

А. В. Щерба

# Моделирование оценки рыночного риска рынков европейских стран в период финансового кризиса 2008 года

*В работе сравниваются модели оценки меры риска VaR на основе котировок акций шести европейских стран. Временные ряды охватывают три экономических периода — предкризисный, кризисный и посткризисный, где кризисным считается финансовый коллапс 2008 года. Оценка меры риска проводится с помощью четырех моделей волатильности APARCH(1,1) и шести функций распределения. Результаты исследования отображают зависимость модели от уровня экономического развития страны, а также ее финансового состояния в различные временные периоды.*

**Ключевые слова:** VaR; APARCH; рыночный риск; кризис 2008.

**JEL classification:** C58; C22; G32.

## 1. Введение

В текущее время банки и инвестиционные компании уделяют большое внимание качеству моделей оценки риска. Причина заключается в большой вероятности убытков, размер которых возрос с момента наступления кризиса 2008 года. В результате краха финансовой системы обанкротились крупнейшие мировые банки — Lehman Brothers, Merrill Lynch и многие другие. По данным информационного агентства РБК, падение ВВП Еврозоны в четвертом квартале 2008 года по отношению к третьему кварталу составило 2%, а в первом квартале 2009 года по отношению к предыдущему — 3%. В России падение ВВП, по данным из того же источника, составило 8 и 20% соответственно. Падение фондового индекса американского рынка S&P 500 во второй половине 2008 года составило 40% (с 1316 п.п. до 755 п.п.), и еще на 5% снизились фондовые индексы Франции CAC 40 (с 4497 п.п. до 3035 п.п.) и Германии DAX (с 6550 п.п. до 4362 п.п.). В России снижение во второй половине 2008 года было более внушительным и составило 70%, фондовый индекс опустился с 1700 п.п. в начале июля до 513 п.п. в конце ноября. Рейтинг Греции был снижен до дефолтного, под угрозой банкротства находилась Исландия, значительно вырос кредитный риск Италии, Испании и Португалии. Действия правительств многих стран были сконцентрированы в двух направлениях — поддержка мировой финансовой системы и разработка плана по борьбе с будущими системными рисками. Так, появилась новая версия Базельского соглашения, документа, главной целью которого является повышение качества управления рисками в банковском деле. Как следствие, были повышены не только требования к капиталу и оценке качества активов, но и внимание к уровню моделей количественной оценки риска.

Целью данной работы является выбор наиболее точных моделей оценки риска на основе методологии VaR в период кризиса 2008 года, в предкризисный период и период

восстановления после кризиса. В качестве меры риска используется VaR (Value at Risk). Описание методологии и параметров расчета VaR были отражены в документации банка J. P. Morgan в 1994 году, после чего мера получила широкое распространение. Позже, в 1999 году, после выхода второго Базельского соглашения, VaR стал общепринятой мерой оценки риска.

В данном исследовании используется параметрическая оценка VaR, для которой требуется знание вида функции распределения и его параметров. Для всех распределений используется одинаковый подход в оценке волатильности — APARCH(1,1) модель, для оценок коэффициентов которой применяется метод максимального правдоподобия. В работе рассматривается наиболее известный вид модели APARCH(1,1) — с одним лагом запаздывания. Данная модель была представлена в работах (Ding, 2011; Alberg et al., 2008) и многих других. Модель APARCH(p, q) была впервые представлена в работе (Ding et al., 1993) и является обобщением моделей ARCH(p, q) и GARCH(p, q), изложенных в работах (Engle, 1982) и (Bollerslev, 1986) соответственно.

Оценка волатильности с помощью авторегрессионного уравнения получила широкое распространение после кризиса 1987 года («черный понедельник»), когда фондовый рынок развитых стран упал более чем на 30%. Для оценки волатильности начали использовать GARCH и ARCH модели, которые, в отличие от простой оценки стандартного отклонения, мгновенно реагируют на последние изменения цен. Но недостатком данных моделей является их симметричная реакция на движение цен. В работе (Schwert, 1990), где исследовался период кризиса 1987 года, был выявлен эффект различного влияния положительной и отрицательной доходностей на волатильность. Этот эффект был также отражен в работах (Nelson, 1991; Glosten et al., 1993; Sentana, 1995) и других. В этих исследованиях были представлены модели, в которых значение волатильности параметрически зависит от значения доходности.

Дополнительным инструментом при оценивании волатильности является функция распределения случайной величины, в качестве которой, как правило, выступает логарифмическая доходность. В работе (Lopez, 2001) GARCH модель оценивается с помощью трех распределений — гауссовского, Стьюдента и обобщенного распределения ошибки. В последующих работах (Lambert, Laurent, 2001; Jondeau, Rockinger, 2003; Wilhelmsson, 2006) было показано, что применение распределений с параметром смещения дает более точную оценку волатильности.

В 1994 году в банковской методологии было впервые зафиксировано применение VaR в качестве оценки меры финансового риска. Первопроходцем является банк J. P. Morgan — мировой гигант инвестиционного бизнеса. Далее методика совершенствовалась в научных кругах. В работе (Boudoukh et al., 1998), с использованием оценки волатильности EWMA, сравниваются два метода оценивания VaR — исторический и параметрический. В (Dai, 2001) автор описывает методологию VaR и бэк-тестинг, а также показывает преимущество использования GARCH моделей при оценке меры. В работе (Khindanova, Rachev, 2000) с использованием GARCH моделей сравниваются различные оценки VaR — имитационная и параметрическая. Имеется также множество работ по исследованию рынков развивающихся стран, для которых требуется применение более сложных моделей, учитывающих более выраженную неэффективность рынков (по сравнению с рынками развитых стран). Так, в (As-saf, 2006; Nozari et al., 2010) уделяется особое внимание мере VaR, оцененной с помощью теории экстремальных значений (EVT) и показываются преимущества ее применения.

