambda)=\frac{C}{\sigma}\exp\left(-\frac{1}{\left[1-\operatorname{sign}(y-\mu+\delta\sigma)\lambda\right]^{k}\theta^{k}\sigma^{k}}\left|y-\mu+\delta\sigma\right|^{k}\right),$$

где

$$C=\frac{k}{2\theta}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)^{-1},\ \theta=\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\Gamma\left(\frac{3}{k}\right)^{-\frac{1}{2}}S(\lambda)^{-1},\ \delta=2\lambda AS(\lambda)^{-1},\ S(\lambda)=\sqrt{1+3\lambda^{2}-4A^{2}\lambda^{2}},$$

$$A=\Gamma\left(\frac{2}{k}\right)\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)^{-\frac{1}{2}}\Gamma\left(\frac{3}{k}\right)^{-\frac{1}{2}},\ k>0,\ -1<\lambda<1.$$

Выбор описанных выше распределений обусловлен различным поведением курса стоимости акции в различные периоды времени. Так, нормальное распределение имеет хорошую точность прогноза поведения актива, когда в экономике наблюдается продолжительная стабилизация, в период же краткосрочного затишья распределения с «тяжелыми» хвостами (распределение Стьюдента, обобщенное распределение ошибки) дают более точные оценки волатильности актива. Динамика актива в моменты неспокойствия на рынке лучше всего прогнозируется с помощью распределений с параметрами смещения, т. к. данный период обычно сопровождается стабильным убытком или доходностью на протяжении некоторого промежутка времени. Таким образом, к трем симметричным распределениям (гауссовское, Стьюдента, обобщенное распределение ошибки) были добавлены еще три распределения, которые являются обобщенными вариантами предыдущих с дополнительной возможностью оценки параметра смещения.

5. Тестирование

Одним из традиционных условий расчета статистических показателей инструментов финансового рынка является проведение бэк-тестинга (back testing) — процедуры, в которой значения VaR сравниваются с фактическими изменениями стоимости акции с целью выявления процента превышения VaR, т. е. насколько точно расчет суммы под риском прогнозирует размер риска.

Один из самых распространенных в этой области — POF-тест (Kupiec, 1995), который проверяет, нарушается ли VaR в более чем $p \cdot 100\%$ случаях, где p — уровень значимости.

Нулевая гипотеза в POF-тесте — $\mathrm{H}_0 : p = x / T$; альтернативная — $\mathrm{H}_{\mathrm{A}} : p \neq x / T$, где x — число логарифмических доходностей, для которых выполняется неравенство $R < VaR$, T — общее число измерений.

Тестовая статистика $POF = 2\ln\left(\left(\frac{1 - x / T}{1 - p}\right)^{T-x}\left(\frac{x / T}{p}\right)^{x}\right)$ при нулевой гипотезе имеет распределение хи-квадрат с одной степенью свободы.

6. Результаты

С помощью восьми моделей, перечисленных в предыдущем разделе, для четырех российских акций — Газпрома, ГМК «Норильский никель», Сбербанка, Роснефти — были рассчитаны значения VaR. Оценки проводились на шести временных периодах и для четырех горизонтов прогноза — 1, 10, 20 и 100 дней. В каждом из рассмотренных случаев была выбрана лучшая (с минимальным отклонением от квантиля) из восьми моделей и для нее проведен бэк-тестинг.

Алгоритм расчетов был реализован с помощью программного обеспечения *R*, коды реализованных программ могут быть представлены автором (e-mail: sherbaa@gmail.com) по требованию.

Полученные результаты представлены в Приложении.

Таблица устроена следующим образом. Первая колонка «Горизонт прогноза» означает один из перечисленных в п. 3 периодов — 1, 10, 20 и 100 дней; вторая колонка «Q» обозначает уровень квантиля. Правее в колонках под названиями рядов данных указано количество временных периодов, когда модель демонстрировала наилучшие оценки квантиля, приведенного во второй колонке. Были введены следующие обозначения: H — историческая оценка, SD — параметрическая оценка квантиля нормального распределения, в котором волатильность оценена по формуле выборочного стандартного отклонения. Наименования остальных колонок обозначают распределения, которые использовались в расчете GARCH-модели для оценки VaR: N — гауссовское распределение, SN — смещенное гауссовское распределение, t — распределение Стьюдента, St — смещенное распределение Стьюдента, GED — обобщенное распределение ошибки, SGED — смещенное обобщенное распределение ошибки.

