

А. В. Щерба

# Сравнение моделей реализованной волатильности на примере оценки меры риска VaR для российского рынка акций

*Данная работа посвящена методологии расчета, описанию свойств и практическому применению метода реализованной волатильности, а также ее использованию при расчете меры риска VaR. Целью исследования является сравнение различных методов расчета реализованной волатильности. Результаты сравнения позволяют сделать вывод о превосходстве точности оценки VaR (в смысле наименьшего отклонения от теоретического квантиля) при использовании новых методов расчета волатильности вместо известных ранее.*

**Ключевые слова:** реализованная волатильность; HAR-RV; VaR; оценка рыночного риска; финансовый кризис 2008 г.

**JEL classification:** C02; C53; C58; G01; G32.

## 1. Введение

Направление современных исследований расчета волатильности в основном концентрируется вокруг зарекомендовавших себя моделей, к которым в первую очередь относятся GARCH волатильность и ее модификации. Привлекательной чертой GARCH моделей является экономическая обоснованность поведения волатильности и высокая точность оценок меры риска VaR (Value at Risk), в расчетах которых используются эти модели. В то же время GARCH модели требуют достаточно сложных расчетов, поэтому исследователи в последнее время находились в поисках нового подхода, который не только не уступал бы по точности известным моделям при нахождении меры риска VaR, но и облегчил бы расчет ее оценки.

Поиск такого подхода привел к использованию ранее известного метода расчета стандартного отклонения, но с применением высокой частоты котировок. Подход получил название «реализованная волатильность», где под реализацией понимаются зафиксированные котировки актива внутри дня. Использование данного расчета не требует специализированных математических пакетов, что привлекает практиков и сотрудников аналитических подразделений инвестиционных компаний. В то же время, кроме анализа движения котировок, подход может быть успешно применен при расчете параметрической оценки меры риска VaR. В настоящей работе сознательно не рассматривается непараметрический способ расчета оценки VaR, который также прост в вычислении. Целью является сравнение не с этим методом, а с оценкой GARCH волатильности, где критерием сравнения выступает точность оценки VaR.

В работе будет проверена гипотеза о высокой точности оценки VaR при использовании метода реализованной волатильности, а также некоторые свойства этого метода, отраженные в зарубежных научных работах. К таким свойствам относятся схожесть стандартизированных доходностей по реализованной волатильности и логарифма реализованной волатильности с нормальным распределением. Автором также разработаны и собственные оценки — взвешенная реализованная волатильность, EWMA и HWMA реализованные волатильности (подробнее см. ниже).

В работе сначала будет представлен подход к расчету по методу реализованной волатильности и описаны его свойства. Далее будет приведен расчет параметрической оценки VaR, в котором используется оценка волатильности по методу реализованной волатильности. В следующих разделах работы теоретические изыскания будут дополнены практическим расчетом на примере акций российских компаний.

## 2. Обзор литературы

В 1990-х годах в Европе начали появляться модели, кардинально отличающиеся от GARCH волатильности, которые получили название моделей реализованной волатильности (realized volatility, RV) благодаря особенности расчета. Оценка по модели реализованной волатильности представляет собой сумму квадратов доходностей внутри дня. По сравнению с классом GARCH моделей, реализованная волатильность имеет преимущество в простоте вычислений. Тем не менее, моделирование требует решения некоторых проблем, характерных только для этой модели. Среди них — асимметрия краткосрочной информации, наличие арбитража высокочастотной торговли (при котором использование модели стохастического поведения цены является несправедливым), бид-аск спрэд, ошибки введения данных и т. д. Обобщенно эти недостатки получили название «шум микроструктуры», который, по сути, и сдерживал применение модели на практике. Так, в работах (Harris, 1990; Zhou, 1996; Corsi et al., 2001) было показано, что использование котировок с частотой менее часа приводит к существенной систематической ошибке в оценке волатильности. Тем не менее, позже, в работе (Hansen, Lunde, 2006), посвященной анализу влияния «шума микроструктуры» на оценку волатильности, было выявлено, что частота котировок индекса Dow Jones Industrial Average в 20 минут снижает эффект шума до статистически незначимых величин, а в работе (Bandi, Russel, 2006) эта частота была снижена до 15 минут.

Несмотря на указанные выше сложности, реализованная волатильность обладает таким привлекательным качеством, как схожесть распределения стандартизированных логарифмических доходностей с гауссовским распределением, поскольку оценка параметра смещения в основном имеет значение, близкое к 0, а оценка куртозиса близка к 3. Данное свойство подтверждается работами (Andersen et al., 1999; Areal, Taylor, 2002; Corsi, 2004).

Среди всех методов предсказания реализованной волатильности, наибольшую популярность приобрел предложенный в (Corsi, 2004) метод HAR-RV, который представляет собой авторегрессионную модель, включающую три переменные с различными лагами запаздывания — 1 день, неделя (5 рабочих дней), месяц (22 рабочих дня). В этой же работе показано преимущество данного метода в точности предсказания волатильности в сравнении с оценками ARFIMA и GARCH моделей. HAR-RV метод приобрел популярность также благодаря работам (Wang, 2009; Craioveanu, Hillebrand, 2012; Ceylan, 2012) и многим другим.

В 2012 году появилась статья (Liu et al., 2012), в которой авторы обобщили все знания, накопленные к тому времени, по вопросу оценки реализованной волатильности. В этом исследовании было показано преимущество использования именно 5-минутной частоты котировок по сравнению с более высокой и более низкой частотой. При этом влияние эффекта «шума» может быть сведено до минимума при расчете с помощью модификаций оценок реализованной волатильности, представленных в работах (Zhang et al., 2005; Barndorf-Nielsen et al., 2008).

Настоящая работа продолжает исследование свойств реализованной волатильности, а также расширяет область ее применения для расчета меры риска VaR на российских данных.