После наступления кризиса 2008 года написано немало работ, в которых оценивается VaR в период финансового коллапса. Статья (Zikovic, Aktan, 2009) посвящена исследованию глобального финансового кризиса с точки зрения качества оценки VaR на примере индексов фондовых рынков Турции и Хорватии. В работе показано преимущество применения GARCH моделей в оценке VaR над историческим моделированием, EWMA моделями и моделями, оцененными с помощью нормального распределения. Каждый исследователь находил свои методы поиска наиболее точной оценки VaR в период кризиса 2008 года. Так, в (Chiriac, Pohlmeier, 2010) показано преимущество использования распределения Стьюдента над гауссовским распределением, а в (Zhao et al., 2009) оправдано использование теории экстремальных значений.

В данной работе уделяется внимание как моделированию волатильности, так и распределению доходностей. Оценка VaR строится на основе четырех различных моделей, каждая из которых оценивается с помощью шести распределений. Модели являются частными случаями APARCH волатильности, две из которых симметричные, т. е. оценка волатильности одинаково реагирует на положительное и отрицательное движение цен, и две — несимметричные. Распределения также можно разделить на две группы. Первая группа включает несмещенные распределения — гауссовское, Стьюдента и обобщенное распределение ошибки. Вторая группа состоит из тех же распределений, но с добавлением параметра смещения. Таким образом, 24 модели тестируются на котировках акций шести стран — Великобритании, Франции, Германии, Италии, Греции и России. В отличие от многих исследований в этом направлении, в данной работе тестируются не только фондовые индексы бирж, но и наиболее ликвидные акции перечисленных стран. Отличительной особенностью работы является также тестирование не только одного кризисного периода, а трех — предкризисного, кризисного и посткризисного.

## 2. Данные

Для анализа качества моделей используются цены закрытия 42-х акций шести стран — Великобритании, Германии, Франции, Италии, Греции и России. Данные по каждой стране представлены фондовым индексом и от 6 до 10 (в зависимости от страны) наиболее ликвидными акциями. Выбор акций из разных стран обоснован проверкой качества моделей для развитых и развивающихся экономик. Так, компании Франции, Германии и Великобритании рассматриваются как стабильные с высоким кредитным качеством и, соответственно, невысоким риском на рынке акций. Выбор Греции связан с финансовым состоянием этой страны в период кризиса. Как известно, Греция — это единственная страна Еврозоны, которая не смогла выполнить свои обязательства перед инвесторами. Еще одна европейская страна — Италия — выбрана по причине сниженного кредитного качества в кризисный период, и, как следствие, повышенного риска на рынке акций. Последней страной, представляющей интерес, является Россия, которая относится к развивающимся. Она не входит в Еврозону, но в то же время сравнительно спокойно пережила финансовый кризис.

На рисунке 1 представлена динамика фондовых индексов шести анализируемых стран на протяжении временного периода 01.01.2004–01.01.2012. Характер движения рынков в докризисный и кризисный периоды между странами схож, в то время как посткризисный период характеризуется различным движением рынков. Так, неуверенный рост развитых

экономик до середины 2011 года сопровождается постепенным падением фондового рынка Греции (FTSE Athex 20 на рис. 1). Во второй половине 2011 года наблюдается резкое повсеместное падение рынков, глубина которого различается по странам. Так, падение рынков Великобритании, Германии и России (индексы FTSE 100, DAX, ММББ на рис. 1) в 2011 г. не достигло кризисного значения 2008–2009 гг., в то время как в Италии и Франции (FTSE MIB и CAC 40) рынки снизились до кризисных значений 2008–2009 гг. Направление движения греческого рынка не изменилось, снижение происходило до конца 2011 года.

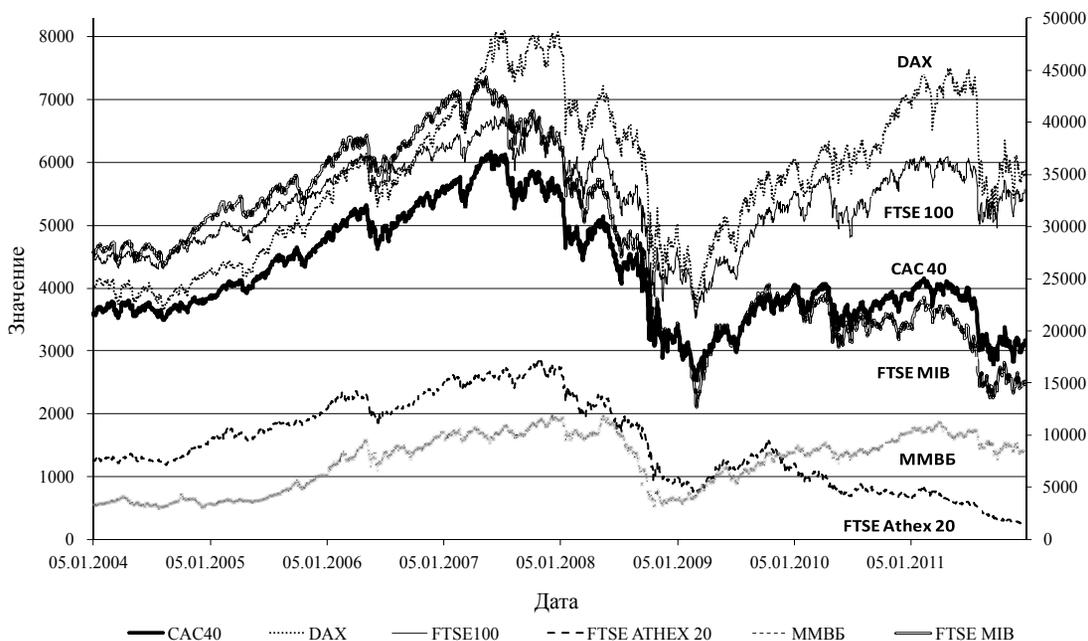


Рис. 1. Динамика фондовых индексов европейских стран

Ниже перечислены индексы и компании, на основе которых проводится анализ качества моделей.