Например, для нормального распределения и уровня квантиля 0.99 значение 3 (пример для акций Газпрома на периоде прогноза 1 день) означает количество временных периодов, в которых модель, оцененная с помощью нормального распределения, отражала наилучшие оценки среди остальных моделей. Заметим, что в одном периоде наилучшие оценки могут быть получены с помощью разных моделей. Значение в ячейке выделено курсивом, если оценка VaR модели является наиболее точной для всех временных интервалов на заданном периоде. В конце каждого периода в строчке «Σ» подводится итог наиболее точных оценок для выявления наилучшего метода в периоде прогноза. Строка «Итого» отражает суммарное значение строчек «Σ» для выявления наилучшего метода в целом.

Прокомментируем полученные результаты. Для периода прогноза в 1 день явное преимущество имеет модель GARCH. Для акций Газпрома наиболее точные оценки были получены с помощью смещенного распределения Стьюдента. Для акций Сбербанка и Роснефти наиболее точными являются распределения SGED и St. Акции ГМК «Норильский никель» были лучше всего спрогнозированы распределением SGED, а также распределением Стьюдента.

В периоде прогноза на 10 дней для трех рядов (Газпром, Сбербанк, ГМК «Норильский никель») распределение St показало наилучшие результаты. Следует отметить появление исторической оценки в наиболее точных моделях на двух значениях — для квантилей уровней 0.8 (на втором и третьем временных периодах) и 0.85 (на втором и шестом временных периодах) для акций Сбербанк и ГМК Норильский никель соответственно.

Оценки, полученные на горизонте прогноза в 20 дней, также отражают общее преимущество GARCH-моделей с распределениями Стьюдента, обобщенного распределения ошибки и их смещенных модификаций. Тем не менее, историческая оценка также является достаточно точной (в сравнении с предыдущими периодами прогноза).

В прогнозе на 100 дней явным преимуществом обладает историческая оценка. GARCH-модель показала хорошие результаты только для акций Газпрома, где использовалось SGED распределение. Оценки GARCH для остальных рядов по всем распределениям примерно одинаковы по точности.

В строке «Итого» отображены суммарные значения по всем моделям, где значения наиболее успешных моделей выделены курсивом. Максимальное значение в данной строке равно 144, оно образуется как произведение 6 временных интервалов на 6 квантилей и 4 периода прогноза. По приведенным результатам видно, что явным преимуществом обладают GARCH-модели со смещенным распределением Стьюдента и смещенным обобщенным распределением ошибки. Так, GARCH-модели со смещенным распределением Стьюдента, оцененные на акциях Газпрома и ГМК «Норильский никель», показали наилучшие результаты в 77 и 74 случаях соответственно. Похожий результат показали GARCH-модели со смещенным обобщенным распределением ошибки, оцененные на акциях Сбербанка и Роснефти, где значения равны 78 и 74 соответственно.

Вышеописанные оценки VaR дополняются результатами POF-теста, описанного в п. 5. В таблице 1 приведены 4 блока с результатами бэк-теста на периоды прогноза в 1, 10, 20 и 100 дней соответственно. Так как каждый блок представлен для одного периода прогноза, всех квантилей, временных интервалов и рядов, то максимальное число значений в нем равно 144, оно получается в случае отвергания нулевой гипотезы во всех случаях.

Для анализа была определена доверительная вероятность POF-теста на уровне 99%. В каждом блоке таблицы представлены значения от 0 до 4, соответствующие количеству рядов акций. В случае принятия нулевой гипотезы всеми рядами значение равно 0, а при отвергании гипотезами 1–4 рядами значение равно 1–4 соответственно.

