

Р. И. Дурдыев, А. А. Пересецкий

Автокорреляция в глобальном стохастическом тренде¹

В работе развивается модель Korhonen–Peresetsky, в которой доходность индекса финансового рынка была представлена в виде суммы двух независимых компонент: глобальной (которая зависит от новостей, имеющих влияние на глобальный финансовый рынок) и локальной (зависящей от новостей, значимых только для данного рынка). Модель учитывала несинхронность наблюдений однодневных доходностей финансовых рынков, находящихся в разных часовых поясах, и позволяла оценить этот (ненаблюдаемый) глобальный тренд. При этом предполагалось, что приращения глобального тренда между моментами закрытия бирж независимы.

В данной статье предложена модель с автокорреляцией глобального стохастического тренда, которая предполагает возможность корреляции его приращений на соседних временных интервалах. Проведенные оценки показывают наличие значимо отличающейся от нуля автокорреляции. Это впрочем, не обязательно означает предсказуемость однодневных доходностей фондовых индексов, поскольку автокорреляция обнаружена в ненаблюдаемой глобальной составляющей.

Ключевые слова: глобальный стохастический тренд; фильтр Калмана; финансовые рынки; глобализация; модель «состояние–наблюдение»; несинхронные наблюдения.

JEL classification: C49; C58; G10; G15; F36; F65.

1. Введение

П остроив на одном графике дневные значения фондовых индексов различных бирж на момент их закрытия, можно заметить, что есть нечто общее в их поведении, которое в (Korhonen, Peresetsky, 2013b) было названо «глобальным стохастическим трендом». Однако следует заметить, что биржи находятся в разных частях земного шара и, соответственно, в различных часовых поясах. Потому на таком графике на самом деле для данного значения абсциссы (дня t) отмечены значения, существенно различающиеся по времени. Korhonen, Peresetsky (2013b) предложили модель, в которой однодневная доходность фондового рынка представляется в виде двух независимых компонент — локальной и глобальной. Обе компоненты ненаблюдаемы. Глобальная компонента зависит от новостей, важных для всего финансового рынка, а локальная компонента — от новостей, важных только для данного рынка. Кроме того, предполагалось, что приращения глобальной компоненты на соседних неперекрывающихся отрезках времени некоррелированы. Была предложена эконометрическая модель выделения такого тренда, учитывающая *несинхронность* наблюдений. Эта модель базировалась на записи переменных в форме «состояние–наблюдение»

¹ Работа выполнена в международной лаборатории количественных финансов НИУ ВШЭ, созданной при поддержке гранта Правительства РФ 14.A12.31.0007.

и применении линейного фильтра Калмана для оценивания неизвестных параметров и самого ненаблюдаемого тренда. Уже такая модель, сформулированная с большим количеством предположений, показала результаты, согласующиеся с наблюдаемыми фактами.

Однако выборочные корреляции приращений полученных оценок глобального тренда отличаются от нуля, что может означать либо действительное нарушение предположений модели о некоррелированности приращений самого тренда, либо просто быть следствием метода оценивания. В данной работе предлагается модифицированный вариант модели (Korhonen, Peresetsky, 2013b), допускающий ненулевую корреляцию в приращениях глобального тренда.

Как и в (Korhonen, Peresetsky, 2013b), в данной статье используется идея выделения общей составляющей нескольких процессов при помощи линейного фильтра Калмана, а также идея представления доходностей в виде двух составляющих.

Модель линейного фильтра Калмана для выделения общего стохастического тренда из рядов *синхронных* наблюдений применялась в ряде работ. Приведем некоторые из них. В работе (Dungey et al., 2000) использовались недельные данные по спредам долгосрочных облигаций Австралии, Японии, Германии, Канады и Великобритании по отношению к облигациям США за период 1991–1999 гг. Поскольку рассматривались недельные данные, несинхронностью наблюдений можно было пренебречь. Оказалось, что глобальный фактор доминирует в спредах Австралии и Канады, в то время как в Германии, Великобритании и, особенно, Японии присутствуют существенные специфические страновые компоненты.

В работе (Chang et al., 2009) линейный фильтр Калмана применяется для выделения общей составляющей из синхронных ежедневных наблюдений за курсами 30 акций — компонентов индекса Доу–Джонса (Dow Jones Industrial Average, DJIA). Получено, что оценка этой общей составляющей с точностью до аффинного преобразования близка к самому индексу Доу–Джонса.

Cartea, Karyampas (2011) используют метод, основанный на фильтре Калмана, для декомпозиции цен акций на «эффективную» цену и микроструктурный шум. Они показали, что такая декомпозиция позволяет получить более точные оценки матрицы ковариаций доходностей активов, что может быть важным при составлении оптимальных портфелей.

В работе (Bae, Kim, 2011) двухшаговая модель «состояние–наблюдение» используется для анализа глобальной и региональной составляющих в кривых доходностей облигаций четырех стран Азии.

Felices, Wieladek (2012) анализируют индикаторы уязвимости стран по отношению к финансовому кризису (рост обменного курса, международных резервов) для 31 страны с развивающейся экономикой и 10 развитых стран. Они применяют модель, основанную на фильтре Калмана, с временной динамикой коэффициентов (Bayesian dynamic common factor model). Показано, что выделенный общий фактор объясняет 60% вариации этих индикаторов.

В двух последних (из приведенных выше) работах используются ежемесячные данные, поэтому несинхронностью наблюдений можно пренебречь.

Лишь в двух работах (из известных авторам) неявно использовалась концепция ненаблюдаемого глобального стохастического тренда, сформулированная в (Korhonen, Peresetsky, 2013b).

King, Wadhwani (1990) изучают передачу волатильности между фондовыми рынками (contagion). В их модели, состоящей из двух рынков в разных временных зонах, рациональные агенты пытаются использовать информацию об изменении цен на одном рынке для

прогноза цен на другом рынке. Они предлагают концепцию ненаблюдаемого «теневого» индекса как возможной цены фондового индекса в те периоды суток, когда рынок закрыт, который отражает информацию, появляющуюся в этот период времени.

Наиболее явно идея декомпозиции доходности фондового индекса на две составляющих — глобальную и локальную — была сформулирована в работе (Lin et al., 1994). Авторы анализируют связи как доходности, так и волатильности рыночных индексов Токио и Нью-Йорка. В исследовании используются два вида относительных приращений индекса на обоих рынках — от открытия к закрытию (daytime returns) и от закрытия к открытию (overnight returns). Основной вывод состоит в том, что дневная доходность Токио коррелирует с ночной доходностью Нью-Йорка, и, наоборот, дневная доходность Нью-Йорка — с ночной доходностью Токио. Объясняется это тем, что информация, которая доступна на одном из рынков, влияет на другой рынок через некоторый глобальный канал поступления этой информации. В работе предлагаются две эконометрические модели, которые позволяют уловить этот эффект: aggregate shock и signal-extraction model, в каждой из которых есть GARCH-составляющая. В литературе по этой тематике ранее утверждалось, что изменения на американском рынке (дневные доходности) влияют на японский рынок (ночные доходности), но не наоборот. В этой же статье показано, что взаимосвязь между доходностями и волатильностями этих двух рынков все-таки работает в обе стороны.

В данной работе изучаются автокорреляции в ненаблюдаемом глобальном стохастическом тренде. Показано, что приращения (ненаблюдаемого) глобального стохастического тренда на соседних интервалах коррелированы, причем эта корреляция возрастает в период кризисов. Наличие такой корреляции, однако, не позволяет получить статистически значимый прогноз однодневных доходностей финансовых рынков.

2. Модель глобального стохастического тренда с автокорреляцией

Модель, предлагаемая в данной работе, является модификацией модели из (Korhonen, Peresetsky, 2013b). Рассмотрим в качестве примера три фондовых индекса: Япония (Токио, Nikkei 225), Россия (Москва, ММВБ/MICEX) и США (Нью-Йорк, S&P 500). Времена закрытия бирж (и фиксации значений фондовых индексов) в единой временной шкале UTC² есть 6:00, 15:00 и 21:00 соответственно. На рисунке 1 отмечены моменты закрытия бирж, соответствующие двум последовательным дням: $t - 1$ и t .

