

Прикладная эконометрика, 2019, т. 56, с. 45–61.

Applied Econometrics, 2019, v. 56, pp. 45–61.

DOI: 10.24411/1993-7601-2019-10016

А. Р. Нагапетян¹

Моделирование волатильности доходности акций и фондовых индексов на российском рынке акций с учетом индекса диверсификационного потенциала рынка

В работе предложены подходы к моделированию волатильности доходности акций, фондовых индексов, финансовых портфелей, отличающиеся возможностью учета динамики диверсификационного потенциала рынка. Продemonстрировано наличие значимого влияния индекса диверсификационного потенциала рынка на волатильность акций, фондовых индексов, финансовых портфелей. Разработана модель прогнозирования волатильности, учитывающая влияние динамики диверсификационного потенциала рынка и позволяющая значимо повысить прогнозные качества существующих моделей. Результаты вневыборочного прогнозирования на один период при работе с фондовыми активами продемонстрировали значимое превосходство предложенного подхода при моделировании реализованной волатильности акций, фондовых индексов, реализованной волатильности случайных финансовых портфелей и эффективных по Марковицу портфелей.

Ключевые слова: кластеризация волатильности; реализованная корреляция; DCC; MEWMA; OGARCH; диверсификационный потенциал рынка; MCS; моделирование корреляции; реализованная волатильность; эффективный портфель; вневыборочное прогнозирование.

JEL classification: G17.

1. Введение

Известно, что параметры, характеризующие реальные финансовые данные во времени, существенно отличаются от их теоретических прообразов, что создает противоречие между реально наблюдаемыми данными и теоретическими предсказаниями. Одним из примеров подобных несоответствий является феномен кластеризации волатильности.

Существующие в литературе подходы к моделированию волатильности, в частности, модели обобщенной условной гетероскедастичности и реализованной волатильности, учитывают явление кластеризации волатильности. Сама по себе возможность моделирования волатильности во многом определяется им. Однако эти модели не могут описать причину возникновения кластеризации.

¹ Нагапетян Артур Рубикович — Дальневосточный федеральный университет, Владивосток; nagapetyan_ar@dvfu.ru.

В недавней работе (Аганин, 2017), где сравнивались различные подходы к моделированию волатильности финансовых активов, на примере акций крупных российских эмитентов было продемонстрировано превосходство семейства моделей реализованной волатильности с применением современных сравнительных процедур, таких как процедура отбора моделей MCS (model confidence set). В этой связи в качестве базы для сравнения будут рассматриваться именно модели семейства реализованной волатильности.

В настоящем исследовании предлагаются подходы к моделированию волатильности доходности акций, фондовых индексов, финансовых портфелей, отличающиеся от существующих возможностью учета динамики диверсификационного потенциала рынка (Нагапетян, 2017). В работе продемонстрировано наличие значимого влияния индекса диверсификационного потенциала рынка на волатильность акций, фондовых индексов, финансовых портфелей, а также разработана модель прогнозирования волатильности учитывающая влияние динамики диверсификационного потенциала рынка и позволяющая значимо повысить прогнозные качества существующих моделей.

2. Анализ литературы

В (Bollerslev, 1990) была представлена модель постоянных условных корреляций (constant conditional correlation, CCC). Ее предлагалось применять в многомерных модификациях моделей обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности. В модели динамических условных корреляций (dynamic conditional correlation, DCC) снимались ограничения в виде постоянства коэффициентов попарных корреляций между активами (Engle, 2002). Ковариационная матрица в этой модели рассчитывается на основе матрицы выборочной корреляции между стандартизированными остатками и матрицы условной волатильности

$$\Sigma_t = D_t R_t D_t, \quad (1)$$

где Σ_t — ковариационно-вариационная матрица, D_t — матрица условной волатильности, R_t — матрица выборочной корреляции между стандартизированными остатками:

$$R_t = (\text{diag}(Q_t))^{-1/2} Q_t (\text{diag}(Q_t))^{-1/2}, \quad (2)$$

Q_t — симметричная положительно определенная матрица:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)Q^* + \alpha z_{t-1} z'_{t-1} + \beta Q_{t-1}, \quad (3)$$

α, β — параметры ($\alpha, \beta > 0$ и $\alpha + \beta < 1$) для обеспечения свойств положительной определенности и стационарности), $z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$ — стандартизированные остатки в момент времени t , Q^* — безусловная ковариационная матрица стандартизированных остатков:

$$Q^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_t z'_t. \quad (4)$$

Более простым подходом к моделированию многомерной волатильности представляется использование многомерной модели (Lowry et al., 1992) экспоненциально взвешенной скользящей средней (multivariate exponentially weighted moving average, MEWMA):

$$\sigma_{t,ij} = \lambda \sigma_{t-1,ij} + (1-\lambda) y_{t-1,i} y_{t-1,j}, \quad (5)$$

где $\sigma_{t,ij}$ — ковариация между соответствующими активами в момент времени t ; λ — константа, значение которой находится в интервале от 0 до 1; $y_{t-1,i}$ — величина относительного изменения доходности актива i за предыдущий период времени; $y_{t-1,j}$ — величина относительного изменения доходности актива j за предыдущий период времени; $i, j = 1, \dots, K$.