1) Великобритания — индекс FTSE 100 (фондовый индекс акций Лондонской фондовой биржи), БШП Биллитон (горнодобывающая отрасль), банк HSBC (банки и финансовые институты), Водафон (связь и телекоммуникации), БИПИ (Нефтегазовая отрасль), Юнилевер (продукты питания и парфюмерия), Бритиш Америко Табако (табачные изделия).

2) Германия — DAX (фондовый индекс акций Франкфуртской фондовой биржи), Коммерцбанк (банки и финансовые институты), Дойч Телеком (связь и телекоммуникации), Дойч Банк (банки и финансовые институты), ЕОН (энергетическая отрасль), САП (производство программного обеспечения).

3) Франция — CAC 40 (фондовый индекс акций Парижской фондовой биржи), Алькатель-Лусент (производство программного обеспечения), Натиксис (банки и финансовые институты), Сосьете Дженерале (банки и финансовые институты), Кредит Агриколе (банки и финансовые институты), Франц Телеком (Связь и телекоммуникации).

4) Италия — FTSE MIB (фондовый индекс акций Миланской фондовой биржи), ЭНИ (нефтегазовая отрасль), ЭНЕЛ (энергетическая отрасль), Интеза Санпаоло (банки и финан-

совые институты), Юникредит (банки и финансовые институты), Телеком Италия (связь и телекоммуникации), Фиат (автомобильная промышленность).

5) Греция — FTSE Athex 20 (фондовый индекс акций Афинской фондовой биржи), Национальный банк Греции (банки и финансовые институты), Кока-Кола ЭйчБиСи (безалкогольные напитки), ОПАП (букмекерская деятельность), Титан Цемент (производство цемента), Банк республики Кипр (банки и финансовые институты).

6) Россия — индекс ММВБ (фондовый индекс акций Московской фондовой биржи), Лукойл (нефтегазовая отрасль), ГКМ Норильский никель (цветная металлургия), Мосэнерго (энергетическая отрасль), Ростелеком (связь и телекоммуникации), Автоваз (автомобильная промышленность), Аэрофлот (транспорт), Сбербанк (банки и финансовые институты), МТС (связь и телекоммуникации), Газпром (нефтегазовая отрасль).

В работе исследуются три периода движения финансового рынка. Первый период является предкризисным временем быстрого и уверенного роста экономики. Инвесторы активно осваивали новые рынки, наблюдался рост промышленности, процентных ставок и котировок акций, а также активно рос рынок ипотечного кредитования. В качестве временного промежутка выбран интервал 01.01.2006–01.01.2008. Второй период, 01.01.2008–01.01.2010, характеризуется обвалом финансового рынка, вызванным ипотечным кризисом в США в 2006–2007 гг. Котировки акций резко снизились в течение 2008 года, и государственные меры не смогли поддержать их на должном уровне. Третий период характеризуется медленным восстановлением экономик, активными государственными вмешательствами и неуверенным поведением инвесторов. Для данного периода выбран интервал 01.01.2010–01.01.2012.

Оценка меры VaR проводится на основе данных двух лет, предшествующих анализируемому периоду. Так, для оценки риска на 01.01.2008 используется временной период 01.01.2006–31.12.2007. Переоценка меры проводится ежедневно до конца рассматриваемого периода на основе плавающего окна шириной два года, и, таким образом, количество оценок составляет около 500 в зависимости от числа торговых дней на бирже, попадающих в рассматриваемый период.

### 3. Методология

**VaR.** С точки зрения математической статистики VaR представляет собой квантиль функции распределения доходности  $\varepsilon_t$  при заданной вероятности  $a$ :

$$P(\varepsilon_t < \text{VaR}(a)) = 1 - a,$$

где  $\varepsilon_t = \ln(S_t/S_{t-1})$  — логарифмическая доходность акции,  $S_t$  — цена акции в момент времени  $t$ .

Для анализа меры VaR часто используются доверительные вероятности, превышающие 95%. В данной работе оценка будет проводиться для двух квантилей — 95 и 99%.

**APARCH.** Доходность параметризуется следующим образом:  $\varepsilon_t = z_t \sigma_t$ , где в рамках модели APARCH(1,1)  $\sigma_t = (\omega + \alpha(|\varepsilon_{t-1}| - \gamma \varepsilon_{t-1})^\delta + \beta \sigma_{t-1}^\delta)^{1/\delta}$ ,  $\delta > 0$ ,  $\gamma \in (-1, 1)$ ,  $z_t$  — случайные независимые стандартные нормальные случайные величины,  $\omega$  — константа,  $\beta$  — коэффициент перед стандартным отклонением  $\sigma_t$  для момента времени  $t-1$ ,  $\alpha$  — коэффициент перед случайной величиной (доходностью) для момента времени  $t-1$ .

APARCH модель является обобщенным вариантом GARCH, ARCH и других моделей. Такие модели рассматривались в ранее в литературе:

- 1) GARCH(1,1):  $\delta = 2, \gamma = 0$  (Bollerslev, 1986);
- 2) TS-GARCH(1,1):  $\delta = 1, \gamma = 0$  (Taylor, 1986; Schwert, 1990);
- 3) GJR-GARCH(1,1):  $\delta = 2$  (Glosten et al., 1993);
- 4) APARCH(1,1) (Ding et al., 1993).

В данной работе в качестве функции распределения случайной величины используется не только функция нормального распределения, но также и другие функции, описание которых представлено ниже. Преимущество APARCH моделей с распределениями отличными от нормального показано, например, в работах (Lopez, 2001; Ding, 2011; Wilhelmsson, 2006). В них тестируются нормальное распределение, распределение Стьюдента, обобщенное распределение ошибки и некоторые другие применительно к одному промежутку времени. Отличительной особенностью данной работы является тестирование моделей со смещенными и несмещенными распределениями для выявления улучшения качества модели с добавлением параметра смещения в распределении, а также на трех временных периодах — предкризисного, кризисного и посткризисного.

**Функции распределения.** Оценки параметров волатильности доходности  $\varepsilon_t$  находятся методом максимального правдоподобия. В настоящей работе для оценки параметров волатильности использованы представленные ниже функции распределения величины  $z_t$ .