Однодневная доходность индекса определяется как разность логарифмов его значений при закрытии биржи, например, $R_{US,t} = \ln(S\&P_t) - \ln(S\&P_{t-1})$. Очевидно, что интервалы времени, за которые вычисляются доходности двух различных бирж, пересекаются. События (новости), находящиеся в общей части интервалов, влияют на обе биржи, что автоматически приводит к коррелированности этих доходностей.

Как и в работах (Korhonen, Peresetsky, 2013a, 2013b), доходность местного фондового рынка $R_{I,t}$ представляется в виде суммы двух компонент — глобальной и локальной:

$$R_{I,t} = R_{IG,t} + R_{IL,t}. \quad (1)$$

² UTC — Universal Time Coordinated, стандарт регулирования времени — более точный, чем GMT (Greenwich Mean Time).

Глобальная составляющая $R_{IG,t}$ аккумулирует все новости мировой экономики и финансовых рынков, имеющиеся на данный момент и значимые для всех рынков. Локальная компонента $R_{IL,t}$ специфична для данного рынка и аккумулирует новости, которые важны только для данного рынка. Такое представление соответствует наблюдаемой глобализации финансовых рынков: все большее число трейдеров оперируют одновременно на многих рынках, и существует непрерывная 24-часовая торговля многими финансовыми инструментами. Отметим, что обе компоненты $R_{IG,t}$ и $R_{IL,t}$ не наблюдаемы по отдельности, а наблюдается только их сумма. Глобальный стохастический тренд существует только неявно, «в головах» трейдеров.

Обозначим через $\varepsilon 1_t, \varepsilon 2_t, \varepsilon 3_t$ приращения в логарифмах глобального тренда между моментами закрытия бирж в день t : $\varepsilon 1_t$ — приращение между 21:00 UTC дня $t-1$ и 6:00 UTC дня t (см. рис. 1); $\varepsilon 2_t$ — приращение глобального стохастического тренда между моментом закрытия японского рынка (6:00 UTC, день t) и российского рынка (15:00 UTC, день t); $\varepsilon 3_t$ — приращение глобального стохастического тренда между моментом закрытия российского рынка (15:00 UTC, день t) и закрытием американского (21:00 UTC, день t). В этих обозначениях глобальная часть приращения фондового индекса США пропорциональна приращению глобального тренда на этом отрезке времени, равному $\varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t + \varepsilon 3_t$, для двух других бирж — аналогично.

Напомним стандартную формулировку линейного фильтра Калмана (см., например, (Hamilton, 1994, p. 372–407)):

$$\begin{aligned} y_t &= Ax_t + Hs_t + u_t & \text{— уравнения наблюдения,} & t = 1, \dots, T, \\ s_t &= Fs_{t-1} + v_t & \text{— уравнения состояния,} \end{aligned} \quad (2)$$

где

y_t — $(n \times 1)$ -вектор наблюдаемых переменных; s_t — $(m \times 1)$ -вектор состояний;
 A, H, F — матрицы параметров размерности $(n \times k), (n \times m), (m \times m)$ соответственно;
 $u_t \sim (0, \Sigma_u)$ — $(n \times 1)$ случайный вектор; $v_t \sim (0, \Sigma_v)$ — $(m \times 1)$ случайный вектор.

Разложение наблюдаемых доходностей фондовых индексов на глобальную и локальную составляющие может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} R_{JAP,t} &= \alpha_1 + \beta_1(\varepsilon 2_{t-1} + \varepsilon 3_{t-1} + \varepsilon 1_t) + u1_t, \\ R_{RUS,t} &= \alpha_2 + \beta_2(\varepsilon 3_{t-1} + \varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t) + u2_t, \\ R_{US,t} &= \alpha_3 + \beta_3(\varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t + \varepsilon 3_t) + u3_t, \end{aligned} \quad (3)$$

где $u1_t, u2_t, u3_t$ — локальные составляющие доходностей индексов³. Уравнения (3) похожи на уравнения состояния (2) за исключением того, что они, в отличие от (2), содержат лаги значений переменных состояния $\varepsilon 2, \varepsilon 3$. Чтобы привести уравнения (3) к стандартному ви-

³ Структура модели (3) схожа со структурой модели CAPM (Capital Asset Pricing Model). В модели CAPM доходность конкретного актива связывается с доходностью рыночного портфеля. Аналогия с моделью (3) прослеживается, если «подняться на ступень выше»: доходность конкретного рынка (фондового рынка страны) связывается с доходностью глобального тренда. При оценивании модели CAPM на данных константу включают, ожидая, что она окажется незначимой.

ду (2), применяется прием увеличения размерности пространства состояния путем введения новых переменных $\varepsilon 2L_t$, $\varepsilon 3L_t$, равных, соответственно, $\varepsilon 2_{t-1}$, $\varepsilon 3_{t-1}$ ⁴.

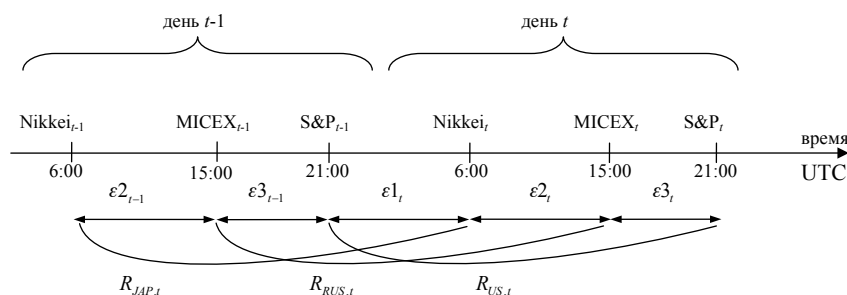


Рис. 1. Однодневные доходности и переменные состояния
Источник: (Korhonen, Peresetsky, 2013b).

С учетом этого уравнения (3) имеют вид уравнений наблюдения:

$$\begin{aligned} R_{JAP,t} &= \alpha_1 + \beta_1(\varepsilon 2L_t + \varepsilon 3L_t + \varepsilon 1_t) + u1_t, \\ R_{RUS,t} &= \alpha_2 + \beta_2(\varepsilon 3L_t + \varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t) + u2_t, \\ R_{US,t} &= \alpha_3 + \beta_3(\varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t + \varepsilon 3_t) + u3_t. \end{aligned} \quad (4)$$

Вводя возможную корреляцию соседних приращений глобального тренда, уравнения состояния можно записать в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon 1_t &= e1_t + \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}, \\ \varepsilon 2_t &= e2_t + \rho_2 \varepsilon 1_t, \\ \varepsilon 3_t &= e3_t + \rho_3 \varepsilon 2_t, \\ \varepsilon 2L_t &= \varepsilon 2_{t-1}, \\ \varepsilon 3L_t &= \varepsilon 3_{t-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $e_t = (e1_t, e2_t, e3_t)$ — случайный вектор с нулевым средним, некоррелированный с вектором $u_t = (u1_t, u2_t, u3_t)$. Его компоненты некоррелированы также с соответствующими переменными состояния: $\text{Cov}(e1_t, \varepsilon 3_{t-1}) = \text{Cov}(e2_t, \varepsilon 1_t) = \text{Cov}(e3_t, \varepsilon 2_t) = 0$. Заметим, что такой вид зависимостей предполагает корреляцию приращений глобального тренда, например, $E(\varepsilon 1_t | \varepsilon 3_{t-1}) = \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}$.