Рассмотрим ортогональную модель (Alexander, Chibumba, 1996; Bollerslev, 1986) обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности (orthogonal generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, OGARCH). В этой модели предлагается трансформировать матрицу доходностей в набор портфелей с ключевой характеристикой, предполагающей некоррелированность, что позволяет прогнозировать волатильность каждого портфеля в отдельности:

$$u = Ly, \quad (6)$$

где u — матрица некоррелированных портфелей; L — матрица размерности $K \times K$, состоящая из собственных векторов корреляционной матрицы рассматриваемых K активов; y — матрица доходностей рассматриваемых K активов.

Матрица имеет те же размеры и свойства, что и матрица доходностей, однако, в отличие от последней, ее строки не коррелированы, что позволяет применить одномерную GARCH модель для прогнозирования условной волатильности. Затем можно посчитать прогноз условной ковариационной матрицы доходностей рассматриваемых активов

$$\Sigma_t = LD_t L'. \quad (7)$$

Предлагаемый подход в модели OGARCH позволяет строить ковариационные матрицы даже в случаях, когда число рассматриваемых активов велико. Данный подход можно применять и в том случае, когда рассматриваемый рынок относительно неликвиден.

В (Andersen et al., 2003) представлена модель реализованной ковариации (realized quadratic covariation, RCov), которая рассчитывается на основе внутридневных значений доходности

$$\text{RCov}_t = \sum_{i=1}^M r_{t,i} r'_{t,i}, \quad (8)$$

где $r_{t,i}$ — вектор внутридневных значений доходности.

При работе с моделями обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности оценка параметров осуществляется с помощью метода максимального правдоподобия (ММП). Если остатки u_i не распределены нормально, можно воспользоваться методом квази-ММП, при этом полученные оценки оказываются устойчивыми при условии конечной дисперсии ошибок. Также они могут быть асимптотически нормальными при условии существования четвертого момента (Ling, McAleer, 2003).

Еще одним классом моделей, претендующим на роль инструмента прогнозирования волатильности активов, в котором также закладывается эффект кластеризации волатильности доходности, считаются модели реализованной волатильности (realized volatility, RV). При работе с этим классом моделей необходимо иметь в наличии внутридневные высокочастотные

данные. Фактически же внутридневная волатильность рассчитывается на основе суммы квадратов внутридневной доходности рассматриваемого актива. Существует множество модификаций при расчете данного параметра, в том числе, подходы с взвешиванием отдельных наблюдений доходности, например, на основе объема торгов.

Положительные стороны использования подхода реализованной волатильности продемонстрированы еще в начале 2000-х годов (Areal, Taylor, 2002). В качестве таковых отмечается тот факт, что стандартизированная логарифмическая доходность при подобном подходе хорошо аппроксимируется нормальным распределением, поскольку оценка смещения приближается к нулю, а значение куртозиса приблизительно равняется трем.

В (Corsi, 2004) предложен метод прогнозирования реализованной волатильности HAR-RV. В основе данного подхода лежит авторегрессионная модель, имеющая в своем составе три переменные. Речь идет о значениях величины реализованной волатильности за различные периоды времени прошлого, а именно: за предыдущий день, среднюю величину за прошлую неделю (пять рабочих дней) и среднюю величину за предыдущий месяц (двадцать два рабочих дня) (Kruse, 2006). Такая модель получила свое развитие в исследованиях (Wang, 2009; Craioveanu, Hillebrand, 2012; Ceylan, 2012). В основе модели HAR-RV лежит формула

$$\sigma_{t+1d}^{(d)} = c + \beta_1^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta_2^{(w)} RV_t^{(w)} + \beta_3^{(m)} RV_t^{(m)} + \zeta_{t+1}, \quad (9)$$

где $\sigma_{t+1d}^{(d)}$ — оценка предсказания волатильности на один день; $RV_t^{(d)}$ — оценка реализованной волатильности, рассчитанная по формуле (10); $w = 5$; $m = 22$; $RV_t^{(n)} = (RV_t^{(d)} + \dots + RV_{t-n+1}^{(d)}) / n$; n — период времени; ζ_{t+1} — ошибка модели, подчиняющаяся закону «белого шума»;

$$RV_t^{(d)} = \sum_{n=1}^{N_t} r_{n,t}^{(2)}, \quad (10)$$

где $r_{n,t}^{(2)}$ — квадрат логарифмической доходности в момент n дня t ; N_t — число наблюдений доходности внутри дня t .