- 1) Нормальное (гауссовское) распределение (norm) с плотностью

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где  $\mu$  — математическое ожидание,  $\sigma^2$  — дисперсия случайной величины.

- 2) Смещенное нормальное (гауссовское) распределение (snorm). Функция плотности такого распределения с параметрами расположения  $\mu$ , масштаба  $\sigma^2$  и смещения  $\alpha$  выглядит следующим образом:

$$g(x) = \frac{2}{\sigma} \varphi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) \Phi\left(\alpha \frac{x-\mu}{\sigma}\right),$$

где  $\mu$  — математическое ожидание,  $\sigma^2$  — дисперсия случайной величины  $x$ ,  $\varphi(x)$  — функция плотности стандартного нормального распределения (с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией),  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt$ .

- 3) Распределение Стьюдента (std)

$$f(x, v) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}},$$

где  $\Gamma$  — Гамма-функция Эйлера,  $v > 0$  — число степеней свободы,  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

4) Смещенное распределение Стьюдента (sstd)

$$f(x) = \frac{2\beta}{1 + \beta^2} [t_v(\beta x)I(x < 0) + t_v(x/\beta)I(x \geq 0)],$$

где  $I(A)$  — индикатор множества  $A$ ,  $t_v$  — плотность распределения Стьюдента с  $v$  степенями свободы. Коэффициент  $\beta > 0$  — параметр смещения, если  $\beta = 1$ , то  $f(x)$  принимает форму несмещенного распределения Стьюдента.

5) Обобщенное распределение ошибки (ged)

$$f(x, v, \lambda) = \frac{v \cdot \exp(-0.5|x/\lambda|^v)}{\lambda 2^{(1+v^{-1})} \Gamma(v^{-1})},$$

где  $\lambda = \sqrt{2^{-2v^{-1}} \Gamma(v^{-1}) / \Gamma(3v^{-1})}$ ,  $\Gamma$  — Гамма-функция Эйлера,  $v > 0$  — число степеней свободы,  $x \in (-\infty; +\infty)$ .

6) Смещенное обобщенное распределение ошибки (sged)

$$f(x, \mu, \sigma, k, \lambda) = \frac{C}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{[1 - \text{sign}(x - \mu + \delta\sigma)\lambda]^k \theta^k \sigma^k} |x - \mu + \delta\sigma|^k\right),$$

где

$$C = \frac{K}{2\theta} \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)^{-1}, \quad \theta = \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{k}\right)^{-\frac{1}{2}} S(\lambda)^{-1}, \quad \delta = 2\lambda A S(\lambda)^{-1}, \quad S(\lambda) = \sqrt{1 + 3\lambda^2 - 4A^2 \lambda^2},$$

$$A = \Gamma\left(\frac{2}{k}\right) \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)^{-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{k}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad k > 0, \quad -1 < \lambda < 1.$$

**Выбор модели.** Критерием отбора модели является степень отклонения вероятности  $a$ , определяющей VaR, от ее оценки, полученной с помощью бэк-тестинга, смысл которого заключается в следующем. Для заданного уровня вероятности вычисляется квантиль функции распределения с параметрами, оцененными в модели. Далее подсчитывается число реальных доходностей, которые не превысили вычисленный квантиль. Это количество, деленное на общее число доходностей и вычтенное из единицы, и представляет собой оценку  $\hat{a}$  вероятности  $a$ , определяющей VaR. Наиболее точной моделью считается та, с помощью которой найденная оценка вероятности  $\hat{a}$  в наибольшей степени приближена к  $a$  (т. е.  $|\hat{a} - a|$  минимален).

#### 4. Результаты

В Приложении представлены таблицы по результатам исследования. Модели, попавшие в эти таблицы, показали лучший результат с точки зрения отклонения  $\hat{a}$  от  $a$ .

Для краткости наименование моделей обозначено аббревиатурой APARCH модели с указанием распределения. Так, для модели GARCH(1,1) используется наименование GARCH,

для моделей TS-GARCH(1,1) — TS, GJR-GARCH(1,1) — GJR, APARCH(1,1) — DGE. Данные разбиты по временным периодам, квантилям и отдельно по странам внутри каждой таблицы. В скобках после наименования страны указано количество рядов, использовавшихся для оценки VaR по данной стране. Поскольку акции «Газпром» начали торговаться в первой половине 2006 года, они не попали в анализ первого периода, и для России использовалось девять рядов. По каждой стране в соответствующей колонке показаны лучшие модели, число вхождений данной модели в «тройку лучших» (по каждому временному ряду) и интервал для отклонений  $|\hat{a} - a|$  (в процентах). Чтобы получить данные значения, проводились следующие расчеты. Для одного ряда страны и каждой модели вычислялось  $\Delta = |\hat{a} - a|$ , затем модели ранжировались по  $\Delta$  и отбиралась тройка лучших, т.е. с минимальными  $\Delta$ . Количество отобранных моделей может быть и больше трех, поскольку у некоторых из них может совпадать полученная доверительная вероятность. На следующем шаге собирались все модели, попавшие в тройку лучших по всем рядам одной страны, и среди них снова отбирались лучшие. В итоге в таблице собраны модели, вошедшие в двойку или в некоторых случаях в тройку лучших по стране. Самые точные модели показали различные оценки  $\Delta$  по разным рядам, поэтому дополнительным критерием отбора моделей был разброс оценок. На основе оценок данных моделей и определялся диапазон отклонений  $|\hat{a} - a|$ . В настоящей работе положительная и отрицательная погрешность равнозначны в смысле сравнительной оценки качества моделей, поэтому отклонения считаются как абсолютные значения разности  $\hat{a}$  и  $a$ .