Однако уравнения (5) не имеют вида векторной авторегрессии (2). Для того чтобы привести уравнения (5) к стандартному виду уравнений состояния, необходимо все правые части выразить через значения переменных состояния в момент $t - 1$, что достигается подстановками, после чего уравнения (5) имеют вид:

⁴ Этот прием был подсказан авторам Ю. М. Кабановым.

$$\begin{aligned}
\varepsilon 1_t &= e1_t + \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}, \\
\varepsilon 2_t &= e2_t + \rho_2 e1_t + \rho_2 \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}, \\
\varepsilon 3_t &= e3_t + \rho_3 e2_t + \rho_3 \rho_2 e1_t + \rho_3 \rho_2 \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}, \\
\varepsilon 2L_t &= \varepsilon 2_{t-1}, \\
\varepsilon 3L_t &= \varepsilon 3_{t-1}.
\end{aligned} \tag{6}$$

В векторной форме запись уравнений (4), (6) соответствует стандартной форме уравнений фильтра Калмана (2):

$$\begin{pmatrix} R_{JAP,t} \\ R_{RUS,t} \\ R_{US,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \beta_1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_2 & 0 & 0 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_3 & \beta_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon 1_t \\ \varepsilon 2_t \\ \varepsilon 3_t \\ \varepsilon 2L_t \\ \varepsilon 3L_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u1_t \\ u2_t \\ u3_t \end{pmatrix}, \tag{4'}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon 1_t \\ \varepsilon 2_t \\ \varepsilon 3_t \\ \varepsilon 2L_t \\ \varepsilon 3L_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_2 \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 \rho_2 \rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon 1_{t-1} \\ \varepsilon 2_{t-1} \\ \varepsilon 3_{t-1} \\ \varepsilon 2L_{t-1} \\ \varepsilon 3L_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e1_t \\ e2_t + \rho_2 e1_t \\ e3_t + \rho_3 e2_t + \rho_3 \rho_2 e1_t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{6'}$$

Предполагая некоррелированность ошибок $e1_t, e2_t, e3_t$ и обозначая их дисперсии через $\sigma_1^2 = \text{Var}(e1_t), \sigma_2^2 = \text{Var}(e2_t), \sigma_3^2 = \text{Var}(e3_t)$, матрицу ковариаций вектора ошибок в уравнении состояния можно записать как

$$\text{Var}(v_t) = \Sigma_v = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho_2 \sigma_1^2 & \rho_3 \rho_2 \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ \rho_2 \sigma_1^2 & \sigma_2^2 + \rho_2^2 \sigma_1^2 & \rho_3 \sigma_2^2 + \rho_3 \rho_2^2 \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ \rho_3 \rho_2 \sigma_1^2 & \rho_3 \sigma_2^2 + \rho_3 \rho_2^2 \sigma_1^2 & \sigma_3^2 + \rho_3^2 \sigma_2^2 + \rho_3^2 \rho_2^2 \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для упрощения модели, как и в (Korhonen, Peresetsky, 2013b), предполагается, что матрица ковариаций Σ_u вектора ошибок u_t в уравнении наблюдения (4) диагональная: $\Sigma_u = \text{diag}(\sigma_{u1}^2, \sigma_{u2}^2, \sigma_{u3}^2)$.

Таким образом, уравнения (4), (6) теперь имеют вид уравнений линейного фильтра Калмана. Для идентифицируемости модели (4), (6) необходимо наложить ограничение на ее параметры. Дело в том, что если умножить $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и, соответственно все e, ε на некоторый масштабирующий множитель $\lambda > 0$, а все β разделить на λ , то уравнение (4) не изменится. Глобальный тренд может быть определен только с точностью до аффинного преобразования. В качестве ограничения выбрана нормировка $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 = 3$.

Модель (4), (6) можно оценить, применяя стандартную процедуру фильтра Калмана, реализованную в EViews ⁵, используя реальные данные по однодневным доходностям трех индексов. Таким образом, можно получить оценки параметров модели $\hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\beta}_2, \hat{\alpha}_3, \hat{\beta}_3, \hat{\sigma}_{u1}^2, \hat{\sigma}_{u2}^2, \hat{\sigma}_{u3}^2, \hat{\sigma}_1^2, \hat{\sigma}_2^2, \hat{\sigma}_3^2, \hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$ и оценки приращений глобального тренда $\hat{\varepsilon}1_t, \hat{\varepsilon}2_t, \hat{\varepsilon}3_t$, полученные по информации, содержащейся во всех имеющихся наблюдениях ($\hat{\varepsilon}1_t = E(\varepsilon1_t | I_T)$, $\hat{\varepsilon}2_t = E(\varepsilon2_t | I_T)$, $\hat{\varepsilon}3_t = E(\varepsilon3_t | I_T)$). Суммируя эти оценки, можно получить оценку динамики глобального тренда. Также при этом можно получить и декомпозицию наблюдаемых доходностей индексов на глобальную и локальную составляющие:

$$\begin{aligned} R_{JAP,t} &= \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1(\hat{\varepsilon}2_{t-1} + \hat{\varepsilon}3_{t-1} + \hat{\varepsilon}1_t) + \hat{u}1_t = \hat{\alpha}_1 + \widehat{R_{JAP,G,t}} + \widehat{R_{JAP,L,t}}, \\ R_{RUS,t} &= \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2(\hat{\varepsilon}3_{t-1} + \hat{\varepsilon}1_t + \hat{\varepsilon}2_t) + \hat{u}2_t = \hat{\alpha}_2 + \widehat{R_{RUS,G,t}} + \widehat{R_{RUS,L,t}}, \\ R_{US,t} &= \hat{\alpha}_3 + \hat{\beta}_3(\hat{\varepsilon}1_t + \hat{\varepsilon}2_t + \hat{\varepsilon}3_t) + \hat{u}3_t = \hat{\alpha}_3 + \widehat{R_{US,G,t}} + \widehat{R_{US,L,t}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь предполагается, что параметры α_i должны быть равны 0, но они включаются в модель по аналогии с моделью CAPM.

3. Результаты оценивания

3.1. Данные

Данные по трем индексам Nikkei 225, MICEX, S&P 500 (на момент закрытия торгового дня биржи) за период 22.09.1997–06.03.2014 были взяты из терминала Bloomberg. В разных странах биржа не работает в разные дни, поэтому за некоторые дни нет данных по всем трем биржам. В литературе используются два способа синхронизации наблюдений. В первом удаляются все дни t , когда нет данных хотя бы по одному из индексов. Во втором удаляются все выходные (суббота, воскресенье), а праздничные дни заполняются значением индекса в последний перед праздниками рабочий день биржи. В таблице 1 приведены описательные статистики исходных данных, сформированных по первому способу. Наибольший разброс данных (стандартное отклонение, минимум, максимум) соответствует российским данным, наименьший — данным США. Гипотеза о нормальности распределения доходностей отвергается для всех трех индексов.

В таблице 2 приведены результаты оценивания модели (4), (6) по данным, соответствующим первому способу синхронизации наблюдений. Как и ожидалось, константы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ в уравнении (4) не отличаются от нуля. Значения коэффициентов β по порядку убывания соответствуют индексам России, Японии, США, т. е. порядок такой же, как и для стандартных отклонений (табл. 1). Все три коэффициента ρ , отвечающие за корреляцию приращений стохастического глобального тренда, оказались значимо отличными от нуля, что означает значимую корреляцию этих приращений. Положительное значение ρ_3 означает, что если приращение глобального тренда на интервале 6:00–15:00 UTC (закрытие Токио — закрытие Москва) было положительным, то знак приращения глобального тренда на интервале 15:00–21:00 UTC (закрытие Москва — закрытие Нью-Йорк) с большей вероятностью

⁵ Объект sspace.

будет положительным. Отрицательное значение ρ_1 означает наличие обратного эффекта: если приращение глобального тренда на интервале 15:00–21:00 UTC (закрытие Москва — закрытие Нью-Йорк) было положительным, то знак приращения глобального тренда на интервале 21:00–6:00 UTC (закрытие Нью-Йорк — закрытие Токио) с большей вероятностью будет отрицательным.

Таблица 1. Описательные статистики

	R_{RU}	R_{JAP}	R_{US}
Среднее	0.00064	−4.83E−05	0.00017
Медиана	0.00124	0.00000	0.00033
Максимум	0.275	0.132	0.102
Минимум	−0.233	−0.121	−0.095
Стандартное отклонение	0.0283	0.0158	0.0130
Асимметрия	0.112	−0.291	−0.274
Экссесс	16.78	9.038	10.47
Число наблюдений	4069	4069	4069

Таблица 2. Результаты оценивания модели с автокорреляцией

Параметр	Оценка	Стандартное отклонение
α_1	−4.88E−05	(0.000243)
β_1	0.00747***	(0.00027)
α_2	0.00064	(0.00046)
β_2	0.00902***	(0.00037)
α_3	0.00017	(0.00019)
β_3	0.00623***	(0.00016)
$\ln\sigma_{u1}^2$	−9.321***	(0.061)
$\ln\sigma_{u2}^2$	−7.374***	(0.017)
$\ln\sigma_{u3}^2$	−10.135***	(0.096)
$\ln\sigma_1^2$	0.0533	(0.0606)
$\ln\sigma_2^2$	−0.3143***	(0.0664)
ρ_1	−0.320***	(0.025)
ρ_2	−0.186***	(0.030)
ρ_3	0.407***	(0.103)

Примечание. *** — значимость на 1%-ном уровне.