Более подробно вопросы применения подходов к моделированию волатильности для различных частных случаев рассматриваются в работах (Ding et al., 1993; Bollerslev, Mikkelsen, 1996; Lanne, Saikkonen, 2005), в том числе для оценки волатильности при работе с опционами в (Duan, 1995; Barone-Adesi et al., 2008). К более поздним работам можно отнести не только исследования волатильности (Antonakakis, 2012; Engle et al., 2013), но и выявление взаимосвязей между различными рынками и их взаимовлияния (Arouri et al., 2012), а также изучение внутренних механизмов возникновения кризисных явлений (Mollick, Assefa, 2013). Наиболее перспективным направлением представляется развитие моделей оценивания и прогнозирования динамической корреляции во времени (Engle, 1982; Mensi et al., 2013).

В подробном обзоре (Liu et al, 2015), касающемся подходов к моделированию реализованной волатильности, обоснована необходимость использования 5-минутных интервалов при расчете внутридневной доходности в целях определения величин реализованной волатильности. Также рассмотрены приемы, позволяющие значительно уменьшить влияние «шума микроструктуры» на оценки реализованной волатильности (Zhang et al., 2005; Hansen, Lunde, 2006; Barndorf-Nielsen et al., 2008). В (Lahaye, Shaw, 2014) была обоснована необходимость использования спецификации HAR-RV(1,5,21) при прогнозировании волатильности доходности фондовых активов.

Техники моделирования волатильности, в том числе на основе моделей реализованной волатильности с использованием данных российского рынка, имеются, например, в исследованиях (Щерба, 2014; Аганин, 2017; Субботин, 2009). Как и модели условной гетероскедастичности, они активно применяются при работе с финансовыми временными рядами, и они тем более эффективны, чем больше в динамике соответствующих данных наблюдается явление кластеризации волатильности.

3. Методология

Динамика попарных коэффициентов корреляции между активами меняется во времени. Увеличение попарных коэффициентов корреляции доходностей различных фондовых активов на финансовом рынке несет в себе серьезные последствия. Они заключаются как в уменьшении возможностей снижения уровня рисков финансовых портфелей с помощью диверсификации, так и в повышении уровня рыночной волатильности в целом, что выражается в увеличении волатильности фондовых индексов.

При этом ключевой особенностью вводимого понятия представляется его способность разделять причины повышения рыночной волатильности посредством разделения их на две группы. С одной стороны, рост рыночной волатильности может происходить из-за роста волатильности отдельно рассматриваемых активов, с другой стороны, из-за увеличения степени идентичности динамик их доходностей. Важность данного разделения, выделение двух разных причин и введение нового понятия для характеристики последней определяется тем, что эти причины имеют совершенно разные предпосылки возникновения, и последствия их влияния на динамику рыночной волатильности также могут быть разными. Последнее означает, что данное понятие позволяет выделить дополнительную информацию о происходящих на рынке процессах, в том числе кластеризации волатильности (например, в случае существования периодов высокого и низкого значения коэффициентов попарной корреляции на рынке), которая не учитывается в существующих подходах к моделированию и прогнозированию волатильности.

Рассмотрение данного понятия дает возможность оценить, в какой степени участники рынка ориентируются на величину общерыночных рисков, по сравнению со специфическими рисками отдельных акций. Если участники рынка при принятии решений в большей степени ориентируются на общерыночные риски, это означает, что для них в данный момент специфические риски отдельных акций не имеют большого значения, т. е. они не видят большой разницы между разными акциями, а объединяют их в некоторую группу, например, «токсичных активов», ввиду определенных сложившихся макроэкономических условий функционирования. С другой стороны, если участники рынка начинают в большей степени ориентироваться на частные риски активов, в сравнительно меньшей степени обращая внимание на общерыночные риски, то диверсификационный потенциал рынка может увеличиваться ввиду того, что динамика коэффициентов попарной корреляции между активами будет уменьшаться. Таким образом, динамика диверсификационного потенциала рынка позволяет дополнительно характеризовать складывающиеся макроэкономические условия функционирования, в частности, ожидания инвесторов, что получает отражение в их торговых операциях и складывающихся связях между поведением динамики ценообразования различных активов. Данная информация о текущем отношении инвесторов к общерыночным и частным

рискам фондовых активов имеет важное значение при принятии решений как отдельными инвесторами и финансовыми институтами, так и финансовым регулятором. Подробная информация об индексе диверсификационного потенциала и методике расчета данного показателя приведена в статье Нагапетяна (2019).

Расчет показателя диверсификационного потенциала DPI_t в момент времени t предлагается делать на основе коэффициентов попарной корреляции между рассматриваемыми активами, рассчитываемыми с помощью моделей класса MEWMA, OGARCH, DCC или RC:

$$DPI_t = \frac{1}{n} \sum_{i>j} \text{corr}(\alpha_i, \alpha_j)_t, \quad (11)$$

где $\text{corr}(\alpha_i, \alpha_j)_t$ — коэффициент корреляции между активами α_i и α_j в момент времени t ; n — число пар активов в заданном множестве.