### 3. Методология

#### 3.1. Методология расчета волатильности

В данном разделе сначала подробно представлены необходимые формулы по расчету реализованной волатильности, описанные в научных работах по теме исследования, затем они дополняются модифицированными методами на основе известных моделей расчета волатильности для дневных доходностей актива.

*Реализованная волатильность*

Формула расчета:

$$RV_t^2 = \sum_{n=1}^{N_t} r_{n,t}^2, \quad (1)$$

где  $RV_t^2$  — оценка волатильности по модели реализованной волатильности в день  $t$ ,  $r_{n,t}^2$  — квадрат логарифмической доходности в момент  $n$  дня  $t$ ,  $N_t$  — число наблюдений доходности внутри дня  $t$ .

Метод расчета реализованной волатильности берет свое начало от понятия *интегрированная волатильность (номинальная волатильность)*, объяснение которому будет дано ниже.

Рассмотрим уравнение, представленное в работах (Andersen, Bollerslev, 1998; Andersen et al., 1999):

$$dp(t) = \sigma(t)dW(t), \quad (2)$$

где  $p(t)$  — логарифм котировок,  $W(t)$  — стандартное броуновское движение,  $\sigma(t)$  — стохастический процесс, независимый от  $W(t)$ . Для данного процесса *номинальная волатильность* — это интеграл мгновенных волатильностей на интервале в один день:

$$\sigma_t = \left( \int_t^{t+1d} \sigma^2(w)dw \right)^{1/2},$$

где  $(t, t+1d)$  — временной интервал в один день.

В 1980 году в работе (Merton, 1980) было показано, что аппроксимация интегрированной волатильности может быть получена с помощью суммы квадратов доходностей котировок

внутри одного дня. Позже в исследованиях (Andersen, Bollerslev, 1998; Andersen et al., 1999) было отмечено, что с ростом частоты котировок реализованная волатильность равномерно сходится к *интегрированной волатильности*:

$$\sum_{n=1}^{N_t} r_{n,t}^2 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_t^{t+1d} \sigma^2(w) dw.$$

Поскольку приращение броуновского движения распределено по нормальному закону с математическим ожиданием 0 и стандартным отклонением, равным промежутку времени, на котором рассматривается приращение, то, приняв интервал приращения за единицу, равенство (2) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{r_t}{\left(\int_t^{t+1d} \sigma^2(w) dw\right)^{1/2}} \sim N(0,1), \quad (3)$$

где  $r_t$  — дневная логарифмическая доходность.

Эмпирическое подтверждение последнего утверждения на практике на примере курсов валют было представлено в работах (Andersen et al., 1999; Corsi, 2004).

Далее будут представлены модифицированные методы реализованной волатильности — с параметром взвешивания, EWMA и HWMA — новые методы, разработанные автором данной статьи.

#### *Реализованная волатильность с параметром взвешивания*

Следующие два варианта расчета волатильности включают параметр взвешивания на основе объема торгов. Для этого суммирование доходностей будет производиться с коэффициентами, сумма которых равна количеству доходностей. Данное свойство должно соблюдаться, чтобы добиться равенства между суммой коэффициентов (каждый из которых равен единице) при расчете реализованной волатильности и взвешенной модификации.

Взвешенная реализованная волатильность:

$$WRV_t^2 = N_t \sum_{n=1}^{N_t} a_{n,t} r_{n,t}^2,$$

где  $a_{n,t} = V_{n,t}/V_t$ ,  $V_{n,t}$  — объем торгов за период  $(n-1, n)$  в день  $t$ ,  $V_t$  — объем торгов за день  $t$ .

Нормированная взвешенная реализованная волатильность:

$$NWRV_t^2 = N_t \left( I\{a_{n,t} \geq N_t^{-1}\} \sum_{n=1}^{N_t} a_{n,t} b_{n,t}^{(1)} r_{n,t}^2 + I\{a_{n,t} < N_t^{-1}\} \sum_{n=1}^{N_t} a_{n,t} b_{n,t}^{(2)} r_{n,t}^2 \right),$$

где  $b_{n,t}^{(1)} = \frac{2}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} I\{a_{n,t} \geq N_t^{-1}\}$ ,  $b_{n,t}^{(2)} = 2 \left( 1 - N_t^{-1} \sum_{n=1}^{N_t} I\{a_{n,t} \geq N_t^{-1}\} \right)$ .

В нормированном варианте расчета оценки волатильности, в отличие от простого взвешенного метода, веса распределяются по объему торгов с учетом частоты появления боль-

ших и малых объемов торгов. Для этого сначала рассчитывается средний объем торгов за день, затем вычисляются два коэффициента  $b_{n,t}^{(1)}$  и  $b_{n,t}^{(2)}$  — доли числа торгов, превышающих и не превышающих среднедневной оборот. Таким образом, доходность не только взвешивается с коэффициентом  $a_{n,t}$ , но дополнительно общая сумма разбивается на две — первой присваивается вес, учитывающий частоту появления объема большего среднего оборота торгов, а вторая учитывает частоту, меньшую среднего оборота торгов.

#### *EWMA и HWMA реализованная волатильность*

EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) реализованная волатильность воспроизводит методологию расчета EWMA волатильности, но для *внутридневных доходностей*, а не дневных, как в стандартном расчете. HWMA (Hyperbolic Weighted Moving Average) реализованная волатильность методологически представляет собой EWMA расчет, но динамика коэффициентов не экспоненциальная, а гиперболическая.

Расчет оценки волатильности осуществляется по взвешенной формуле

$$RV_t^2 = \sum_{n=1}^{N_t} c_{n,t} r_{n,t}^2,$$

где:

$$\text{для EWMA волатильности — } c_{n,t} = N_t \gamma^{N_t - n + 1} / \sum_{n=1}^{N_t} \gamma^{N_t - n + 1},$$

$$\text{для HWMA волатильности — } c_{n,t} = N_t n^\gamma / \sum_{n=1}^{N_t} n^\gamma.$$

Коэффициент взвешивания  $\gamma$  принимает значения от нуля до единицы:  $0 < \gamma < 1$ . В данном исследовании экспертная оценка  $\gamma$  равна 0.9.