Сравнение двух методов синхронизации данных. После того как получены оценки приращений глобального тренда, можно восстановить логарифм его значения в каждой из трех точек временной шкалы (6:00, 15:00, 21:00), суммируя полученные приращения. Например, значение логарифма глобального тренда на момент закрытия биржи в Нью-Йорке

(21:00 UTC) в день t вычисляется как $\varepsilon 3_t + \varepsilon 2_t + \varepsilon 1_t + \varepsilon 3_{t-1} + \varepsilon 2_{t-1} + \varepsilon 1_{t-1} + \dots$, а на момент закрытия биржи в Москве (15:00 UTC) — как $\varepsilon 2_t + \varepsilon 1_t + \varepsilon 3_{t-1} + \varepsilon 2_{t-1} + \varepsilon 1_{t-1} + \dots$ (см. рис. 1). При этом значение глобального тренда в начальный момент времени полагается равным нулю. Две оценки глобального тренда, полученные по первому способу синхронизации наблюдений («удаление праздников») и по второму («замещение праздников»), представлены на рис. 2. Как видно из рисунка, выделенный общий глобальный стохастический тренд графически схож для обоих типов синхронизации данных. Поэтому в дальнейшем в работе используется только один из способов синхронизации, а именно тот, который предполагает удаление праздников.



Рис. 2. Сравнение полученных глобальных трендов в рамках двух типов синхронизации данных

3.2. Корреляция приращений глобального тренда

Коэффициенты ρ_1, ρ_2, ρ_3 не равны соответствующим автокорреляциям, а лишь пропорциональны им. Действительно, рассмотрим приращения глобального тренда. Из (5) получаем

$$\begin{aligned}\varepsilon 1_t &= e1_t + \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}, \\ \varepsilon 2_t &= e2_t + \rho_2 e1_t + \rho_2 \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}, \\ \varepsilon 3_t &= e3_t + \rho_3 e2_t + \rho_3 \rho_2 e1_t + \rho_3 \rho_2 \rho_1 \varepsilon 3_{t-1}.\end{aligned}\tag{8}$$

Можно заметить, что при условии $|\rho_3 \rho_2 \rho_1| < 1$, $\varepsilon 3_t$ представляет собой слабо стационарную авторегрессию первого порядка. Отсюда $E(\varepsilon 3_t) = 0$ и

$$\text{Var}(\varepsilon 3_t) = \frac{\sigma_3^2 + \rho_3^2 \sigma_2^2 + \rho_3^2 \rho_2^2 \sigma_1^2}{1 - (\rho_3 \rho_2 \rho_1)^2}.\tag{9}$$

Из (8) получаем

$$\text{Cov}(\varepsilon_{1_t}, \varepsilon_{3_{t-1}}) = E((\varepsilon_{1_t} + \rho_1 \varepsilon_{3_{t-1}}) \varepsilon_{3_{t-1}}) = \rho_1 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}}), \quad \text{Var}(\varepsilon_{1_t}) = \sigma_1^2 + \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})$$

$$\text{и } \text{Corr}(\varepsilon_{1_t}, \varepsilon_{3_{t-1}}) = \rho_1 \sqrt{\frac{\text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})}{\text{Var}(\varepsilon_{1_t})}} = \rho_1 \sqrt{\frac{\text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})}{\sigma_1^2 + \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})}}. \quad (10)$$

С помощью аналогичных вычислений получаем два других коэффициента корреляции:

$$\text{Corr}(\varepsilon_{2_t}, \varepsilon_{1_t}) = \rho_2 \frac{\sigma_1^2 + \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})}{\sqrt{(\sigma_2^2 + \rho_2^2 \sigma_1^2 + \rho_2^2 \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}}))(\sigma_1^2 + \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}}))}}, \quad (11)$$

$$\text{Corr}(\varepsilon_{3_t}, \varepsilon_{2_t}) = \rho_3 \frac{\sigma_2^2 + \rho_2^2 \sigma_1^2 + \rho_2^2 \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})}{\sqrt{\text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}})(\sigma_2^2 + \rho_2^2 \sigma_1^2 + \rho_2^2 \rho_1^2 \text{Var}(\varepsilon_{3_{t-1}}))}}. \quad (12)$$

Подставив в (9)–(11) оценки соответствующих параметров, получим оценки трех корреляций, а с помощью дельта-метода — оценки их стандартных ошибок. Результат представлен в табл. 3.

Таблица 3. Корреляции соседних приращений глобального тренда

Коэффициент корреляции	Оценка коэффициента корреляции
$\text{Corr}(\varepsilon_{1_t}, \varepsilon_{3_{t-1}})$	–0.34 (0.025)
$\text{Corr}(\varepsilon_{2_t}, \varepsilon_{1_t})$	–0.23 (0.034)
$\text{Corr}(\varepsilon_{3_t}, \varepsilon_{2_t})$	0.31 (0.069)

Примечание. В скобках приведены стандартные ошибки.

Все три коэффициента корреляции между соседними приращениями глобального стохастического тренда значимо отличаются от нуля, а их знаки совпадают со знаками соответствующих коэффициентов ρ_i .

3.3. Сравнение с фьючерсным контрактом S&P 500 e-mini

Концепция ненаблюдаемого глобального стохастического тренда предполагает, что трейдеры имеют представление о его значении в любой момент времени, 24 часа в сутки. В настоящее время существуют активы, которые как раз торгуются непрерывно в течение суток. Наиболее известным активом такого типа является фьючерсный контракт S&P 500 e-mini, который торгуется 23 часа в сутки. Поэтому представляет интерес сравнение полученной оценки глобального тренда и этого фьючерсного контракта.

Терминал Bloomberg предоставляет почасовые данные по контракту e-mini не более чем на один год. Поэтому и сопоставление проводилось в рамках года, а именно, сравнивались данные по e-mini и оценки глобального тренда с 18 марта 2013 года по 6 марта 2014 года. Так как в рамках нашей модели использовались три биржи (Токио, Москва и Нью-Йорк),

то глобальный тренд измеряется три раза в день (в моменты закрытия этих бирж). Таким образом, в рамках этой модели наиболее точное сопоставление с контрактом e-mini предполагает, что берутся почасовые данные по контракту (в моменты времени 6:00, 15:00 и 21:00 UTC) и полученные оценки глобального тренда в эти моменты времени.

На рисунке 3 представлены графики стоимости контракта S&P 500 e-mini и полученной оценки ненаблюдаемого глобального тренда. Поскольку глобальный тренд определяется с точностью до аффинного преобразования, то шкалы были подобраны так, чтобы графики совмещались. Из рисунка видна схожесть двух графиков.

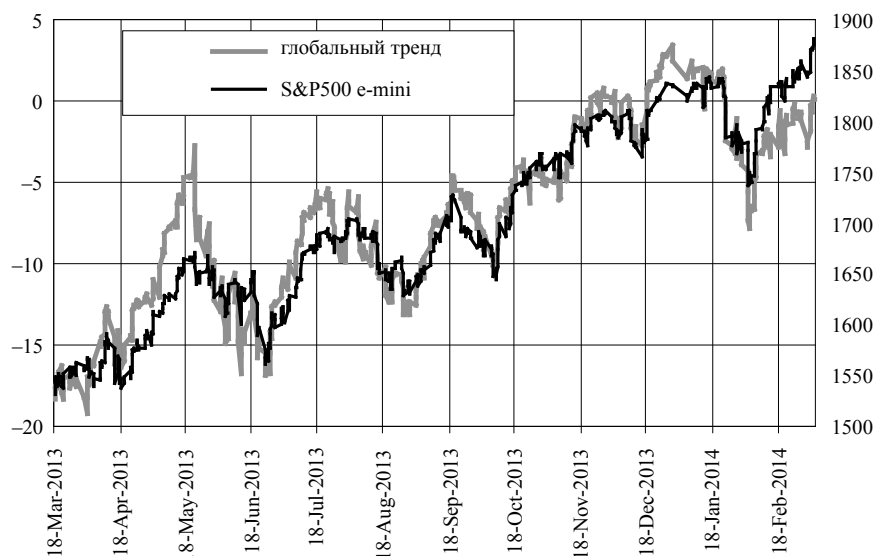


Рис. 3. Сравнение динамики глобального стохастического тренда (левая шкала) и стоимости фьючерсного контракта S&P 500 e-mini (правая шкала)

Отметим, что фьючерсный контракт S&P 500 e-mini отображает информацию, важную для фондового рынка США, а глобальный тренд — важную для всех рынков. Конечно, США является крупнейшей экономикой, и в (Korhonen, Peresetsky, 2013b) показано, что американский рынок вносит наибольший «вклад» в глобальный тренд. Графики, однако, различаются. Это различие естественным образом объясняется тем, что, хотя американский рынок и вносит наибольший вклад в глобальный тренд, движения фондовых рынков других стран (в данном случае — российского и японского) также значимы. Данное объяснение согласуется с полученным в статье (Lin et al., 1994) выводом о том, что не только биржа Нью-Йорка влияет на биржу Токио, но и наоборот.