Для расчета попарных коэффициентов корреляции используются модели MEWMA, OGARCH, DCC и модификации RV. При моделировании волатильности с использованием DPI не было выявлено, какой из подходов к моделированию попарных коэффициентов корреляции для расчета DPI позволяет получить наилучшую точность при вневыборочном прогнозировании волатильности доходности фондовых активов. Поэтому в настоящей работе итоговый показатель диверсификационного потенциала рынка, используемый при моделировании волатильности, считается путем усреднения значений попарных коэффициентов корреляции, рассчитанных на основе рассматриваемых подходов к моделированию корреляции.

Использование индекса диверсификационного потенциала для прогнозирования волатильности осуществляется его добавлением в модель HAR-RV:

$$\sigma_{t+1}^{(d)} = c + \beta_1^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta_2^{(w)} RV_t^{(w)} + \beta_3^{(m)} RV_t^{(m)} + \beta_4^{(d)} DPI_t^{(d)} + \xi_{t+1}. \quad (12)$$

Показатель диверсификационного потенциала рынка может быть применен в качестве прокси динамики макроэкономических рисков в самых разных моделях. В данной работе посредством проверки модели (12) демонстрируется, что разработанный индекс диверсификационного потенциала несет в себе информацию, которая не учитывается в существующих моделях прогнозирования волатильности, и его применение в известных моделях приводит к улучшению прогнозных характеристик.

4. Данные

В таблице 1 приведена информация о рассматриваемых в работе финансовых активах. По два актива было взято из списка финансовых активов с наиболее высоким показателем веса, на основе которых рассчитываются индексы MICEXFNL, MICEXOG, MICEXPWR, MICEXTLC, MICEXM&M (данные от 29.12.2017). Еще по одному активу было взято из числа составляющих основу расчета индексов MICEXCGS, MICEXTRN, MICEXCHM. При прочих равных условиях выбираются активы из различных подотраслей.

Таблица 1. Отобранные финансовые активы, на основе которых рассчитываются отраслевые индексы Московской биржи

Наименование	Обозначение	Индекс
Сбербанк (ПАО)	SBER	MICEXFNL
Московская биржа (ПАО)	MOEX	MICEXFNL
ЛУКОЙЛ (ПАО)	LKOH	MICEXO&G
Газпром (ПАО)	GAZP	MICEXO&G
ФСК ЕЭС (ПАО)	FEES	MICEXPWR
ФГК РусГидро (ПАО)	HYDR	MICEXPWR
МТС (ПАО)	MTSS	MICEXTLC
Ростелеком (ПАО)	RTKM	MICEXTLC
Норильский никель (ПАО)	GMKN	MICEXM&M
НЛМК (ПАО)	NLMK	MICEXM&M
Магнит (ПАО)	MGNT	MICEXCGS
Аэрофлот (ПАО)	AFLT	MICEXTRN
Уралкалий (ПАО)	URKA	MICEXCHM

Важной характеристикой выбранных активов является их ликвидность, которая важна ввиду необходимости использовать внутридневные данные котировок, отражающих динамику цен активов на пятиминутных временных промежутках.

5. Результаты

На рисунке 1 приведена динамика ежедневных значений индекса диверсификационного потенциала $DPI_MICEX(11)$ за период с января 2014 г. по декабрь 2017 г., где для расчета и моделирования ежедневных попарных коэффициентов корреляции использовались модели реализованной корреляции, DCC, MEWMA, OGARCH и др.

В таблице 2 приведены значения показателей R^2 , $Adj.R^2$, RSS, MSE, RSE, AIC, BIC, P -значение при моделировании реализованной волатильности рассматриваемых активов на основе модели HAR-RV_ $DPImean(12)$, в которой модель HAR-RV (9) дополнена переменной $DPI_MICEX(11)$, рассчитанной по среднему значению результатов, полученных при использовании моделей MEWMA, OGARCH, DCC, RV, HARRC, HARRClog, HARRCsqr, AARIMA, ARIMA за период с января 2014 г. по декабрь 2017 г.

Значимость коэффициента, характеризующего влияние вводимого фактора в соответствующей модели, подтверждается данными в табл. 2. Для большинства активов переменная значима на 10%-ном уровне.

На рисунке 2 приведена динамика ежедневных значений реализованной волатильности актива SBER, волатильности этого же актива, рассчитанной на основе модели HAR-RV (9) без использования индекса диверсификационного потенциала, и волатильности, рассчитанной на основе модели HAR-RV_ $DPImean(12)$ с использованием индекса диверсификационного потенциала за период с июля по декабрь 2017 г.

На рисунке 2 можно наблюдать периоды времени, когда модель HAR-RV_ $DPImean$ лучше описывает динамику рассматриваемых временных рядов по сравнению с HAR-RV.