В результате проведенного бэк-тестинга выявлена прогнозная сила самых успешных моделей. Это косвенно дает информацию и о качестве других моделей на заданном периоде, т. к. слабая прогнозная сила самой успешной модели автоматически говорит о слабой силе прогноза всех остальных моделей. Заметим, что анализ моделей на основе бэк-тестинга был проведен не для оценки качества модели, данная цель уже была достигнута в предыдущем анализе VaR, а для выявления наиболее сложно прогнозируемых временных интервалов. Как будет показано дальше, по некоторым периодам ни одна из моделей не дает удовлетворительный прогноз VaR на заданном доверительном уровне.

Согласно результатам, приведенным в табл. 1, для прогноза на 1 день нулевая гипотеза бэк-теста отвергается только в одном случае — 95%-ный квантиль на 6-ом периоде. В прогнозах на 10 дней точность наилучших оценок подвергается сомнению в 7 случаях из 144. Пригодность моделей не подтверждается на периоде прогноза 20 дней и временных периодах 3 и 6 на малых уровнях квантиля (0.80 – 0.90). Для прогноза на 100 дней только оценки на периодах 1 и 4 демонстрируют точные результаты.

Исходя из полученных результатов, следует отметить, что точность прогноза падает с увеличением его горизонта. В таком случае нельзя полагаться полностью на сложные модели, а нужно пользоваться экспертными оценками или сценарным анализом оценки риска.

Таблица 1. Бэк-тест и VaR на 1, 10, 20 и 100 дней

Уровень квантиля	Период					
	1	2	3	4	5	6
На 1 день						
0.99	0	0	0	0	0	0
0.98	0	0	0	0	0	0
0.95	0	0	0	0	0	1
0.9	0	0	0	0	0	0
0.85	0	0	0	0	0	0
0.8	0	0	0	0	0	0
На 10 дней						
0.99	0	0	0	0	0	0
0.98	0	0	0	0	0	1
0.95	0	0	1	0	0	1
0.9	0	0	1	0	1	0
0.85	0	1	0	0	0	0
0.8	0	1	0	0	0	0
На 20 дней						
0.99	0	0	0	0	0	0
0.98	0	0	0	1	0	0
0.95	0	0	0	0	1	2
0.9	0	1	2	0	1	1
0.85	0	1	2	0	1	4
0.8	0	1	2	0	0	3
На 100 дней						
0.99	0	0	0	0	0	0
0.98	0	0	0	0	0	0
0.95	1	4	0	0	4	4
0.9	0	3	0	0	3	4
0.85	0	2	2	0	3	4
0.8	0	3	2	0	4	4

7. Заключение

В работе приведен анализ российского рынка ценных бумаг на примере четырех акций, «голубых фишек», которые являются одними из наиболее ярких представителей российского рынка и имеют большой удельный вес в индексе акций ММВБ. Обнаружены явные закономерности и зависимости между состоянием фондового рынка и точностью той или иной модели.

Модели с тяжелыми хвостами и возможностью оценки параметра смещения наиболее точно оценивают предкризисное и кризисное время. Модели на основе распределения Стьюдента успешно применяются на посткризисных и смешанных периодах. Также обнаружено, что с увеличением горизонта прогнозирования модель исторической оценки VaR становится точнее по сравнению с другими, более сложными моделями. Оценки VaR прошли бэктестинг в прогнозах на 1 и 10 дней, что подтверждает пригодность моделей. В прогнозах на 20 и 100 дней использование моделей, за исключением первого периода (стабилизация в предкризисное время) и четвертого периода (сочетание стабилизации с кризисным временем), ставится под сомнение.

Результаты, представленные в данном исследовании, могут быть полезны для оценки риска в крупных компаниях, в которых ведется активная торговля на фондовом рынке и уделяется большое внимание степени возможной убыточности активов. Так как внимание к методам анализа рынка риск-менеджмента в последнее время сильно возросло (в связи с кризисом 2008 года), меняются требования к точности расчетов. Нетривиальные модели оправдывают свое применение на краткосрочных участках, на которых крупные компании терпят большие убытки, не успев продать высоко рискованный актив. Таким образом, внимание к данным моделям в эпоху нестабильного финансового рынка возрастает, и результаты исследования, приведенные в работе, могут найти практическое применение на российском рынке.