Для более детальной визуализации сравнения глобального тренда и фьючерсного контракта на рис. 4 приведены диаграммы рассеивания 24-часовых приращений (доходностей) глобального тренда и S&P 500 e-mini на три момента времени, соответствующие закрытию бирж в Токио, Москве и Нью-Йорке. Видно, что наибольшее совпадение достигается на момент закрытия биржи в Нью-Йорке, меньшее — в двух других случаях. Положительная корреляция, проявляющаяся на всех трех графиках, согласуется с выводом (Lin et al., 1994) о том, что не только биржа Нью-Йорка влияет на биржу Токио, но и наоборот.

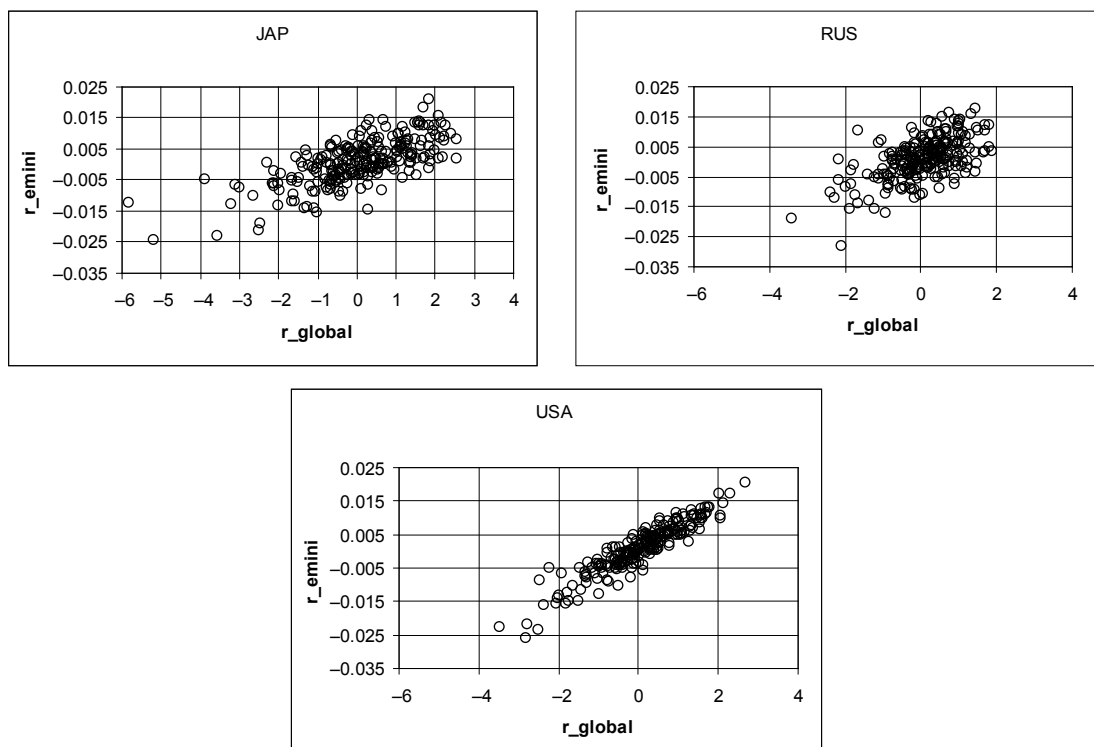


Рис. 4. Диаграммы рассеивания 24-часовых доходностей глобального тренда (r_{global}) и фьючерсного контракта (r_{emini}) на моменты времени закрытия бирж в Токио (JAP), Москве (RUS), Нью-Йорке (USA)

3.4. Динамика корреляций

В таблице 2 были приведены оценки 14 параметров модели (4), (6) на всем диапазоне данных (4096 наблюдений). При этом предполагалось, что параметры модели постоянны во времени. Один из способов анализа вопроса о постоянстве коэффициентов — оценивание модели в скользящем окне шириной τ , т. е. в окнах вида $[\Delta\tau, \tau + \Delta\tau]$, $\Delta\tau = 1, 2, 3, \dots$. Особый интерес представляет поведение коэффициентов ρ_i и корреляций приращений глобального тренда. Верно ли, что корреляция возрастает во время кризисов?

К сожалению, при использовании фильтра Калмана с таким числом неизвестных параметров в модели можно столкнуться с тем, что для сходимости алгоритма максимизации функции правдоподобия необходимо большое число наблюдений. В нашем случае устойчивая сходимость алгоритма наблюдается только для достаточно больших окон шириной 2500–3000 наблюдений.

В Приложении (рис. П1) приведены графики оценок коэффициентов β_i и ρ_i для скользящих окон шириной $\tau = 2500$. Ось абсцисс соответствует крайней правой точке окна $\tau + \Delta\tau$. Как видно из графиков, при такой ширине окна (~10 лет) оценки меняются незначительно и примерно соответствуют оценкам, полученным на всей выборке. Поэтому представляется разумным уменьшить размер окна, зафиксировав часть параметров, т. е. введя в модель

дополнительные ограничения. Например, константы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ в нашей модели, как и предполагалось, постоянно получались незначимыми, поэтому их без потери общности можно положить равными нулю. Существенного снижения требуемого объема наблюдений удалось добиться только при ограничении всех коэффициентов, кроме трех (ρ_1, ρ_2, ρ_3), представляющих наибольший интерес при анализе динамики автокорреляции глобального тренда.

На рисунке 5 приведены графики оценок коэффициентов ρ_1, ρ_2, ρ_3 в скользящем окне шириной $\tau = 300$ с шагом $\Delta\tau = 100$ (на оси абсцисс обозначена крайняя правая точка окна $\tau + \Delta\tau$). Маркером отмечены оценки коэффициентов, значимые на 10%-ном уровне. Также на рис. 5 приведен график логарифма функции правдоподобия $\ln L$, которая отражает качество подгонки модели. В кризис 2008 года наблюдается существенное падение ее значения. Таким образом, в кризис модель в меньшей степени соответствует данным, чем в спокойные на финансовых рынках периоды.

На рисунке 6 приведены графики соответствующих оценок корреляции между приращениями логарифма глобального тренда на соседних интервалах. Знаки коэффициентов ρ_i и соответствующих коэффициентов корреляций совпадают — см. (10)–(12).

Оценки коэффициента ρ_1 (и корреляции $\text{Corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{3t-1})$) значимо отличаются от нуля и отрицательны на всем диапазоне наблюдений. Таким образом, если приращение глобального тренда на интервале 15:00–21:00 UTC (закрытие Москва — закрытие Нью-Йорк) было положительным, то знак приращения глобального тренда на интервале 21:00–6:00 UTC (закрытие Нью-Йорк — закрытие Токио) с большей вероятностью будет отрицательным.

Оценка коэффициента ρ_2 (соответствует корреляции $\text{Corr}(\varepsilon_{2t}, \varepsilon_{1t})$ между приращениями глобального тренда на интервале 21:00–6:00 UTC (закрытие Нью-Йорк — закрытие Токио) и на интервале 6:00–15:00 UTC (закрытие Токио — закрытие Москва)) тоже отрицательна почти на всем периоде наблюдений, за исключением начального пост-кризисного периода 1999–2001 гг. и второго пост-кризисного периода 2009–2010 гг.