Предсказание волатильности на день  $t + 1$  в настоящей работе осуществляется по методу HAR-RV, описанному в (Corsi, 2004; Kruse, 2006). Данный подход, впервые представленный в работе (Corsi, 2004), основывается на модели HARCH (Muller et al., 1997). HARCH модель отличается от ARCH волатильности включением линейной комбинации квадратов доходностей для разных интервалов времени. HAR-RV модель была предложена как альтернатива оценки волатильности, не требующая больших математических вычислений по сравнению с HARCH расчетами. По модели HAR-RV:

$$\sigma_{t+1d}^{(d)} = c + \beta^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta^{(w)} RV_t^{(w)} + \beta^{(m)} RV_t^{(m)} + \varepsilon_t, \quad (4)$$

где  $\sigma_{t+1d}^{(d)}$  — оценка предсказания волатильности на один день,  $RV_t^{(d)}$  — оценка по модели реализованной волатильности, рассчитанная по формуле (1),  $w=5$ ,  $m=22$ ,  $RV_t^{(n)} = (RV_t + \dots + RV_{t-n+1}) / n$ ,  $\varepsilon_t$  — ошибка уравнения, подчиняющаяся закону «белого шума».

В работе (Kruse, 2006) было показано, что качество оценки HAR-RV повышается при использовании  $\sqrt{RV_t^{(n)}}$  и  $\ln(RV_t^{(n)})$  вместо  $RV_t^{(n)}$  в формуле (4). Поэтому в предсказании волатильности будет использовано три оценки:

$$\sigma_{t+1d}^{(d)} = c + \beta^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta^{(w)} RV_t^{(w)} + \beta^{(m)} RV_t^{(m)} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

$$\sqrt{\sigma_{t+1d}^{(d)}} = c + \beta^{(d)} \sqrt{RV_t^{(d)}} + \beta^{(w)} \sqrt{RV_t^{(w)}} + \beta^{(m)} \sqrt{RV_t^{(m)}} + \varepsilon_t, \quad (6)$$

$$\ln(\sigma_{t+1d}^{(d)}) = c + \beta^{(d)} \ln(RV_t^{(d)}) + \beta^{(w)} \ln(RV_t^{(w)}) + \beta^{(m)} \ln(RV_t^{(m)}) + \varepsilon_t. \quad (7)$$

Оценка коэффициентов  $c, \beta^{(d)}, \beta^{(w)}, \beta^{(m)}$  регрессионных уравнений (4), (5), (6) и (7) производится по методу наименьших квадратов.

Все вышеуказанные методы реализованной волатильности значительно упрощают вычисления по сравнению с GARCH моделированием, применение которого подробно описано в работе (Bollerslev, 1986).

### 3.2. Методология расчета оценки VaR

Параметрическая оценка меры VaR требует знания вида распределения случайной величины, а также значений его параметров. Согласно соотношению (3), распределение стандартизированной доходности подчиняется нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и единичным стандартным отклонением. Под стандартизацией понимается деление доходности на оценку волатильности, рассчитанную одним из методов, описанных в предыдущем разделе.

VaR представляет собой уровень максимальных потерь на заданном промежутке времени с принятой доверительной вероятностью  $\alpha$ :

$$P(r_t < \text{VaR}(\alpha)) = 1 - \alpha,$$

где  $r_t = \ln(S_t / S_{t-1})$  — логарифмическая доходность акции,  $S_t$  — цена акции в момент времени  $t$ .

Для анализа меры VaR в основном используются доверительные вероятности, превышающие 95%. В данной работе оценка будет проводиться для двух квантилей — 95 и 99%.

Для определения наиболее точной модели проводится процедура бэкстестинга. Для этого доверительная вероятность сравнивается с долей доходностей, превысивших значение VaR. Доля превышений вычисляется как отношение числа значений логарифмических доходностей, превысивших оценку VaR, к общему числу доходностей за период. Наилучшей моделью волатильности считается та, согласно которой доля превышений продемонстрировала наименьшее отклонение от доверительной вероятности.

### 3.3. Статистические свойства рядов

Для анализа статистических характеристик рядов в работе будут использоваться следующие показатели:

- среднее  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ;

- стандартное отклонение  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ ;
- коэффициент смещения  $s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 / \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}$ ;
- куртозис  $k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 / \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2$ .

Схожесть распределения логарифмических оценок реализованной волатильности и стандартизированных доходностей с нормальным распределением будет оцениваться с помощью теста Jarque–Bera. Этот тест проверит ряд на нормальность с помощью сравнения третьего и четвертого момента (коэффициента смещения и куртозиса соответственно) с соответствующими моментами стандартного нормального распределения (0 и 3).

Нулевая гипотеза:  $H_0 : s = 0, k = 3$ .

Альтернативная гипотеза:  $H_1 : s \neq 0$  и/или  $k \neq 3$ .

Критерий:

$$JB = n \left( \frac{s^2}{6} + \frac{(k-3)^2}{24} \right),$$

где  $s$  — коэффициент смещения,  $k$  — куртозис.

Данный критерий имеет распределение хи-квадрат с двумя степенями свободы. При достаточно большом значении критерия  $P$ -значение будет мало, что позволит опровергнуть нулевую гипотезу.

#### 4. Данные

Для сравнения качества оценок моделей в работе использованы котировки российских акций, обращающихся на ММВБ. Так как оценка реализованной волатильности требует наличия котировок с высокой частотой, в анализе будут использованы «голубые фишки», торги по которым проводятся ежесекундно. Будут рассмотрены следующие обыкновенные акции компаний:

- «Газпром» (GAZP) — крупнейшая компания России, рыночная капитализация превышает 3 трлн руб., входит в базу расчета индексов ММВБ и ММВБ 10.

- «Лукойл» (LKOH) — вторая по объему выручки (после Газпрома) нефтяная компания России, рыночная капитализация составляет 1.8 трлн руб., входит в базу расчета индексов ММВБ и ММВБ 10.