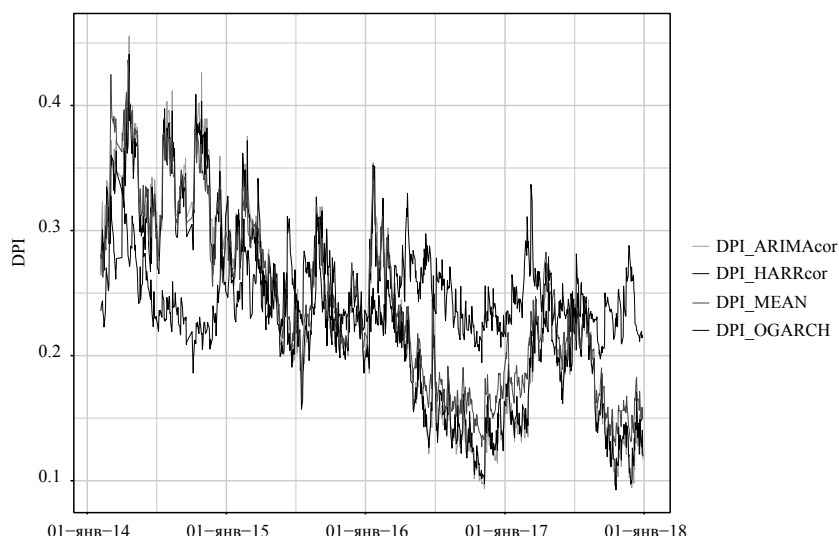


Рис. 1. Динамика ежедневных значений индекса диверсификационного потенциала DPI_MICEX с января 2014 г. по декабрь 2017 г., рассчитанная и смоделированная на основе различных моделей

Таблица 2. Показатели R^2 , $Adj.R^2$, RSS, MSE, RSE, AIC, BIC, P -значение исследуемых моделей

Актив	R^2	$Adj.R^2$	RSS	MSE	RSE	AIC	BIC	P -значение (DPI)
SBER	0.32	0.31	0.47	0.00051	0.00051	-11365.40	-11336.43	0.01
MOEX	0.35	0.35	0.45	0.00049	0.00049	-11440.42	-11411.45	0.01
LKOH	0.40	0.40	0.38	0.00041	0.00041	-11769.07	-11740.10	0.14
GAZP	0.30	0.30	0.26	0.00028	0.00028	-12497.31	-12468.34	0.00
FEES	0.13	0.13	1.22	0.00132	0.00133	-9616.02	-9587.04	0.12
HYDR	0.35	0.35	0.64	0.00069	0.00070	-10800.26	-10771.29	0.07
MTSS	0.18	0.17	0.89	0.00097	0.00097	-10186.95	-10157.98	0.03
RTKM	0.21	0.21	0.71	0.00076	0.00077	-10621.96	-10592.99	0.00
GMKN	0.30	0.30	0.54	0.00058	0.00058	-11132.95	-11103.98	0.08
NLMK	0.23	0.23	0.43	0.00047	0.00047	-11519.96	-11490.99	0.04
MGNT	0.20	0.20	0.52	0.00057	0.00057	-11180.87	-11151.90	0.08
AFLT	0.08	0.08	0.97	0.00105	0.00106	-10034.46	-10005.49	0.01
URKA	0.38	0.38	0.49	0.00053	0.00053	-11301.79	-11272.82	0.20

Перейдем к этапу сравнения рассматриваемых моделей с точки зрения их способности прогнозировать значения реализованной волатильности вне выборки, на основе которой она была оценена. Для «обучения» модели будем использовать временной отрезок, равный общему числу имеющихся данных за исключением 150 дней. Далее, на основании отобранных данных оценим параметры соответствующей модели и осуществляем прогноз на 1 день.

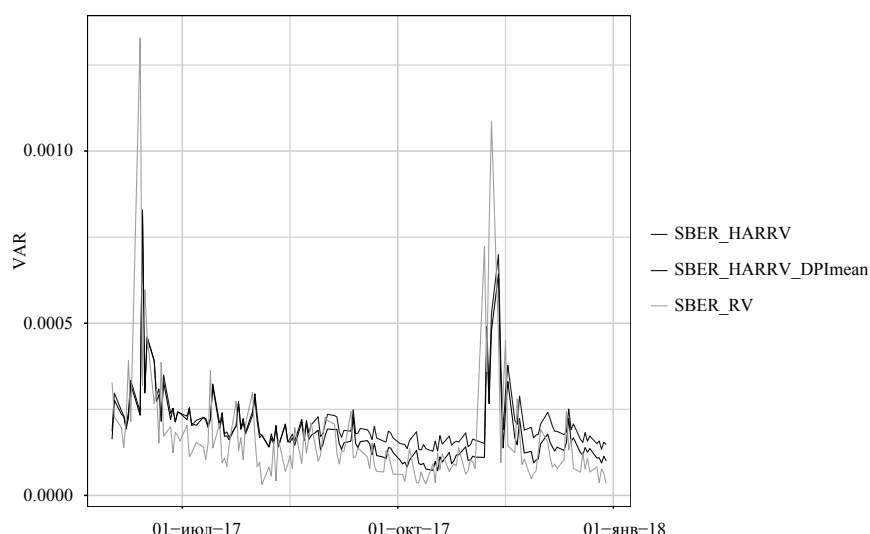


Рис. 2. Динамика ежедневных значений реализованной волатильности актива SBER, а также волатильности SBER, рассчитанной на основе моделей HAR-RV и HAR-RV_DPImean

Затем осуществим новую оценку параметров модели, используя тот же объем данных со сдвигом на 1 день. После оценки опять осуществим прогноз на 1 день. Проведя данную процедуру 150 раз, получим 150 значений прогноза соответствующей модели для рассматриваемых активов.