Оценка коэффициента ρ_3 (соответствует корреляции $\text{Corr}(\varepsilon_{3t}, \varepsilon_{2t})$) значимо отличается от нуля во всех окнах. Это корреляция между приращениями глобального тренда на интервале 6:00–15:00 UTC (закрытие Токио — закрытие Москва) и интервале 15:00–21:00 UTC (закрытие Москва — закрытие Нью-Йорк). Во время кризиса 2008–2009 гг. эта корреляция положительная и большая, также положительные значения наблюдаются на периоде 2001–2003 гг. В пост-кризисный период 2000–2001 гг. значения большие отрицательные, а на относительно спокойном периоде 2004–2008 гг. отрицательные, но меньшие по абсолютной величине.

Отметим, что период 2004–2008 гг. соответствует наблюдениям 2003–2008 гг., т. е. периоду интенсивного роста объемов высокочастотной торговли. Вероятно, что это накладывает отпечаток и на однодневные доходности. В этот период все три корреляции отрицательны (но $\text{Corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{3t-1})$ незначимо отличается от 0). Этот период характеризуется отрицательной реакцией на изменение глобального тренда на предыдущем интервале (т. е. его коррекцией).

4. Помогает ли модель в прогнозе однодневной доходности?

В этом разделе рассматривается естественный вопрос: помогает ли предложенная модель прогнозировать однодневные доходности фондовых индексов. Дело в том, что наличие автокорреляции в глобальном тренде позволяет составлять его прогноз на шаг вперед,

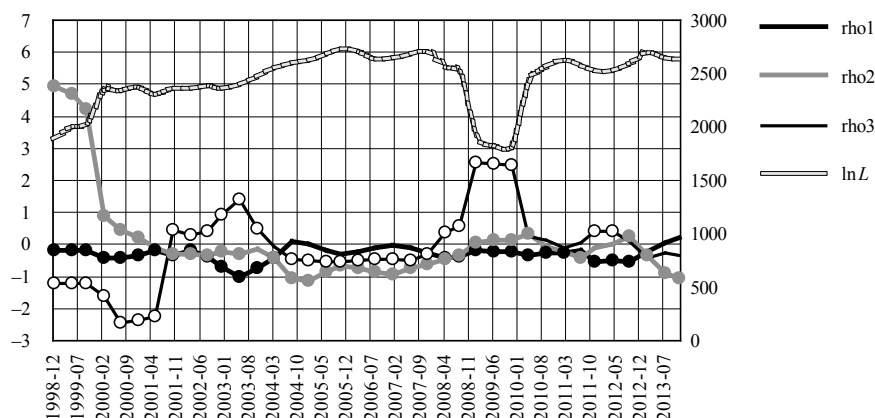


Рис. 5. Динамика коэффициентов ρ_1, ρ_2, ρ_3
(на графике — rho1, rho2, rho3 соответственно) и логарифмической функции
правдоподобия $\ln L$

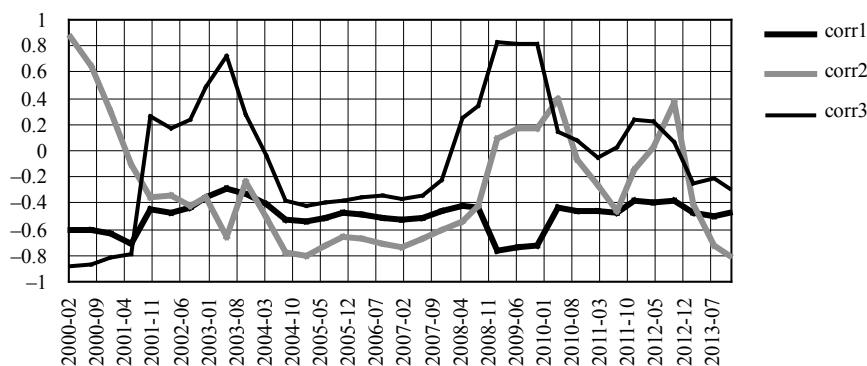


Рис. 6. Динамика коэффициентов корреляции
между приращениями логарифма глобального тренда на соседних интервалах:
corr1 — $\text{Corr}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{3_{t-1}})$, corr2 — $\text{Corr}(\varepsilon_{2t}, \varepsilon_{1t})$, corr3 — $\text{Corr}(\varepsilon_{3t}, \varepsilon_{2t})$

а поскольку приращение глобального тренда является составной частью однодневной доходности фондового индекса, то появляется возможность прогнозировать и эту доходность. Успешность такого прогноза зависит от соотношения глобальной и (непредсказуемой) локальной составляющей доходности индекса, а также от точности оценок глобального тренда и соотношения случайной составляющей приращения глобального тренда и его автокорреляционной составляющей.

В самом деле, оценив на интервале наблюдений $[1, T]$ коэффициенты модели (4), (6), можно получить оценки приращений глобального тренда $\hat{\varepsilon}_{1t}$, $\hat{\varepsilon}_{2t}$, $\hat{\varepsilon}_{3t}$, $t = 1, \dots, T$, затем получить по формуле (8) прогноз $\hat{\varepsilon}_{1_{T+1}} = \hat{\rho}_1 \hat{\varepsilon}_{3T}$ и по формуле (3) рассчитать прогноз $R_{JAP, T+1}$ как

$$\widehat{R_{JAP, T+1}} = E(R_{JAP, T+1} | I_T) = \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1(\hat{\varepsilon}_{2T} + \hat{\varepsilon}_{3T} + \hat{\varepsilon}_{1_{T+1}}) = \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1(\hat{\varepsilon}_{2T} + \hat{\varepsilon}_{3T} + \hat{\rho}_1 \hat{\varepsilon}_{3T}) \quad (13)$$

(здесь предполагается, что в силу модели $E(u_{T+1} | I_T) = 0$).

Аналогичным образом можно было бы по формулам (6) получить прогнозы

$$\widehat{\varepsilon}_{2T+1} = \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 \widehat{\varepsilon}_{3T} \text{ и } \widehat{\varepsilon}_{3T+1} = \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 \hat{\rho}_3 \widehat{\varepsilon}_{3T},$$

и затем по формулам (3) рассчитать прогнозы

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{RUS,T+1} &= E(R_{RUS,T+1} | I_T) = \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 (\widehat{\varepsilon}_{3T} + \widehat{\varepsilon}_{1T+1} + \widehat{\varepsilon}_{2T+1}) = \\ &= \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}_2 (\widehat{\varepsilon}_{3T} + \hat{\rho}_1 \widehat{\varepsilon}_{3T} + \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 \widehat{\varepsilon}_{3T}), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{US,T+1} &= E(R_{US,T+1} | I_T) = \hat{\alpha}_3 + \hat{\beta}_3 (\widehat{\varepsilon}_{1T+1} + \widehat{\varepsilon}_{2T+1} + \widehat{\varepsilon}_{3T+1}) = \\ &= \hat{\alpha}_3 + \hat{\beta}_3 (\hat{\rho}_1 \widehat{\varepsilon}_{3T} + \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 \widehat{\varepsilon}_{3T} + \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2 \hat{\rho}_3 \widehat{\varepsilon}_{3T}). \end{aligned} \quad (15)$$

Однако события, прогнозируемые в (14) и (15), отстоят от наблюдений, используемых как информационная база для прогноза

$$I_T = \{y_t = (R_{JAP,t}, R_{RUS,t}, R_{US,t}); t = 1, \dots, T\},$$

дальше, чем событие, прогнозируемое в (13). Например, для прогноза $R_{RUS,T+1}$ можно было бы дополнительно использовать информацию, содержащуюся в $R_{JAP,T+1}$, а для прогноза $R_{US,T+1}$ — информацию, содержащуюся в $R_{JAP,T+1}$ и $R_{RUS,T+1}$. Для построения таких «уточненных» прогнозов в работе используется следующий прием. Переопределим понятие суток, и в качестве вектора наблюдаемых переменных будем использовать $y_t = (R_{RUS,t}, R_{US,t}, R_{JAP,t+1})^6$. Поскольку биржи находятся в различных часовых поясах, то выбор начала суток как 0:00 (UTC) фактически ничем не оправдан. Используя уравнения (4), (6) с таким вектором наблюдаемых переменных, получаем прогноз $\widehat{R}_{RUS,T+1}$ как $E(R_{RUS,T+1} | I_T, R_{JAP,T+1})$ (в обозначениях рис. 1) по формуле, соответствующей (13). Аналогично, для получения «уточненного» прогноза $R_{US,T+1}$ используем модель (4), (6) с вектором наблюдаемых переменных вида $y_t = (R_{US,t}, R_{JAP,t+1}, R_{RUS,t+1})^7$ и получаем по формуле, соответствующей формуле (13), прогноз как $E(R_{US,T+1} | I_T, R_{JAP,T+1}, R_{RUS,T+1})$ (в обозначениях рис. 1).