- «ГМК Норильский Никель» (GMKN) — крупнейшая в России компания по производству драгоценных и цветных металлов с капитализацией более 0.9 трлн руб. Входит в базу расчета индексов ММВБ и ММВБ 10.

- «Сбербанк» (SBER) — крупнейший универсальный банк России, предоставляющий широкий спектр банковских услуг. Рыночная капитализация составляет 2.4 трлн руб. Акции входят в базу расчета индексов ММВБ и ММВБ 10.

• «Мосэнерго» (MSNG) — крупнейшая в России территориальная генерирующая компания. Рыночная капитализация составляет 50 млрд руб. Акции входят в базу расчета индекса ММВБ.

• «Ростелеком» (RTKM) — одна из крупнейших телекоммуникационных компаний России с рыночной капитализацией 335 млрд руб. Акции входят в базу расчета индекса ММВБ.

Временной промежуток котировок составляет период 10:30–18:40 с частотой 5 минут, в результате количество котировок за один день составляет от 80 до 99 в зависимости от активности торгов. В расчете реализованной волатильности будут использованы последние цены сделки за каждые 5 минут, а также объем торгов за этот период.

Сравнение качества оценок будет проводиться на трех временных интервалах.

1) 01.01.2004–01.01.2008. Период значительного (особенного во второй половине) роста рынка, сопровождающийся государственными и иностранными инвестициями.

2) 01.01.2006–01.01.2010. Период роста и дальнейшего резкого падения рынка, вызванного ипотечным кризисом в США. В результате финансового коллапса произошли банкротства некоторых компаний мирового уровня, в числе которых был Lehman Brothers — один из самых крупных инвестиционных банков США, просуществовавший более 100 лет. Вслед за Америкой волна банкротств началась в европейских государствах, а затем и в России, где в период с августа по ноябрь 2008 года российский фондовый рынок потерял более половины своей стоимости.

3) 01.01.2008–01.01.2012. Период финансового кризиса и последующего восстановления мировых рынков. За два послекризисных года индекс ММВБ восстановился на 60% по сравнению с падением в октябре 2008 года, в то время как американские индексы Nasdaq и S&P500 и европейские DAX и FTSE 100 достигли своего предкризисного уровня.

Оценка реализованной волатильности и VaR будет проводиться на основе двух лет каждого периода с ежедневной переоценкой и плавающим окном два года. Предсказание значения VaR на 10.01.2006 проводится на основе данных за 09.01.2004–09.01.2006, в то время как для предсказания VaR на 11.01.2006 используются два года, сдвинутые на один день по сравнению с предыдущим оценочным периодом, т. е. 10.01.2004–10.01.2006. В результате в каждом периоде будет насчитываться около 500 значений в зависимости от числа торговых дней в году.

Средние арифметические рядов в разбивке по временным периодам представлены в табл. 1. В таблице пропущены значения для акций «Газпром» на двух интервалах I периода, т. к. торги на ММВБ по этим бумагам начались с 23.01.2006.

**Таблица 1.** Средние арифметические рядов (умноженные на 1000)

	I период (01.01.2004–01.01.2008)		II период (01.01.2006–01.01.2010)			III период (01.01.2008–01.01.2012)			
	2004–2006	2006–2008	2004–2008	2006–2008	2008–2010	2006–2010	2008–2010	2010–2012	2008–2012
GAZP	—	0.86	—	0.86	–1.47	–0.24	–1.47	–0.26	–0.81
LKOH	1.89	0.24	1.01	0.24	–0.48	–0.10	–0.48	–0.06	–0.25
GMKN	0.33	2.16	1.27	2.16	–0.90	0.65	–0.90	0.1	–0.38
MSNG	1.74	0.93	1.36	0.93	–1.62	–0.34	–1.62	–1.76	–1.69
RTKM	0.015	2.93	1.49	2.93	–1.46	0.78	–1.46	0.09	–0.68
SBER	3.52	1.95	2.61	1.95	–0.51	0.69	–0.51	–0.18	–0.32

По данным из таблицы видно, что средневзвешенная доходность положительна для всех рядов в предкризисный период, в то время как в 2008–2010 годах она меняет свой знак на отрицательный, причем только две акции («ГМК Норильский Никель» и «Ростелеком») из шести сменили падение на рост в последующих 2010–2012 годах. Несмотря на то что значения средневзвешенных доходностей не равны нулю, они очень незначительны, и на практике, как правило, принимаются равными нулю. Поэтому в работе не будут рассматриваться дневные тренды в расчетах оценки VaR.

## 5. Результаты

Поскольку настоящая работа посвящена не только поиску наиболее точной модели оценки волатильности из раздела 3 для расчета VaR, но и новому на российском рынке понятию модели реализованной волатильности, то в данном разделе будут представлены некоторые особенности самой реализованной волатильности. К таким особенностям относятся:

- схожесть дневной доходности, деленной на оценку реализованной волатильности, с нормальным распределением (см. (3));
- схожесть логарифмической реализованной волатильности с нормальным распределением.

Под схожестью понимается близость параметров эксцесса и смещения распределения логарифмической волатильности с аналогичными параметрами нормального распределения. Данная особенность была продемонстрирована в статьях (Areal, Taylor, 2002; Christensen, Prabhala, 1998).

В Приложении в табл. П1 представлены результаты проверки первой особенности. Таблица разделена на секции с заголовками наименований моделей реализованной волатильности, по которым получены результаты соответствующей секции. Пропуски в данных для первого периода по акциям «Газпрома» вызваны отсутствием торгов по акциям на бирже в 2004–2005 годах. Значения в таблице рассчитаны для стандартизированной доходности, т. е. дневной доходности (логарифм отношения котировок закрытия биржи), деленной на рассчитанную в этот день реализованную волатильность. Таким образом, в данном случае не используются модели предсказания, а берется значение волатильности.