На рисунке 3 приведена динамика ежедневных значений реализованной волатильности актива SBER, волатильности SBER, рассчитанной при вневыборочном прогнозировании на один период на основе модели HAR-RV (9) без использования индекса диверсификационного потенциала, а также волатильности SBER, рассчитанной при вневыборочном прогнозировании на один день на основе модели HAR-RV_DPImean (12) с использованием индекса диверсификационного потенциала за период с июня по декабрь 2017 г.

В некоторые периоды времени модель HAR-RV_DPImean лучше предсказывает динамику рассматриваемых временных рядов по сравнению с HAR-RV. Для того чтобы проверить различие качества прогноза, как и в большинстве подобных случаев, был использован тест MCS (model confidence set) с функцией потерь MSE (Hansen et al., 2011).

В таблице 3 приведены результаты сравнения рассматриваемых моделей при помощи процедуры MCS за временной промежуток 150 дней.

Как видно из табл. 3, согласно тесту MCS, в 8 случаях из 13 модель HAR-RV_DPImean значимо лучше справляется (в табл. 3 это обозначено звездочкой на пересечении соответствующего столбца и строки) с прогнозированием реализованной волатильности рассматриваемых активов по сравнению с моделью HAR-RV.

На основе полученных результатов можно сделать вывод о том, что введенная переменная, характеризующая динамику диверсификационного потенциала рынка, оказывает значимое влияние на показатель реализованной волатильности рассматриваемых активов.

Для того чтобы определить, является ли значимой переменная, характеризующая динамику диверсификационного потенциала рынка при моделировании фондовых индексов,

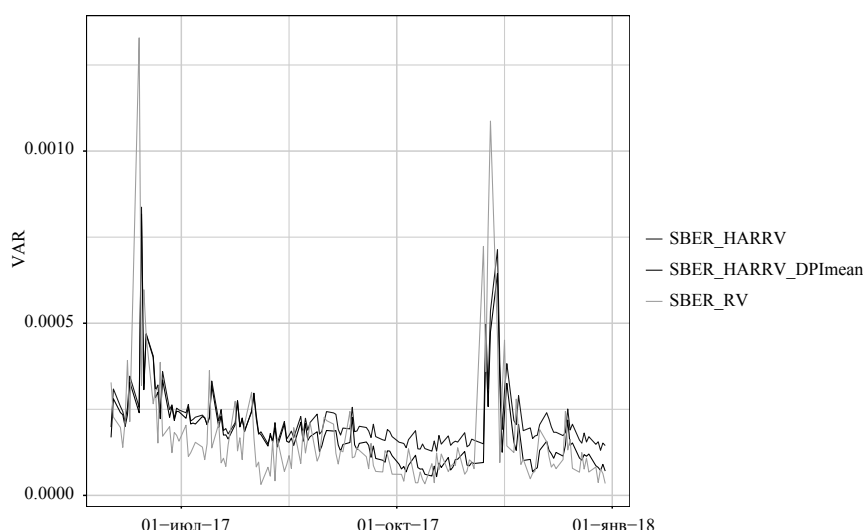


Рис. 3. Динамика ежедневных значений реализованной волатильности SBER и оценок волатильности SBER при вневыборочном прогнозировании на один день на основе моделей HAR-RV и HAR-RV_DPImean

попробуем смоделировать показатель реализованной волатильности 9 фондовых индексов, приведенных в табл. 4.

На рисунке 4 приведена динамика ежедневных значений реализованной волатильности фондового индекса MICEX при вневыборочном прогнозировании на один период на основе модели HAR-RV (9) без использования индекса диверсификационного потенциала, а также оценка волатильности этого же фондового индекса при вневыборочном прогнозировании на один день на основе модели HAR-RV_DPImean (12) с использованием индекса диверсификационного потенциала за период с июня по декабрь 2017 г.

На графике можно наблюдать периоды времени, когда модель HAR-RV_DPImean относительно лучше предсказывает динамику рассматриваемых временных рядов по сравнению с HAR-RV. Для того чтобы определить различие прогнозов, как и в большинстве подобных случаев, была использована процедура MCS.

В таблице 5 приведены результаты сравнения рассматриваемых моделей при помощи процедуры MCS за временной промежуток 150 дней при вневыборочном прогнозировании на один день значений реализованной волатильности соответствующих фондовых индексов.

Согласно таблице 5, модель HAR-RV_DPImean в 7 случаях из 9 значительно лучше (по тесту MCS) справляется с прогнозированием реализованной волатильности рассматриваемых активов по сравнению с моделью HAR-RV.