Для оценки точности такого прогноза однодневных доходностей фондовых индексов были произведены вычислительные эксперименты с использованием реальных данных. В первом из них модель (4), (6) оценивалась в скользящем окне шириной 2500 наблюдений. Поскольку коэффициенты α_i во всех оценках были статистически незначимы, то им были присвоены нулевые значения, и в модели осталось 11 свободных параметров. Прогноз рассчитывался на день, следующий за правым концом скользящего дня, с 31.10.2006 г. по 06.03.2014 г., всего было $N = 2045$ прогнозов. Рассчитывались две меры точности прогноза: среднее абсолютное отклонение MAE (mean absolute error) и среднеквадратичное отклонение RMSE (root mean square error):

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |R_t^F - R_t|, \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (R_t^F - R_t)^2},$$

⁶ Такой набор соответствует тому, что в качестве начала суток выбирается не 0:00 UTC, а, например, 10:00 UTC.

⁷ Этот набор соответствует выбору, например, 17:00 UTC в качестве начала суток.

где R_t^F — прогноз однодневной доходности индекса на день t , а R_t — реализованная доходность. Прогноз составлялся для трех рассматриваемых индексов — Nikkei 225, MICEX и S&P 500. В столбце «модель» табл. 4 представлены значения двух критериев точности прогноза, рассчитанные по «уточненному» способу.

Для сравнения точности прогноза по модели и другим способам прогноза в четырех следующих столбцах представлены отношения критериев точности оценки прогноза по модели к критериям точности четырех других способов прогноза. Столбец «Мартингал» соответствует прогнозу $R_t^F \equiv 0$, который соответствует гипотезе совершенного рынка: доходность невозможно предсказать по предыдущей информации. Столбец «Тренд» соответствует тому, что в качестве прогноза доходности индекса на следующий день берется его доходность на текущий день: $R_t^F = R_{t-1}$. Два следующих столбца «Регрессия (16)» и «Регрессия (17)» соответствуют прогнозу по линейной регрессии доходности индекса на последние значения доходностей двух других индексов и прогнозу по линейной регрессии доходности индекса на последние значения доходностей двух других индексов и самого индекса. Например, для прогноза доходности индекса Nikkei 225 регрессии имеют вид:

$$R_{JAP,t} = c_1 + c_2 R_{US,t-1} + c_3 R_{RUS,t-1} + w_t, \quad t = \tau - 2500, \tau - 2499, \dots, \tau, \quad (16)$$

прогноз: $\widehat{R_{JAP,\tau+1}} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 R_{US,\tau} + \hat{c}_3 R_{RUS,\tau}$.

И вторая регрессия:

$$R_{JAP,t} = c_1 + c_2 R_{US,t-1} + c_3 R_{RUS,t-1} + c_4 R_{JAP,t-1} + w_t, \quad t = \tau - 2500, \tau - 2499, \dots, \tau, \quad (17)$$

прогноз: $\widehat{R_{JAP,\tau+1}} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 R_{US,\tau} + \hat{c}_3 R_{RUS,\tau} + \hat{c}_4 R_{JAP,\tau}$.

К сожалению, как было отмечено выше, не удастся получить стабильные оценки параметров модели в окнах меньшей ширины. Ширина окна в 2500 наблюдений соответствует примерно 10 годам, что может сделать модель нечувствительной к последним изменениям структуры финансовых рынков. Поэтому аналогичные расчеты были проведены для модели с ограничением: все параметры, кроме трех (ρ_1, ρ_2, ρ_3), ответственных за автокорреляцию глобального тренда, были зафиксированы. В качестве значений этих фиксированных параметров взяты их значения при оценке полной модели на всем диапазоне данных. Для такой модели с ограничением использовалась ширина окна в 300 наблюдений. Этот прием позволяет сделать модель (и прогноз по ней) более чувствительным к последним наблюдениям, но, однако, менее точной за счет фиксации параметров. Результаты оценок точности прогноза по такой модели и сравнение этой точности с другими прогнозами на том же интервале прогнозирования с 31.10.2006 г. по 06.03.2014 г. представлены в табл. 5.

Результаты, приведенные в таблицах, отличаются незначительно. По-видимому, два фактора — более точная оценка всех параметров и потеря точности за счет меньшего внимания к последним наблюдениям на окне большей ширины — компенсируют друг друга. Среднеквадратичные ошибки прогнозов (столбец «Модель») примерно равны стандартным отклонениям соответствующих однодневных доходностей (табл. 1). При сравнении прогноза, полученного по модели, с другими вариантами прогноза видно, что прогноз по модели лучше «нулевого» прогноза (столбец «Мартингал»), т. к. отношение критериев MAE равно 0.85–0.99, и значительно лучше, чем прогнозирование предыдущим значением (столбец

Таблица 4. Точность прогноза по 2500 наблюдениям: модель без ограничений

		Абсолютная точность	Относительная точность: Модель/(Альтернативный прогноз)			
			Модель	Мартингал	Тренд	Регрессия (16)
Япония	MAE	0.010	0.887	0.584	0.984	1.012
	RMSE	0.015	0.852	0.578	0.979	0.992
Россия	MAE	0.015	0.990	0.666	0.992	0.991
	RMSE	0.023	0.936	0.662	0.992	0.989
США	MAE	0.009	0.935	0.608	0.988	1.001
	RMSE	0.014	0.916	0.604	0.969	0.998

Таблица 5. Точность прогноза по 300 наблюдениям: модель с ограничением

		Абсолютная точность	Относительная точность: Модель/(Альтернативный прогноз)			
			Модель	Мартингал	Тренд	Регрессия (16)
Япония	MAE	0.010	0.846	0.557	0.991	0.976
	RMSE	0.015	0.833	0.566	0.984	0.975
Россия	MAE	0.015	0.990	0.666	1.011	1.013
	RMSE	0.023	0.933	0.660	0.995	0.995
США	MAE	0.009	0.941	0.612	1.023	1.013
	RMSE	0.014	0.905	0.597	1.015	0.982

«Тренд»), для которого отношение критериев MAE равно 0.56–0.67. Что касается сравнения с прогнозом по регрессиям, то тут результат неоднозначен. Для окна шириной 2500 отношение критериев равно 0.98–0.99 для короткой регрессии, это указывает, что прогноз по модели несколько предпочтительнее. При сравнении со второй регрессией для окна шириной 2500 и с обеими регрессиями для окна 300 отношение критериев равно 0.99–1.01, т. е. методы дают в среднем примерно одинаковые ошибки прогноза.

5. Соотношение глобальной и локальной составляющих

Из полученных оценок модели (4), (6) на всем диапазоне наблюдений можно по формулам (7) оценить декомпозицию однодневной доходности каждого из трех индексов на глобальную и локальную составляющие: $R_t = \hat{R}_{G,t} + \hat{R}_{L,t}$. Как и в работе (Korhonen, Peresetsky, 2013b), будем интерпретировать отношение $\text{Var}(\hat{R}_{L,t}) / \text{Var}(R_t)$ как относительную важность локальных новостей для данного рынка. Дисперсии можно оценить как выборочные дисперсии соответствующих временных рядов. Полученный результат представлен на рис. 7. Наибольшее значение локальные новости (важные только для данного рынка) имеют для России, а наименьшее — для США. Таким образом, почти все новости в США являются глобальными новостями.