Для примера рассмотрим результат, приведенный в табл. 1 для Великобритании, где по модели GARCH, sged рассчитанное «число вхождений» равно 5, а интервал отклонений равен 0.02–1. Это означает, что модель GARCH, sged вошла в тройку лучших в пяти случаях из семи (рассмотренных для Великобритании рядов), а погрешность оценок доверительных вероятностей в этих случаях лежит в интервале 0.02–1%. Таким образом, если значение оценки доверительной вероятности не превышало  $a$ , т.е. риск был недооценен, то интервал оценок для квантиля 99% принадлежит диапазону 98–98.98%. В случае же переоценки риска интервал составляет 99.02–100%. Другая модель — GARCH, ged — вошла в тройку лучших в четырех случаях из семи, причем максимальное отклонение не превышает 0.5%. Модели, не вошедшие в таблицу, это те, которые либо не попали в тройку лучших, либо попали, но менее чем для четырех рядов. Если рассмотреть пример в этой же таблице по России, где на периоде 2004–2008 представлено девять временных рядов, то увидим, что тройку лучших моделей возглавляют DGE, sged и GJR, sstd. На основе данных по диапазону отклонений можно отдать предпочтение модели DGE, sged, минимальное отклонение по которой меньше, чем у GJR, sstd. Модели, не попавшие в таблицу, показали результаты хуже по сравнению с представленными.

В таблицах 1 и 2 приведены результаты расчета VaR в *докризисный период*. В этот период модель поведения фондового рынка в разных странах была одинаковой — рост акций, обусловленный развитием технологий и ростом экономики. Тем не менее наилучшие модели оценки риска отличались. Так, для Великобритании на 99%-ном квантиле наиболее точными оказались модели GARCH и TS, в Италии — GARCH. В этих моделях в основном используется смещенное распределение с тяжелыми хвостами. Наличие параметра смещения, позволяющего улучшить модель оценки риска, говорит об ожидаемом росте рынка, на который рассчитывали инвесторы, причем росте достаточно стремительном, что можно понять по «тяжелым» хвостам распределений. В то же время инвесторы одинако-

во реагировали на положительную и отрицательную динамику рынка, т. к. данные модели являются симметричными. Для Германии, помимо этих моделей, также хорошо проявила себя модель GJR, в которой введен параметр для оценки различного влияния на волатильность положительной и отрицательной доходности. Наличие такого параметра является существенным также для Франции, Греции и России. Единственным отличием модели для развитой экономики (Франции) от моделей развивающихся рынков является отсутствие параметра смещения в функциях распределения. Для таблицы 1 примечательным является также тот факт, что у моделей с распределением Стьюдента верхнее значение диапазона отклонений оценки VaR в основном меньше по сравнению с остальными рядами при прочих равных условиях.

Для квантиля 95% APARCH модели для большинства стран остаются таким же, что и для квантиля 99%, единственным отличием является появление гауссовского распределения в числе наилучших. Также стоит отметить достаточность симметричных моделей TS и GARCH для России в оценке меньшего квантиля, в то время как для Италии наблюдается обратный эффект — требуется более сложное моделирование, преимущественно обладают GJR и DGE модели.

В таблицах 3 и 4 показаны данные по оценке риска в *период кризиса*. На этом периоде для квантиля 99% примечательным является появление GJR и DGE моделей для развитых экономик. Влияние кризиса выразилось в неоднозначной реакции инвесторов на положительную и отрицательную доходность в Великобритании и вере в несимметричное движение рынка во Франции, где потребовалось использование распределений с параметром смещения. В то же время в Италии оказалось достаточным использование симметричных моделей TS и GARCH, последняя из которых успешно применялась на докризисном периоде. Симметричные модели также доказывают свое преимущество для Германии, Греции и России. В отличие от предкризисного периода, верхняя граница интервалов погрешностей оценок всех моделей выросла в среднем в 1.5–2 раза в зависимости от страны. Как и в прошлом периоде, особенностью результатов моделей, рассчитанных для квантиля 95%, от результатов моделей для квантиля 99%, является появление гауссовского распределения.

Подводя итоги по кризисному периоду, следует указать, что оценки VaR с помощью симметричных моделей GARCH и TS не уступают оценкам VaR, рассчитанным по моделям с большим числом параметров. Единственным отличием от моделирования предкризисного периода является использование смещенных распределений.

В двух заключительных таблицах (5 и 6) представлены данные по оценке риска на *посткризисном периоде*. Особенностью моделирования данного периода является появление DGE модели в качестве наилучшей для всех стран, кроме Великобритании. Помимо этой модели, присутствуют также и остальные, но само ее наличие говорит о высокой неопределенности движения рынка, которое, по сути, может быть более непредсказуемым, чем в кризисный период, где было достаточно применение только симметричных распределений. Результаты моделирования на данном периоде отражают изменение характера движения рынка в Италии, где большой государственный долг поставил под сомнение кредитное качество данной страны. Использование симметричных моделей недостаточно, требуется более сложное моделирование, при котором необходимо оценивать все параметры APARCH модели. Для Греции — страны, наиболее пострадавшей в кризисный и посткризисный периоды — обнаружено большое количество моделей с высокой точностью оценок VaR. Среди них присутствуют как симметричные, так и несимметричные модели, а также (в отличие

от других стран) гауссовское распределение. Отличительной особенностью для России является преобладание несимметричных моделей, что отличается от результатов предкризисного и кризисного периодов. Такая особенность нашей страны является закономерной, т. к. неопределенность движения рынка именно развивающейся экономики после кризисного периода очень высока. Результаты оценки квантиля 95%, которые представлены в табл. 6, подтверждают предыдущую тенденцию в смысле появления гауссовского распределения для меньшего квантиля. Также, по сравнению с квантилем 99%, более сложные модели обладают еще большим преимуществом. Так, для России, Греции, Франции и Италии симметричные модели не проявили себя достаточно хорошо, а для Великобритании применение GARCH модели оправдывается только один раз.

Третий анализируемый период оказался наиболее сложно оцениваемым. Риски неопределенности в посткризисном периоде оказываются выше, чем в кризисном. Возможно, это связано с краткосрочными частично предсказуемыми действиями участников финансового рынка в кризисный период и непредсказуемыми долгосрочными действиями регуляторов рынка после кризиса, которые требуют нового взгляда на организацию рынка и его участников.