Близость коэффициента смещения к 0, а куртозиса к 3, для акций «Газпрома», «ГМК Норильский Никель» и «Лукойла» по реализованной волатильности на всех трех периодах подтверждает схожесть с нормальным распределением. Результаты теста Jarque–Bera, значение доверительной вероятности ( $P$ -значение) которого отражено в последней колонке, позволяют не отвергать гипотезу о принадлежности отмеченных рядов к нормальному распределению на 10%-ном уровне значимости. Исключение составляет только первый период для акций «ГМК Норильский Никель».

Из-за статистически значимого отклонения куртозиса и коэффициента смещения от значений соответствующих параметров нормального распределения, тест на нормальность не проходят акции «Мосэнерго» на всех трех периодах. Тем не менее, значения куртозиса и эксцесса близки к аналогичным значениям для нормального распределения. Ряд доходностей акций «Ростелеком» можно считать распределенным нормально на 10%-ном уровне значимости только на первом периоде, в то время как акции «Сбербанка» не проходят тест на всех трех периодах.

Последующие модификации реализованной волатильности не помогают приблизить стандартизированные ряды к гауссовским и, как правило, подтверждают результаты, полученные на модели реализованной волатильности.

В Приложении в табл. П2 представлены результаты, связанные со второй особенностью реализованной волатильности — близость параметров эксцесса и смещения эмпирического распределения логарифма волатильности к значениям аналогичных параметров нормального распределения. Почти во всех случаях (за исключением акций «Мосэнерго») логарифм волатильности рядов доходностей котировок не проходит тест на нормальность. В то же время нельзя не отметить близость куртозиса и коэффициента смещения к 3 и 0 соответственно, что говорит о «почти» нормальности рядов. Интересная закономерность наблюдается по акциям «Мосэнерго», где стандартизированная доходность не проходит тест на нормальность, в то время как логарифм волатильности акции этот тест проходит.

В Приложении в табл. П3 и П4 представлены результаты по VaR оценкам для 0.95 и 0.99 квантилей. В таблицах в первой колонке отображены три исследуемых периода. Вторая колонка содержит информацию о методах предсказания волатильности: расчет по моделям HAR-RV, HAR-RV-SQRT и HAR-RV-LN проводится по формулам (5), (6) и (7) соответственно. В остальных колонках обозначены методы расчета волатильности. Наилучшая оценка VaR стоит на пересечении модели предсказания и метода расчета волатильности, которые использовались в данной оценке меры риска. При этом акции одной компании могут встречаться для одного периода более одного раза, что связано с одинаковыми или очень схожими результатами моделей. Очень схожими называются здесь такие значения, которые отклоняются не более чем на 0.005 от заданной доверительной вероятности. Таким образом, в ячейках таблицы записаны все временные ряды, для которых рассчитанные значения не превосходят 0.955 (табл. П3) или 0.995 (табл. П4) и не ниже 0.945 (табл. П3) или 0.985 (табл. П4). В случае более сильного отклонения в таблицу записывается только один временной ряд со своим показателем в скобках соответственно.

Рассмотрим таблицу П3 Приложения, в которой приведены результаты для доверительной вероятности 0.95. Из таблицы видно, что метод реализованной волатильности, представленный во многих научных работах последнего десятилетия, может быть улучшен: классический метод расчета оказался наихудшим для всех рядов данных. Второе замечание, заслуживающее внимания, это точность расчетов, которую демонстрируют модели. Данные результаты несколько не уступают результатам, полученным по GARCH моделям для этих же рядов данных (Щерба, 2012). В работе (Щерба, 2012) сравниваются оценки VaR с применением GARCH моделей для российского и зарубежного рынков акций на таких же временных периодах, что и в настоящей статье. Российский рынок представлен девятью акциями, шесть из которых также рассматриваются в данном исследовании. В результате анализа было показано, что для доверительной вероятности 0.95 ошибки моделей лежат в диапазонах, соответственно, 0.0003–0.01, 0.0004–0.015 и 0.0004–0.016 для первого, второго и третьего периодов, рассмотренных в той работе. В настоящем исследовании для наилучших моделей ошибки лежат в диапазонах 0.0008–0.005, 0.0005–0.0045 и 0.0012–0.003 для трех периодов соответственно. Как видно из результатов, оценки VaR, проведенные на основе модели реализованной волатильности, в среднем не уступают своим конкурентам. Сравнительные результаты для доверительной вероятности 0.99 также подтверждают этот вывод, в чем можно убедиться, обратившись к работе (Щерба, 2012).

В первом, предкризисном, периоде не выявлен наилучший метод расчета волатильности, но очевидно, что логарифмическая модификация HAR-RV позволяет получать наиболее точные оценки VaR. Волатильность во втором периоде, который охарактеризовался значительным ростом и последующим резким падением рынка, также была смоделирована с высокой точностью. Только оценка акций «Ростелекома» не была близка к теоретическому значению, отклонение составило 0.02. По остальным акциям продемонстрировано преобладание методов с наличием параметра взвешивания, при этом наибольшей предсказательной силой обладают модифицированные модели HAR-RV.

В третьем периоде наблюдается смещение результатов от взвешенных методов к методам со скользящими средними — EWMA и HWMA, при этом последний имеет небольшое преимущество перед классическим EWMA расчетом. Для данного периода лучше использовать модель предсказания с квадратным корнем, т. к. для пяти компаний из шести по ней получены наилучшие результаты.

Проверка точности моделей для доверительной вероятности 0.99 может быть менее результативной, потому что, как правило, малое число выбросов проще моделировать, поскольку такие выбросы в большинстве случаев принимают большие значения. Тем самым в диапазон между значительными отклонениями и общей совокупностью данных может попасть большое число значений, полученных по разным моделям. Это подтверждают результаты табл. П4 Приложения, где ошибки моделей значительно меньше в сравнении с результатами предыдущей таблицы для доверительной вероятности 0.95. Тем не менее, выводы, полученные на основе табл. П3, не сильно отличаются от выводов по данным табл. П4. На первом периоде нет четко выраженного преобладания той или иной модели, однако наблюдается некоторое преимущество нормированного взвешенного метода реализованной волатильности. На втором периоде преимущество демонстрирует взвешенный метод с моделью предсказания HAR-RV и его модификация с квадратным корнем. В третьем периоде смещение опять происходит в сторону моделей скользящих средних, особенно EWMA. Наравне с ней хорошие результаты демонстрирует также нормированная взвешенная реализованная волатильность.