Для того чтобы выяснить, позволяет ли модель HAR-RV_DPImean значительно лучше справляться с прогнозированием реализованной волатильности финансовых портфелей, были сформированы 300 портфелей со случайными весами, состоящими из активов, приведенных в табл. 1. Для каждого портфеля были рассчитаны прогнозные значения реализованной волатильности при вневыборочном прогнозировании на один период на основе моделей HAR-RV и HAR-RV_DPImean с июня по декабрь 2017 г.

Таблица 3. Результаты сравнения качество прогнозов с использованием моделей HAR-RV и HAR-RV_DPImean при помощи процедуры MCS

Актив	HAR-RV	HAR-RV_DPImean
SBER		*
MOEX	*	*
LKOH		*
GAZP		*
FEES		*
HYDR		*
MTSS	*	*
RTKM		*
GMKN	*	*
NLMK		*
MGNT	*	*
AFLT		*
URKA	*	*

Примечание. Звездочками обозначены модели, попавшие в финальное множество MCS теста (использовался уровень значимости $\alpha = 0.15$, пакет MCS).

Таблица 4. Основные отраслевые фондовые индексы Московской биржи

Наименование	Обозначение
Индекс Московской биржи	MICEX
Индекс финансового сектора	MICEXFNL
Индекс нефти и газа	MICEXOG
Индекс транспорта	MICEXTRN
Индекс металлов и добычи	MICEXMM
Индекс химии и нефтехимии	MICEXCHM
Индекс электроэнергетики	MICEXPWR
Индекс телекоммуникаций	MICEXTLC
Индекс потребительского сектора	MICEXCGS

При сравнении рассматриваемых моделей с помощью процедуры MCS за временной промежуток 150 дней при вневыборочном прогнозировании на один день значений реализованной волатильности, соответствующих 300 случайным финансовым портфелям, для 243 портфелей из 300 (81% случаев) модель HAR-RV_DPImean значимо лучше справилась с прогнозированием, чем модель HAR-RV.

Для выяснения, какая из моделей значимо лучше справляется с прогнозированием реализованной волатильности эффективных по Марковицу финансовых портфелей (Markowitz, 1991), были сформированы различные комбинации по 8 активов из числа активов, приведенных в табл. 1. Далее, для неповторяющихся портфелей из 8 активов рассчитывались веса, характеризующие эффективное множество портфелей, а из них выбирался портфель с максимальным коэффициентом Шарпа (Sharpe, 1964). Всего было сформировано и отобрано 300 различных эффективных по Марковицу финансовых портфелей. Расчеты проводились в R при помощи

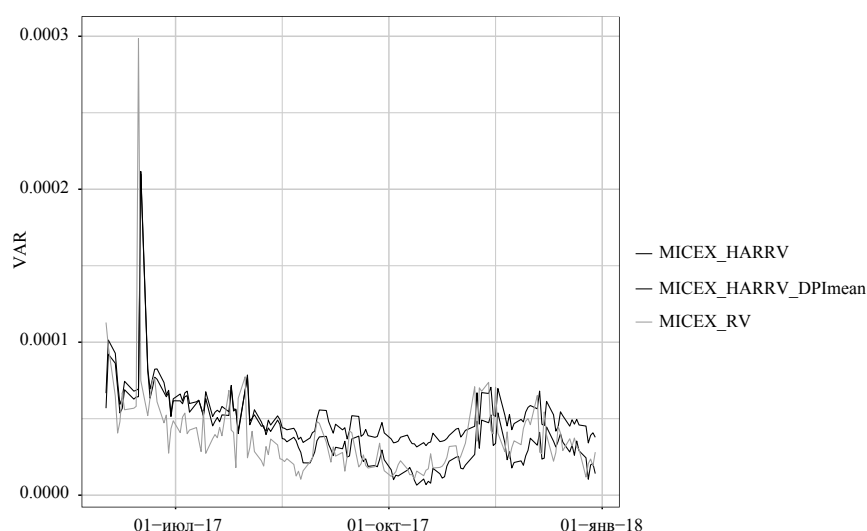


Рис. 4. Динамика ежедневных значений реализованной волатильности фондового индекса MICEX и оценки волатильности этого же индекса при вневыборочном прогнозировании на один день на основе моделей HAR-RV и HAR-RV_DPImean

Таблица 5. Результаты сравнения качества прогнозов по моделям HAR-RV и HAR-RV_DPImean с помощью процедуры MCS

Актив	HAR-RV	HAR-RV_DPImean
MICEX		*
MICEXFNL		*
MICEXOG		*
MICEXTRN		*
MICEXMM		*
MICEXCHM		*
MICEXPWR		*
MICEXTLC	*	*
MICEXCGS	*	*

Примечание. Звездочками обозначены модели, попавшие в финальное множество MCS теста ($\alpha = 0.15$, пакет MCS).