## 5. Заключение

В работе рассмотрено движение индексов и котировок акций в шести странах с точки зрения оценки меры VaR. Для моделирования оценки риска использовались шесть распределений и четыре модификации APARCH(1,1) модели. Внимание было сконцентрировано на оценке риска в кризисный период, а также в период, предшествующий кризисному, когда наблюдался стремительный и необоснованный рост, и посткризисный период восстановления экономики.

По результатам исследования были обнаружены следующие закономерности.

1) Для оценки риска акций развитых экономик достаточно использовать симметричные модели, или несимметричные, но с применением несмещенных распределений. Моделирование же риска акций развивающихся экономик, куда были отнесены Россия и Греция, требует более сложных методов, а именно совместного использования несимметричного эффекта в моделировании и смещенного распределения.

2) Оценка риска на кризисном интервале может быть проведена по симметричным моделям независимо от страны, но при этом требуется использование смещенных распределений.

3) Предсказание риска на посткризисном периоде оказалось самым сложным в смысле моделирования. Для данного периода желательно для всех стран использовать несимметричные модели со смещенными распределениями.

4) Наступление кризисного периода не всегда влечет необходимость использования более сложных моделей, в то время как ухудшение финансового состояния одной страны (которое не обязательно может быть вызвано общим кризисом глобальной экономики) ведет к усложнению моделирования. Так, в период предкризисного и кризисного состояний экономики для оценки риска акций итальянских компаний было достаточно применение симметричных моделей, в то время как на посткризисном периоде, когда итальянская экономика ослабла, а другие европейские экономики начали расти, моделирование усложнилось до несимметричных моделей.

5) При уменьшении квантиля с 99 до 95% возможно использование гауссовского распределения в APARCH моделировании.

6) Использование распределения Стьюдента на предкризисном периоде помогает снизить нижнюю границу диапазона отклонений оценки VaR от заданного квантиля, в то время как на кризисном и посткризисных периодах границы диапазонов не зависят от распределения.

Выводы, полученные в данной статье, могут быть применены для оценки риска при вложении как в российские, так и в европейские акции. В финансовых кругах кризисный период поставил под сомнение многие количественные методы оценки, тем не менее, как показано в работе, сложное моделирование может применяться и в период финансовой нестабильности.

### Список литературы

Alberg D., Shalit H., Yosef R. (2008). Estimating stock market volatility using asymmetric GARCH models. *Applied Financial Economics*, 18 (15), 1201–1208.

Assaf A. (2006). Extreme observations in the MENA stock markets and their implication for VaR measures. In: *2006 Proceedings of the Middle East Economic Association, 26th annual meeting of MEEA in Boston, USA*. <http://www.luc.edu/orgs/meea/volume8/PDFS/assaf.pdf>.

Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.

Boudoukh J., Richardson M. P., Whitelaw R. (1998). The best of both worlds: A hybrid approach to calculating Value at Risk. *Risk*, 11 (5), 64–67.

Chiriac R., Pohlmeier W. (2010). How risky is the Value-At-Risk? *Rimini Centre of Economic Analysis Working Paper Series*, 10 (7), 795–825.

Dai B. (2001). *Value at Risk*. National University of Singapore, Department of Mathematics.

Ding Z., Granger C. W. J., Engle R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1, 83–106.

Ding D. (2011). Modelling of market volatility with APARCH model. Uppsala University. U.U.D.M. Project Report, 2011: 6.

Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987–1007.

Glosten L., Jagannathan R., Runkle D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48 (5), 1779–1801.

Jondeau E., Rockinger M. (2003). Conditional volatility, skewness, and kurtosis existence, persistence and comovements. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 10, 1699–1737.

Khindanova I. N., Rachev S. T. (2000). Value at Risk: Recent Advances. *Working paper in economics*, 3. University of California.

Lambert P., Laurent S. (2001). Modelling skewness dynamics in series of financial data using skewed location-scale distributions. *Discussion Paper*, 01–19. Institut de Statistique, Université catholique de Louvain.

Lopez J. A. (2001). Evaluating the Predictive Accuracy of Volatility Models. *Journal of Forecasting*, 20 (2), 87–109.

Nelson D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59, 347–370.

Nozari M., Raei S. M., Jahangiri P., Bahramgiri M. (2010). A comparison of heavy-tailed VaR estimates and filtered historical simulation: Evidence from emerging markets. *International Review of Business Research Papers*, 6 (4), 347–359.

Schwert W. (1990). Stock volatility and the crash of S87. *Review of Financial Studies*, 3, 77–102.

Sentana E. (1995). Quadratic ARCH models. *Review of Economic Studies*, 62, 639–661.

Taylor S. (1986). *Modelling financial time series*. New York, Wiley.

Wilhelmsson A. (2006). GARCH forecasting performance under different distribution assumptions. *Journal of Forecasting*, 25 (8), 561–578.

Zhao X., Scarrott C. J., Reale M., Oxley L. (2009), Bayesian Extreme Value Mixture Modelling for Estimating VaR. *Working Papers in Economics*, 09 (15). University of Canterbury.

Zikovic S., Aktan B. (2009). Global financial crisis and VaR performance in emerging markets: A case of EU candidate states — Turkey and Croatia. *Journal of Economics and Business*, 27 (1), 149–170.

### Приложение

В таблицах, приведенных ниже, после наименования страны указано количество рядов, которое использовалось для оценки VaR по данной стране. Для модели GARCH(1,1) используется обозначение GARCH, для моделей TS-GARCH(1,1) — TS, GJR-GARCH(1,1) — GJR, APARCH(1,1) — DGE, после наименования модели идет соответствующее распределение. По каждой стране в соответствующей колонке показаны лучшие модели, число вхождений данной модели в «тройку лучших» (по каждому временному ряду) и интервал для отклонений  $|\hat{a} - a|$  в процентах. Подробнее см. раздел 4.