По итогам рассмотрения двух таблиц стоит еще раз подчеркнуть, что точность моделей реализованной волатильности с точки зрения оценок VaR не уступает своим признанным конкурентам — моделям GARCH волатильности. При этом сложность расчетов кардинально различается для двух типов моделей. Если для GARCH и APARCH моделей требуется применение оптимизационных методов, с которыми справляются только математические программные продукты, то для метода реализованной волатильности главным является наличие внутридневных котировок, а расчет может быть проведен в любой удобной пользователю программной среде. Например, в данном исследовании расчет волатильности производился в Excel.

## 6. Заключение

В работе проведено исследование возможности использования нового подхода к расчету волатильности на примере шести российских акций. Данный подход был разработан в последнем десятилетии XX века и получил дальнейшее развитие уже в начале XXI века.

Благодаря особенностям, присущим реализованной волатильности, метод стал популярен среди исследователей и сотрудников аналитических подразделений инвестиционных ком-

паний. К таким особенностям относятся схожесть стандартизированных по реализованной волатильности доходностей с нормальным распределением и простота расчета. Последнее качество особенно привлекает аналитиков и трейдеров, которые зачастую не используют продвинутое программные средства для поиска оптимального портфеля на основе соотношения «риск–доходность».

В работе рассмотрены модификации классического метода расчета реализованной волатильности, которые добавляли в формулу взвешивающие коэффициенты. Два типа взвешивания проводились на основе объема торгов, а два другие вносили влияние временной составляющей. В работе проанализировано применение таких подходов расчета волатильности на примере трех периодов — предкризисного, кризисного 2008 года и послекризисного.

Приведенные результаты подтвердили выводы, полученные западными учеными в этой области. Так, стандартизированная доходность имеет распределение, близкое к нормальному, логарифм реализованной волатильности также близок к гауссовскому распределению.

По результатам проведенных оценок VaR можно сделать три основных вывода. Первый заключается в том, что метод реализованной волатильности может быть улучшен добавлением параметров взвешивания. Второй вывод заключается в высокой точности результатов на фоне простоты расчетов по сравнению с поиском оптимальных оценок по GARCH моделям. Третий вывод подтверждает результаты, полученные в исследованиях данной тематики — HAR-RV модель имеет большую предсказательную силу в случае использования ее модификаций с добавлением логарифма и квадратного корня.

Выводы, полученные в данной работе, могут быть полезны как аналитикам и трейдерам, так и теоретикам, а также стимулируют дальнейшее исследование метода, который можно совершенствовать в способах выбора взвешивающих коэффициентов и частоты котировок.

### Список литературы

Щерба А. В. (2012). Моделирование оценки рыночного риска рынков европейских стран в период финансового кризиса 2008 года. *Прикладная эконометрика*, 27 (3), 20–35.

Andersen T. G., Bollerslev T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39, 885–905.

Andersen T. G., Bollerslev T., Diebold F. X., Labys P. (1999). Exchange rate returns standardized by realized volatility are (nearly) Gaussian. *Multinational Finance Journal*, 4, 159–179.

Areal N. M. P. C., Taylor S. J. (2002). The realized volatility of FTSE-100 futures prices. *Journal of Futures Markets*, 22 (7), 627–648.

Bandi F., Russel J. (2006). Separating microstructure noise from volatility. *Journal of Financial Economics*, 3, 655–692.

Barndorf-Nielsen O., Hansen P. R., Lunde A., Shephard N. (2008). Designing realized kernels to measure the ex post variation of equity prices in the presence of noise. *Econometrica*, 76 (6), 1481–1536.

Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.

Ceylan O. (2012). Time-varying volatility asymmetry: A conditioned HAR-RV (CJ)EGARCH-M model. *GIAM Working Papers*, 12 (4).

Christensen B. J., Prabhala N. R. (1998). The relation between implied and realized volatility. *Journal of Financial Economics*, 50, 125–150.

Corsi F. (2004). A simple long memory model of realized volatility. *Working paper*, University of Southern Switzerland.

Corsi F., Zumbach G., Mäüller U. A., Dacorogna M. (2001). Consistent high-precision volatility from high-frequency data. *Economic Notes*, 30 (2), 183–204.

Craioveanu M., Hillebrand E. (2012). Why it is OK to use the HAR-RV(1,5,21) model. *Working Paper* 1201. University of Central Missouri, Department of Economics and Finance.

Hansen P. R., Lunde A. (2006). Realized variance and market microstructure noise. *Journal of Business & Economic Statistics*, 24 (2), 17–161.

Harris L. (1990). Estimation of stock price variances and serial covariances from discrete observations. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25 (3), 291–306.

Kruse R. (2006). Can realized volatility improve the accuracy of Value-at-Risk forecasts? *Working Papers*. Leibniz University of Hannover.

Liu L., Patton A. J., Sheppard K. (2012). Does anything beat 5-minute RV? A comparison of realized measures across multiple asset classes. *Department of Economics Discussion Paper series*, 645. University of Oxford.

Merton R. C. (1980). On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, 8, 323–361.

Muller U., Dacorogna M. M., Dave R. D., Olsen R. B., Pictet O. V., Weizsäcker J. E. (1997). Volatilities of different time resolutions — analyzing the dynamics of market components. *Journal of Empirical Finance*, 4 (2–3), 213–239.

Wang P. (2009). Modeling and forecasting of realized volatility based on high-frequency data: Evidence from FTSE-100 index. Hanken School of Economics. <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10227/413/wang.pdf?sequence=2>.