Список литературы

Alesii II G. (2005). Value at Risk (VaR) in real options analysis. *Review of Financial Economics*, 14 (3–4), 189–208.

Bauer C. (2000). Value at Risk using hyperbolic distributions. *Journal of Economics and Business*, 52, 455–467.

Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.

Booth G. G., Martikainen T., Tse Y. (1997). Price and volatility spillovers in Scandinavian stock markets. *Journal of Banking and Finance*, 21, 811–823.

Christoffersen P., Hahn J., lnoue A. (1999). Testing, comparing and combining Value-at-Risk measures. *Working paper 99–44.* University of Pennsylvania.

Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987–1007.

Engle R. F, Ng V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *Journal of Finance*, 48 (5), 1749–1778.

Ederington L. H., Guan W. (2005). Forecasting volatility. *Journal of Futures Markets*, 25 (5), 465–490.

Fajardo J., Farias A., Ornelas J. R. H. (2006). Goodness-of-fit tests focus on Value-at-Risk estimation. *Brazilian Review of Econometrics*, 26 (2), 309–326.

Glosten L., Jagannathan R., Runkle D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48 (5), 1779–1801.

Hansen P. R., Lunde A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20 (7), 873–889.

Jackson P., Perraudin W., Maude D. (1998). Testing Value-at-Risk approaches to capital adequacy. *Bank of England Quarterly Bulletin*, 38 (3), 256–266.

Jorion P. (1996). Risk: measuring the risk in Value-At-Risk. *Financial Analysts Journal*, 52, 47–56.

Jorion P. (2001). *Value at Risk. The New Benchmark for Managing Financial Risk,* 2. McGraw-Hill.

Kuester K., Mittnik S., Paolella M. S. (2006). Value-at-Risk prediction: a comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4 (1), 53–89.

Kupiec P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk management models. *Journal of Derivatives*, 3, 73–84.

Nelson D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, 59, 347–370.

Nozari M., Raei S. M., Jahangiri P., Bahramgiri M. (2010). A comparison of heavy-tailed VaR estimates and filtered historical simulation: Evidence from emerging markets. *International Review of Business Research Papers*, 6 (4), 347–359.

Pai T. U., Lee Y. H. (2010). REIT volatility prediction for skew-GED distribution of the GARCH model. *Expert Systems with Applications*, 37 (7), 4737–4741.

Sentana E. (1995). Quadratic ARCH models. *Review of Economic Studies*, 62, 639–661.

Theodossiou P. (2000). Skewed generalized error distribution of financial assets and option pricing. *Working Paper No. 219679*, *School of Business, Rutgers University.*

Zakoian J. M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18 (5), 931–955.