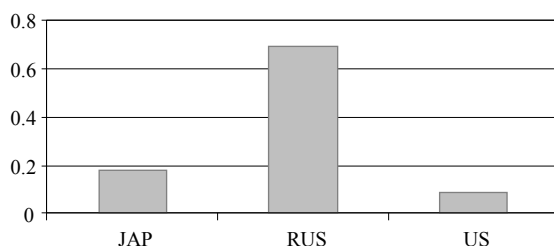


Рис. 7. Относительная важность локальных новостей

На рисунке 8 представлена динамика значений относительной важности локальных новостей, рассчитанных по окнам шириной 150 наблюдений (графики сглажены по методу скользящих средних шириной 51). Как и предыдущий график, рис. 8 подтверждает выводы, полученные по аналогичным расчетам в работе (Korhonen, Peresetsky, 2013b) по модели без наличия автокорреляции. Рисунок показывает тренд понижения важности локальных новостей для всех трех рассматриваемых фондовых индексов, особенно выраженный на диапазоне 2003–2008 гг. Фактически это означает рост глобализации финансовых рынков. Возможно, этот процесс является отражением интенсивного роста доли высокочастотной торговли (HFT, high frequency trading), который наблюдался на этом же периоде времени. После 2008 г. доля высокочастотной торговли стабилизировалась.

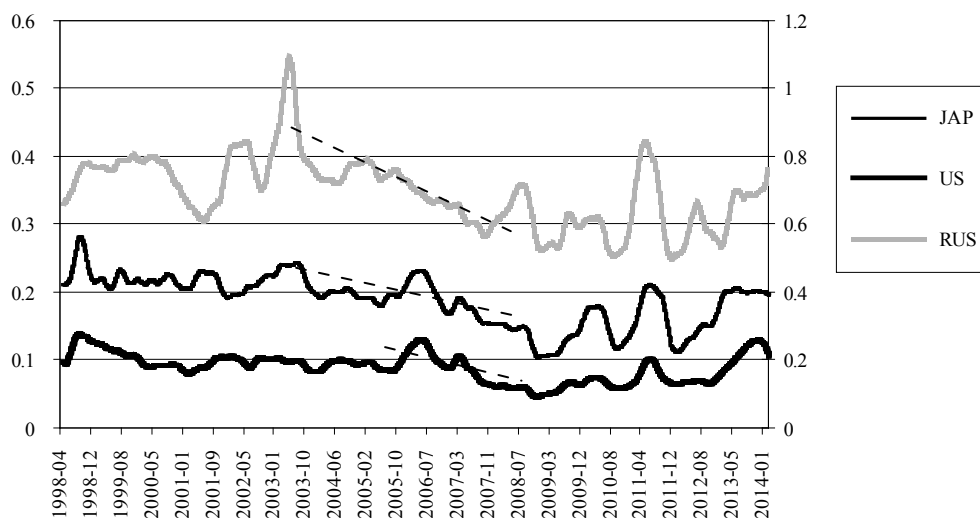


Рис. 8. Динамика относительной важности локальных новостей

Примечание. RUS соответствует правой шкале.

6. Заключение

В работе предложено обобщение модели глобального стохастического тренда (Korhonen, Peresetsky, 2013b), которое допускает автокорреляцию в этом тренде. Модель основана на применении линейного фильтра Калмана для выделения общей составляющей из несинхронных наблюдений. Проведены вычисления для модели с тремя фондовыми индексами (Nikkei 225, MICEX, S&P 500) по (ежедневным) наблюдениям за период 22.09.1997–06.03.2014.

Установлено наличие корреляции приращений глобального стохастического тренда на соседних временных интервалах. Однако проведенный вычислительный эксперимент показал, что наличие этой корреляции не позволяет сделать прогноз статистически достоверным для его практического применения. Этот вывод справедлив для модели с тремя рынками. Для более подробной модели, включающей большее количество рынков, времена закрытия которых равномерно распределены по шкале UTC, вопрос о достоверности прогноза остается открытым.

Проведено сравнение суточных приращений глобального тренда, рассчитанного в трех точках шкалы UTC, соответствующих закрытиям трех бирж, с соответствующими приращениями ликвидного актива S&P 500 e-mini, который торгуется непрерывно 23 часа в сутки. Показано, что динамика оценки глобального тренда в значительной степени схожа с динамикой S&P 500 e-mini, а их 24-часовые приращения наиболее коррелированы в точке времени, соответствующей закрытию биржи в Нью-Йорке. Этот факт объясняется тем, что актив S&P 500 e-mini связан с котировками в основном американских акций и с тем, что, как показано, рынок США дает наибольший вклад в глобальный стохастический тренд.

Подтвержден вывод из работы (Korhonen, Peresetsky, 2013b) о наблюдающейся тенденции к глобализации финансового рынка, механизм которой объясняется предложенной моделью, в которой возрастает роль глобальной составляющей доходностей финансовых рынков. Период обнаруженной тенденции к глобализации совпадает с интенсивным ростом доли высокочастотной торговли в операциях на финансовых рынках в 2003–2008 гг. Возможно, именно развитие высокочастотной торговли является основным фактором глобализации финансовых рынков, которая наблюдается на данных ежедневных доходностей. Маловероятно, чтобы другие экономические факторы (развитие торговых отношений, введение евро и т. п.) могли влиять на синхронизацию рынков на коротких (ежедневных) интервалах наблюдений.

Список литературы

- Bae B. Y., Kim D. H. (2011). Global and regional yield curve dynamics and interactions: The case of some Asian countries. *International Economic Journal*, 25 (4), 717–738.
- Cartea A., Karyampas D. (2011). Volatility and covariation of financial assets: A high-frequency analysis. *Journal of Banking and Finance*, 35 (12), 3319–3334.
- Chang Y., Miller J. I., Park J. Y. (2009). Extracting a common stochastic trend: Theory with some applications. *Journal of Econometrics*, 150 (2), 231–247.
- Dungey M., Martin V. L., Pagan A. R. (2000). A multivariate latent factor decomposition of international bond yield spreads. *Journal of Applied Econometrics*, 15 (6), 697–715.
- Felices G., Wieladek T. (2012). Are emerging market indicators of vulnerability to financial crises decoupling from global factors? *Journal of Banking and Finance*, 36 (2), 321–331.
- Hamilton J. (1994). *Time series analysis*. Princeton University Press.
- King M., Wadhvani S. (1990). Transmission of volatility between stock markets. *Review of Financial Studies*, 3, 5–33.
- Korhonen I., Peresetsky A. (2013a). What determines stock market behavior in Russia and other emerging countries? *Bank of Finland, BOFIT Discussion Papers*, No 4/2013.

Korhonen I., Peresetsky A. (2013b). Extracting global stochastic trend from non-synchronous data. *Bank of Finland, BOFIT Discussion Papers*, No 15/2013.

Lin W., Engle R., Ito T. (1994). Do bulls and bears move across borders? Transmission of international stock returns and volatility, *Review of Financial Studies*, 7, 507–538.

Приложение

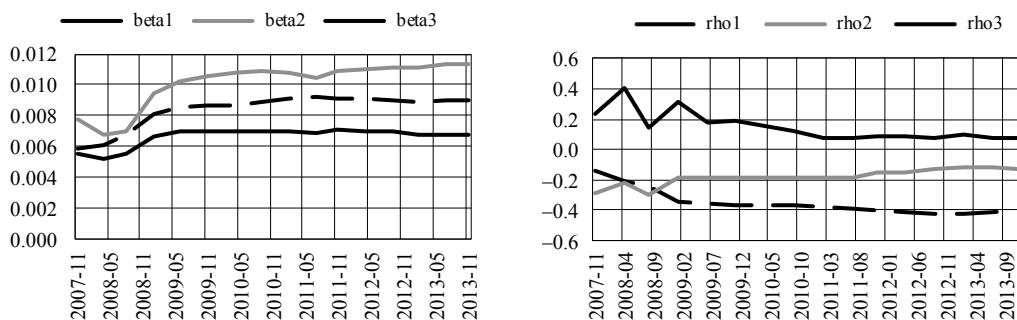


Рис. П1. Динамика коэффициентов β_i и ρ_i при ширине окна $\tau = 2500$ с шагом $\Delta\tau = 100$:

beta1, beta2, beta3 — графики оценок $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3$;

rho1, rho2, rho3 — графики оценок $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$