Zhang L., Mykland P. A., Ait-Sahalia Y. (2005). A tale of two time scales: determining integrated volatility with noisy high-frequency data. *Journal of the American Statistical Association*, 100 (472), 1394–1411.

Zhou B. (1996). High-frequency data and volatility in foreign-exchange rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, 14 (1), 45–52.

## Приложение

Таблица III. Статистические характеристики стандартизированных доходностей

Акции	Стандартное отклонение			Коэффициент смещения			Куртозис			P-значение JB		
	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012
<i>Реализованная волатильность</i>												
GAZP		1.29	1.26		0.08	0.09		3.08	3.19		0.562	0.247
LKOH	1.16	1.24	1.13	0.09	0.16	0.14	3.09	2.93	3.04	0.434	0.123	0.220
GMKN	1.14	1.23	1.14	0.13	0.08	0.05	3.43	3.26	3.07	0.006	0.163	0.712
MSNG	0.78	0.75	0.82	0.15	–0.08	–0.16	3.97	4.60	4.03	0.000	0.000	0.000
RTKM	0.90	0.80	0.80	0.08	0.21	0.06	3.27	4.14	4.05	0.128	0.000	0.000
SBER	1.00	1.23	1.25	0.20	–0.01	–0.08	3.44	3.70	3.47	0.001	0.000	0.007
<i>Взвешенная реализованная волатильность</i>												
GAZP		0.98	0.97		0.01	0.04		3.25	3.36		0.293	0.070
LKOH	0.86	0.95	0.85	0.02	0.11	0.10	3.27	3.05	3.15	0.217	0.330	0.272
GMKN	0.82	0.91	0.84	0.14	0.04	0.03	3.49	3.26	3.34	0.001	0.225	0.096
MSNG	0.50	0.52	0.61	–0.14	–0.43	–0.35	4.07	4.42	4.22	0.000	0.000	0.000
RTKM	0.63	0.61	0.57	0.07	–0.28	–0.56	3.75	6.67	6.98	0.000	0.000	0.000
SBER	0.70	0.91	0.93	0.12	–0.12	–0.16	3.97	4.40	4.00	0.000	0.000	0.000
<i>Нормированная взвешенная реализованная волатильность</i>												
GAZP		1.10	1.08		0.03	0.06		3.20	3.32		0.425	0.089
LKOH	0.97	1.06	0.96	0.05	0.14	0.11	3.20	3.01	3.11	0.365	0.223	0.273
GMKN	0.94	1.03	0.96	0.12	0.04	0.05	3.33	3.16	3.19	0.033	0.540	0.397
MSNG	0.63	0.66	0.76	–0.11	–0.35	–0.34	3.83	4.10	4.06	0.000	0.000	0.000
RTKM	0.77	0.79	0.72	0.09	–0.07	–0.26	3.51	4.94	5.20	0.002	0.000	0.000
SBER	0.83	1.03	1.05	0.14	–0.08	–0.15	3.65	4.19	3.90	0.000	0.000	0.000
<i>HWMA</i>												
GAZP		1.32	1.29		0.08	0.11		2.99	3.11		0.629	0.306
LKOH	1.20	1.28	1.17	0.14	0.12	0.09	3.38	3.08	3.28	0.010	0.271	0.103
GMKN	1.20	1.29	1.18	0.05	0.03	0.10	4.26	3.87	3.12	0.000	0.000	0.360
MSNG	0.84	0.83	0.87	0.24	0.22	–0.03	4.74	5.25	3.92	0.000	0.000	0.000
RTKM	0.94	0.86	0.85	0.16	0.23	–0.03	3.44	4.58	4.09	0.003	0.000	0.000
SBER	1.06	1.27	1.27	0.32	0.06	–0.03	3.55	3.67	3.44	0.000	0.000	0.019
<i>EWMA</i>												
GAZP		1.28	1.52		0.14	5.38		3.20	93.45		0.090	0.000
LKOH	1.17	1.23	1.14	0.15	0.17	0.13	3.56	3.62	3.93	0.000	0.000	0.000

Окончание табл. III

Акции	Стандартное отклонение			Коэффициент смещения			Куртозис			P-значение JB		
	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012
GMKN	1.20	1.25	1.14	0.26	0.17	0.25	4.13	3.73	3.85	0.000	0.000	0.000
MSNG	1.13	0.90	0.93	-0.18	0.22	-0.08	8.49	5.10	5.04	0.000	0.000	0.000
RTKM	0.99	0.92	0.89	0.60	0.57	-0.26	6.44	9.35	5.29	0.000	0.000	0.000
SBER	1.06	1.23	1.26	0.36	0.13	0.14	3.91	3.88	3.67	0.000	0.000	0.000

Таблица П2. Статистические характеристики логарифмической реализованной волатильности