**Таблица 1.** Период 2004–2008, квантиль 99%

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (9)
TS, sged 5, 0.01–1.2	GJR, sstd 6, 0.04–0.8	GARCH, sstd 6, 0.15–0.5	GJR, std 5, 0.15–0.6	DGE, sstd 5, 0.01–0.3	DGE, sged 7, 0.01–0.4
GARCH, sstd 5, 0.04–1	GARCH, sged 5, 0.15–0.8	GJR, ged 6, 0.15–0.6	DGE, ged 4, 0.04–0.8	GJR, sged 4, 0.01–0.2	GJR, sstd 7, 0.19–0.4
GARCH, sged 5, 0.02–1	GARCH, std 5, 0.04–0.6	GJR, sged 6, 0.04–0.6	DGE, std 4, 0.04–0.8		DGE, ged 6, 0.01–0.6
TS, std 5, 0.01–0.3	GARCH, ged 5, 0.04–0.6	GJR, sstd 6, 0.04–0.5			DGE, sstd 6, 0.19–0.4
GJR, sstd 4, 0.03–0.5		TS, sstd 6, 0.15–0.5			GJR, sged 6, 0.19–0.4
TS, sstd 4, 0.19–1		DGE, sstd 5, 0.04–0.5			GARCH, sstd 6, 0.01–0.4
GARCH, ged 4, 0.02–0.5		GARCH, ged 5, 0.34–0.6			GARCH, sged 6, 0.21–0.4
GARCH, std 4, 0.04–0.3		GARCH, sged 5, 0.34–0.6			
		TS, std 5, 0.34–0.6			

Таблица 2. Период 2004–2008, квантиль 95%

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (9)
GARCH, snorm 5, 0.18–2.5	GJR, snorm 5, 0.01–2.4	GARCH, sged 4, 0.18–2.7	DGE, ged 3, 0.26–0.8	GJR, snorm 4, 0.01–1.5	TS, sged 6, 0.03–0.9
GARCH, sged 4, 0.37–2.5	GJR, sged 5, 0.01–2.4	GJR, ged 3, 0.01–1.9	DGE, snorm 3, 0.34–2.3	DGE, snorm 4, 0.01–1.7	GJR, snorm 4, 0.05–0.8
GARCH, norm 3, 0.01–2.5	DGE, sged 4, 0.01–1.8	GJR, sged 3, 0–2.7	DGE, sged 2, 1.14–2.1	GJR, norm 3, 0.37–0.8	TS, sstd 4, 0.25–1
	DGE, sstd 4, 0.01–2.6		DGE, sstd 2, 0.16–1.5		GARCH, std 4, 0.05–1
	DGE, snorm 4, 0.01–2		GJR, snorm 2, 0.42–0.7		
	TS, sged 4, 0.18–1.8				
	GJR, ged 4, 0.1–1.8				
	DGE, norm 4, 0.2–1.8				
	GARCH, sged 4, 0.2–2				
	TS, ged 4, 0.2–1.8				

Таблица 3. Период 2006–2010, квантиль 99%

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (10)
GJR, sstd 6, 0.02–1.2	GARCH, sged 7, 0.02–1	TS, ged 6, 0–1	GARCH, sstd 6, 0.17–0.8	DGE, ged 4, 0.04–0.8	DGE, sged 6, 0.01–1.2
DGE, sstd 6, 0.02–1.2	GARCH, std 7, 0.19–1	GARCH, ged 5, 0.17–1.2	DGE, sstd 5, 0.17–1	GARCH, sged 4, 0.15–0.4	GJR, sged 6, 0.01–1.2
DGE, sged 6, 0.02–1.2	GARCH, ged 7, 0.01–1	GARCH, std 5, 0.02–1.2	GARCH, sged 5, 0.02–0.8	GJR, sged 4, 0.04–0.6	GJR, sstd 6, 0.01–1
TS, ged 6, 0.18–1.2	GJR, sged 6, 0.01–1.2	TS, sged 5, 0.02–1	GJR, sstd 5, 0.36–1	GJR, sstd 4, 0.35–0.4	GJR, std 6, 0.01–1
TS, sged 5, 0.02–0.8	TS, sged 6, 0.01–1.2	TS, sstd 5, 0.02–1	TS, sstd 5, 0.02–0.6	GJR, std 4, 0.01–0.6	TS, sged 6, 0.04–1
GJR, sged 5, 0.02–1.2	GJR, std 6, 0.18–1.2	TS, std 5, 0.02–1	TS, std 5, 0.17–0.6	TS, ged 4, 0.01–0.6	DGE, ged 5, 0.01–1
GARCH, sstd 5, 0.02–1	GJR, ged 6, 0.01–1.2		GARCH, std 5, 0.02–0.8	TS, sstd 4, 0.19–0.3	DGE, sstd 5, 0.01–1
GARCH, sged 5, 0.02–1	GARCH, sstd 6, 0.21–0.8			DGE, sged 3, 0.04–0.4	TS, ged 5, 0.12–1
GARCH, ged 5, 0.02–1.2				DGE, sstd 3, 0.15–0.6	GARCH, ged 5, 0.01–0.8

Моделирование оценки рыночного риска рынков европейских стран в период финансового кризиса 2008 года

Окончание табл. 3

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (10)
GJR, ged 5, 0.02–1				DGE, std 3, 0.01–0.6	GARCH, sged 5, 0.09–1
DGE, ged 5, 0.02–1				GARCH, ged 3, 0.2–0.3	
DGE, std 5, 0.02–1				GARCH, sstd 3, 0.01–0.2	
GJR, std 5, 0.02–1				GARCH, std 3, 0.01–0.2	
				GJR, ged 3, 0.15–0.8	
				TS, sged 3, 0.19–0.2	
				TS, std 3, 0.01–0.2	