Приложение

Таблица 2. Суммарные значения по VaR моделям

Горизонт прогноза		Газпром								Сбербанк								ГМК «Норильский никель»								Роснефть							
	Q	N	SN	t	St	GED	SGED	SD	H	N	SN	t	St	GED	SGED	SD	H	N	SN	t	St	GED	SGED	SD	H	N	SN	t	St	GED	SGED	SD	H
1	0.99	3	4	4	4	4	4	1	2	1	1	3	2	2	3	1	1	3	3	1	2	2	3	2	2	2	2	4	3	3	4	1	1
	0.98	2	4	1	2	1	3	0	1	4	1	2	2	2	3	1	1	3	4	2	4	3	3	1	1	4	1	2	2	2	3	0	0
	0.95	3	4	3	4	2	3	1	0	2	3	2	2	2	2	0	1	3	3	3	4	3	3	1	1	2	3	2	3	2	2	0	0
	0.9	2	2	3	2	1	2	0	0	1	3	1	3	1	2	0	1	1	1	4	4	1	1	1	1	1	3	1	3	1	2	1	0
	0.85	1	1	2	3	1	1	0	0	1	0	1	3	0	4	1	0	2	2	4	5	1	1	1	1	1	0	1	3	1	4	0	0
	0.8	1	0	2	2	3	2	1	0	0	1	2	3	1	3	0	0	1	1	4	5	0	0	0	0	0	1	2	3	1	3	0	0
Σ		12	15	15	17	12	15	3	3	9	9	11	15	8	17	3	4	13	14	18	24	10	11	6	6	10	10	12	17	10	18	2	1
10	0.99	4	3	3	3	3	3	2	3	4	6	4	5	4	5	2	2	5	4	5	5	4	4	2	3	4	3	4	4	4	3	1	2
	0.98	4	6	3	4	3	4	0	0	5	5	3	4	3	3	1	2	4	4	4	4	4	4	1	2	2	3	2	2	2	3	0	1
	0.95	1	2	3	3	1	1	0	2	1	2	4	5	2	3	0	0	3	3	3	2	2	2	1	1	2	3	1	2	2	3	1	2
	0.9	2	2	3	4	2	2	0	1	1	3	5	5	3	4	0	0	1	2	2	4	1	1	1	0	0	0	1	3	1	2	1	0
	0.85	1	1	0	2	0	0	1	2	0	0	1	1	1	3	1	1	2	1	1	2	1	0	1	2	0	1	1	2	0	2	0	1
	0.8	0	0	4	4	3	2	1	0	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	5	4	0	2	1	1	0	1	0	1	1	5	0	1
Σ		12	14	16	20	12	12	4	8	12	17	18	21	15	20	5	7	16	15	20	21	12	13	7	9	8	11	9	14	10	18	3	7
20	0.99	4	4	3	3	3	3	2	4	3	4	6	4	5	5	1	1	4	4	5	3	5	4	2	3	3	3	4	4	4	3	1	2
	0.98	3	4	4	4	4	3	1	3	5	5	5	4	5	4	0	1	5	5	4	5	4	5	1	0	0	3	2	2	1	2	0	1
	0.95	4	2	2	3	3	2	0	1	3	2	4	6	4	3	1	2	3	4	3	3	2	3	1	3	2	3	3	4	3	4	1	2
	0.9	3	2	3	4	2	2	0	1	1	1	4	5	4	5	1	0	0	0	1	2	2	2	1	2	1	0	2	0	0	2	1	2
	0.85	0	1	2	2	2	1	0	1	2	2	1	1	2	1	1	3	1	0	0	1	0	0	1	3	1	1	1	2	3	4	0	1
	0.8	0	0	3	1	2	2	1	2	1	1	1	1	1	2	1	3	1	1	2	1	1	1	1	3	1	1	0	0	2	4	0	1
Σ		14	13	17	17	16	13	4	12	15	15	21	21	21	20	5	10	14	14	15	15	14	15	7	14	8	11	12	12	13	19	3	9
100	0.99	4	5	6	6	5	5	4	4	6	6	6	6	6	6	4	5	4	4	5	4	4	4	4	5	4	4	5	5	5	5	4	4
	0.98	4	4	4	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	6	4	4	5	4	4	4	5	6	4	4	4	4	5	5	4	6
	0.95	5	5	5	5	5	5	4	5	3	3	2	2	3	3	2	5	5	5	5	4	5	5	5	4	3	4	3	3	2	3	2	4
	0.9	4	4	4	5	5	5	3	4	2	2	2	3	3	3	1	6	2	2	2	2	2	2	3	4	2	2	1	2	2	3	3	3
	0.85	3	2	1	1	3	3	1	3	1	1	1	1	2	2	0	5	0	0	0	0	0	0	1	5	2	1	1	2	2	2	1	3
	0.8	0	0	1	1	1	2	0	3	2	2	1	1	2	2	1	4	0	0	0	0	0	0	1	5	1	1	0	1	0	1	0	3
Σ		20	20	21	23	23	25	16	24	19	19	17	18	21	21	13	31	15	15	17	14	15	15	19	29	16	16	14	17	16	19	14	23
Итого		58	62	69	77	63	65	27	47	55	60	67	75	65	78	26	52	58	58	70	74	51	54	39	58	42	48	47	60	49	74	22	40