Акции	Стандартное отклонение			Коэффициент смещения			Куртозис			P-значение JB		
	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012
<i>Реализованная волатильность</i>												
GAZP		1.04	0.96		0.48	0.44		2.93	3.45		0.000	0.000
LKOH	0.73	0.96	0.95	0.50	0.43	0.47	3.71	3.01	3.24	0.000	0.000	0.000
GMKN	0.81	1.03	1.07	0.42	0.49	0.52	3.36	3.04	2.91	0.000	0.000	0.000
MSNG	1.11	1.26	1.21	0.38	0.05	0.11	3.10	2.63	2.76	0.000	0.115	0.193
RTKM	0.83	1.13	1.00	0.60	0.66	0.82	4.12	3.17	3.54	0.000	0.000	0.000
SBER	0.83	1.05	1.01	0.30	0.34	0.55	2.84	2.89	3.28	0.001	0.000	0.000
<i>Взвешенная реализованная волатильность</i>												
GAZP		1.06	0.97		0.41	0.42		3.00	3.52		0.000	0.000
LKOH	0.78	0.99	0.98	0.49	0.46	0.53	3.70	3.33	3.63	0.000	0.000	0.000
GMKN	0.85	1.04	1.08	0.34	0.46	0.48	3.40	3.15	3.00	0.000	0.000	0.000
MSNG	1.37	1.45	1.36	0.37	0.04	0.19	3.31	2.78	2.89	0.000	0.441	0.099
RTKM	1.11	1.51	1.31	0.14	0.27	0.31	4.06	2.95	3.22	0.000	0.003	0.000
SBER	0.94	1.10	1.03	0.22	0.38	0.69	2.92	3.72	4.37	0.023	0.000	0.000
<i>Нормированная взвешенная реализованная волатильность</i>												
GAZP		1.07	0.98		0.39	0.40		2.91	3.44		0.000	0.000
LKOH	0.78	0.99	0.99	0.50	0.42	0.46	3.67	3.16	3.41	0.000	0.000	0.000
GMKN	0.84	1.05	1.09	0.38	0.45	0.44	3.50	3.06	2.87	0.000	0.000	0.000
MSNG	1.32	1.41	1.33	0.31	0.02	0.16	3.26	2.78	2.81	0.001	0.464	0.127
RTKM	1.11	1.50	1.30	0.14	0.35	0.27	3.64	2.74	3.16	0.000	0.000	0.002
SBER	0.92	1.10	1.04	0.26	0.35	0.61	2.91	3.38	3.89	0.004	0.000	0.000

Окончание табл. П2

Акции	Стандартное отклонение			Коэффициент смещения			Куртозис			P-значение JB		
	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012	2004–2008	2006–2010	2008–2012
<i>HWMA</i>												
GAZP		1.07	0.98		0.39	0.29		2.78	3.32		0.000	0.000
LKOH	0.75	0.99	0.98	0.42	0.28	0.35	3.51	2.86	3.04	0.000	0.001	0.000
GMKN	0.83	1.06	1.12	0.42	0.42	0.48	3.46	2.98	2.91	0.000	0.000	0.000
MSNG	1.16	1.28	1.24	0.39	0.11	0.11	3.07	2.64	2.74	0.000	0.071	0.171
RTKM	0.86	1.16	1.03	0.59	0.59	0.76	3.86	3.00	3.41	0.000	0.000	0.000
SBER	0.85	1.08	1.03	0.28	0.29	0.47	2.91	2.93	3.30	0.002	0.001	0.000
<i>EWMA</i>												
GAZP		1.17	1.10		0.26	–0.33		2.81	8.25		0.002	0.000
LKOH	0.87	1.08	1.08	0.33	0.25	0.35	3.17	3.05	3.28	0.000	0.006	0.000
GMKN	0.94	1.16	1.28	0.38	0.33	0.47	3.60	2.91	3.09	0.000	0.000	0.000
MSNG	1.34	1.43	1.39	0.32	0.04	0.04	3.44	2.85	2.77	0.000	0.644	0.400
RTKM	1.02	1.32	1.19	0.51	0.49	0.58	3.75	3.03	3.48	0.000	0.000	0.000
SBER	0.97	1.18	1.12	0.28	0.25	0.41	3.16	3.24	3.67	0.002	0.003	0.000

А. В. Щерба

**Таблица П3.** VaR по наилучшим моделям реализованной волатильности для доверительной вероятности 0.95

Период	Модель	Реализованная волатильность	Взвешенная реализованная волатильность	Нормированная взвешенная реализованная волатильность	HWMA	EWMA
2004–2008	HAR-RV	—	—	GMKN (0.9450)	—	—
	HAR-RV-SQRT	—	—	—	—	—
	HAR-RV-LN	—	LKOH (0.9492)	SBER (0.9524)	RTKM (0.9616)	MSNG (0.9584)
2006–2010	HAR-RV	—	GAZP (0.9520)	—	—	—
	HAR-RV-SQRT	—	SBER (0.9510), GAZP (0.9455)	LKOH (0.9515), GMKN (0.9491)	—	—
	HAR-RV-LN	—	—	MSNG (0.9505), GMKN (0.9446)	—	RTKM (0.9709)
2008–2012	HAR-RV	—	—	—	RTKM (0.9524)	SBER (0.9470), GAZP (0.9471)
	HAR-RV-SQRT	—	—	SBER (0.9512), GAZP (0.9493)	LKOH (0.9512), MSNG (0.9523)	RTKM (0.9479)
	HAR-RV-LN	—	—	GAZP (0.9493)	GMKN (0.9470)	—

**Таблица П4.** VaR по наилучшим моделям реализованной волатильности для доверительной вероятности 0.99

Период	Модель	Реализованная волатильность	Взвешенная реализованная волатильность	Нормированная взвешенная реализованная волатильность	HWMA	EWMA
2004– 2008	HAR-RV	—	LKOH (0.9936)	GMKN (0.9873)	—	—
	HAR-RV-SQRT	RTKM (0.9914)	LKOH (0.9936), GMKN (0.9915)	SBER (0.9886)	—	RTKM (0.9893), SBER (0.9886)
	HAR-RV-LN	RTKM (0.9893)	—	SBER (0.9886), RTKM (0.9872)	MSNG (0.9910)	—
2006– 2010	HAR-RV	—	GMKN (0.9867), SBER (0.9910),	—	—	—
	HAR-RV-SQRT	RTKM (0.9910)	LKOH (0.9911), MSNG (0.9912),	RTKM (0.9910)	RTKM (0.9910)	—
	HAR-RV-LN	RTKM (0.9910)	RTKM (0.9933)	—	RTKM (0.9910)	—
2008– 2012	HAR-RV	—	—	—	GMKN (0.9894)	LKOH (0.9894), GMKN (0.9894)
	HAR-RV-SQRT	—	SBER (0.9894)	GMKN (0.9894), MSNG (0.9887), RTKM (0.9886)	—	GMKN (0.9894), MSNG (0.9887)
	HAR-RV-LN	—	GAZP (0.9894)	LKOH (0.9894), MSNG (0.9887)	—	—