Таблица 4. Период 2006–2010, квантиль 95%

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (10)
GARCH, ged 6, 0.12–1.7	DGE, sged 6, 0.74–1.9	GJR, snorm 5, 0.28–2.1	TS, snorm 5, 0.07–2	DGE, norm 4, 0.19–1.2	GJR, ged 6, 0.04–1.5
TS, snorm 5, 0.28–0.8	DGE, snorm 6, 0.94–2.1	DGE, norm 4, 0.09–1.8	TS, norm 5, 0.13–0.5	DGE, sged 4, 0.19–1.8	GJR, norm 5, 0.14–1.5
GARCH, snorm 5, 0.08–0.6	GARCH, snorm 6, 0.73–2.1	DGE, sged 4, 0.09–1.5	GARCH, sged 4, 0.07–1.5	GARCH, norm 4, 0.69–1.7	GARCH, norm 5, 0.06–1.1
GARCH, norm 5, 0.31–1.7	TS, sged 5, 0.28–1.5	GARCH, sged 4, 0.09–1.9	TS, sged 4, 0.13–1.8	DGE, snorm 4, 0.19–1.8	GARCH, snorm 5, 0.06–0.9
TS, ged 5, 0.08–0.8	GARCH, sged 5, 0.54–2.1	GJR, norm 4, 0.11–1.8		DGE, sstd 3, 1.09–1.8	
				GJR, snorm 3, 1.09–1.8	
				GARCH, snorm 3, 1.09–1.4	

Таблица 5. Период 2008–2012, квантиль 99%

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (10)
GJR, sged 6, 0.01–0.6	GJR, sstd 5, 0.03–0.8	TS, sstd 6, 0.17–0.6	DGE, sged 6, 0.03–0.7	GJR, ged 5, 0.12–0.4	DGE, sged 8, 0.01–1.2
GARCH, sged 6, 0.01–0.6	DGE, sstd 5, 0.03–0.6	DGE, sged 5, 0.22–0.8	DGE, ged 5, 0.03–0.7	TS, sged 5, 0.01–0.6	DGE, sstd 8, 0.01–1.2
GARCH, ged 6, 0.01–0.4	GJR, std 5, 0.03–0.9	DGE, sstd 5, 0.03–0.8	GARCH, ged 5, 0.03–0.7	DGE, sged 4, 0.11–0.6	GJR, sstd 8, 0.01–1.2
GJR, ged 6, 0.01–0.6	DGE, std 5, 0.03–0.8	GARCH, sstd 5, 0.17–0.6	GARCH, sged 5, 0.03–0.7	GARCH, sstd 4, 0.01–0.6	TS, ged 8, 0.01–1.2
TS, sged 5, 0.01–0.2	TS, ged 5, 0.03–0.8	GJR, sged 5, 0.17–0.8	GJR, sged 5, 0.03–0.7	GARCH, std 4, 0.01–0.4	DGE, ged 7, 0.01–1.2
TS, sstd 5, 0.01–0.2	DGE, sged 4, 0.03–0.8	GJR, sstd 5, 0.03–0.8	TS, sstd 5, 0.16–0.6	GJR, norm 4, 0.21–0.8	DGE, std 7, 0.01–0.8
GARCH, sstd 5, 0.01–0.2	GARCH, sstd 4, 0.03–0.2	GJR, std 5, 0.03–0.8	TS, std 5, 0.03–0.6	GJR, sged 4, 0.11–0.6	GJR, ged 7, 0.01–1.2
TS, std 5, 0.01–0.4	TS, sstd 4, 0.17–0.6	TS, ged 5, 0.17–0.8	GARCH, sstd 5, 0.03–0.6	GJR, sstd 4, 0.03–0.6	GJR, sged 7, 0.01–1.2
GARCH, std 5, 0.01–0.4		TS, std 5, 0.03–0.8		GJR, std 4, 0.18–0.6	GJR, std 7, 0.12–0.8
DGE, sged 5, 0.01–0.6				TS, ged 4, 0.01–0.6	TS, std 7, 0.01–1.2
GJR, std 5, 0.01–0.6				TS, sstd 4, 0.01–0.6	TS, sged 7, 0.01–1.2
				GJR, snorm 4, 0.01–0.2	
				DGE, snorm 4, 0.01–0.2	
				TS, snorm 4, 0.01–0.8	

Моделирование оценки рыночного риска рынков европейских стран в период финансового кризиса 2008 года

Таблица 6. Период 2008–2012, квантиль 95%

Великобритания (7)	Италия (7)	Германия (6)	Франция (6)	Греция (6)	Россия (10)
DGE, ged 6, 0.04–0.6	GJR, sged 6, 0.13–1.9	DGE, sged 4, 0.2–1.8	GJR, snorm 5, 0.04–0.8	DGE, ged 5, 0.13–1.2	GJR, sstd 7, 0.04–0.6
GJR, sstd 5, 0.13–0.4	DGE, sstd 6, 0.13–1.8	GARCH, sged 4, 0.06–1.8	DGE, sged 4, 0.05–0.6	DGE, std 5, 0.13–1	DGE, ged 5, 0.03–1.6
GARCH, sstd 5, 0.07–0.6	DGE, sged 5, 0.07–1.9	DGE, ged 3, 0.06–1.8	GJR, norm 4, 0.04–0.8	DGE, snorm 5, 0.24–1.2	DGE, sstd 5, 0.03–0.5
DGE, norm 5, 0.04–0.4	GJR, snorm 5, 0.13–2	GARCH, ged 3, 0.03–2		DGE, sged 4, 0.24–0.8	DGE, std 5, 0.04–1.6
DGE, sstd 5, 0.16–0.4	GJR, sstd 5, 0.13–1.8	GJR, ged 3, 0.14–1.8		DGE, sstd 4, 0.44–0.7	GJR, snorm 5, 0.04–0.5
	DGE, snorm 5, 0.07–1.2	GJR, norm 3, 0.06–2		GJR, ged 4, 0.13–1	GJR, std 5, 0.04–1.6
		GJR, sged 3, 0.06–1.6		GJR, sged 4, 0.34–0.6	TS, snorm 5, 0.16–0.6
		GJR, std 3, 0.17–2		GJR, sstd 4, 0.44–0.7	
		TS, norm 3, 0.17–0.3		GJR, std 4, 0.13–0.6	
		TS, snorm 3, 0.25–0.3		GJR, snorm 4, 0.34–1.2	
		TS, sstd 3, 0.06–0.4			