пакетов *PortfolioAnalytics* и *Portfolio.Optimization*. Для каждого из полученных портфелей были рассчитаны прогнозные значения реализованной волатильности при вневыборочном прогнозировании на один период на основе моделей HAR-RV и HAR-RV_DPImean за период с июня по декабрь 2017 г.

При сравнении моделей с помощью процедуры MCS за временной промежуток 150 дней при вневыборочном прогнозировании на один день значений реализованной волатильности соответствующих эффективных по Марковицу финансовых портфелей, для 239 портфелей

из 300 (79.7% случаев) модель HAR-RV_DPImean значительно лучше справилась с прогнозированием рассматриваемых активов по сравнению с моделью HAR-RV.

Важно отметить, что во всех остальных случаях значимых отличий между качеством прогнозов при работе с моделями HARRV и HAR-RV_DPImean выявлено не было ни для случайных финансовых портфелей, ни для эффективных по Марковицу портфелей.

6. Выводы

Проведенное исследование продемонстрировало, что в абсолютном большинстве случаев при работе с внутривыборочными данными переменная, характеризующая динамику индекса диверсификационного потенциала рынка, является значимой. Результаты вневыборочного прогнозирования на один период (день) при работе с фондовыми индексами показали (на основе методики MCS) значимое превосходство предложенной модели в 7 случаях из 9 при моделировании реализованной волатильности фондовых индексов, в 243 случаях из 300 при моделировании реализованной волатильности случайных финансовых портфелей и в 239 из 300 случаев при моделировании портфелей, эффективных по Марковицу.

Показано, что разработанный индекс диверсификационного потенциала несет в себе информацию, которая не учитывается в существующих моделях прогнозирования волатильности, и его применение в известных моделях приводит к улучшению их прогнозных характеристик. Также важно отметить, что этот индекс может быть применен в других макроэкономических моделях в качестве прокси переменной, отражающей важность частных инвестиционных характеристик финансовых активов по сравнению с общими условиями макроэкономического функционирования. Это, в свою очередь, создает необходимость учета данной переменной со стороны финансовых регуляторов, ведь если выявленный фактор одновременно влияет на волатильность акций, индексов и финансовых портфелей, то она может служить индикатором, сигнализирующим о трансформации кластеризации волатильности с уровня отдельных акций на макроуровень.

Список литературы

Аганин А. Д. (2017). Сравнение GARCH и HAR-RV моделей для прогноза реализованной волатильности на российском рынке. *Прикладная эконометрика*, 48, 63–84.

Нагапетян А. (2017). Кластеризация волатильности доходности акций и динамика диверсификационного потенциала на российском рынке. *Теория и практика общественного развития*, 6, 77–80.

Нагапетян А. (2019). Моделирование корреляции доходности акций в контексте расчета показателя диверсификационного потенциала заданного множества активов. *Теория и практика общественного развития*, 6 (136), 54–61.

Субботин А. В. (2009). Моделирование волатильности: от условной гетероскедастичности к скадам на множественных горизонтах. *Прикладная эконометрика*, 15, 94–138.

Щерба А. В. (2014). Сравнение моделей реализованной волатильности на примере оценки меры риска VaR для российского рынка акций. *Прикладная эконометрика*, 34, 120–136.

Alexander C., Chibumba A. (1996). Multivariate orthogonal factor GARCH. *Discussion paper*. University of Sussex.

Andersen T., Bollerslev T., Diebold F. X., Labys P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica*, 71 (2), 579–625.

Antonakakis N. (2012). Exchange return co-movements and volatility spillovers before and after the introduction of euro. *Journal of International Financial Markets Institutions & Money*, 22 (5), 1091–1109.

Areal N. M., Taylor S. J. (2002). The realized volatility of FTSE-100 futures prices. *Journal of Futures Markets*, 22 (7), 627–648.

Aroui M., Jouini J., Nguyen D. K. (2012). On the impacts of oil price fluctuations on European equity markets: Volatility spillover and hedging effectiveness. *Energy Economics*, 34, 611–617.

Barndorf-Nielsen O., Hansen P., Lunde A., Shephard N. (2008). Designing realized kernels to measure the ex post variation of equity prices in the presence of noise. *Econometrica*, 76 (6), 1481–1536.

Barone-Adesi G., Engle R., Mancini L. (2008). GARCH option pricing model with filtered historical simulation. *Review of Financial Studies*, 21, 1223–1258.

Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307–327.

Bollerslev T., Mikkelsen O. (1996). Modeling and pricing long memory in stock market volatility. *Journal of Econometrics*, 73 (1), 151–184.

Bollerslev T. (1990). Modeling the coherence in short-run nominal exchange rate: A multivariate generalized arch approach. *Review of Economics and Statistics*, 72, 498–505.

Ceylan O. (2012). Time-varying volatility asymmetry: A conditioned HAR-RV (CJ) EGARCH-M model. *GIAM Working Papers*, No. 12–4.

Corsi F. (2004). Simple long memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7 (2), 174–196.

Craioveanu M., Hillebrand E. (2012). Why it is ok to use the HAR-RV(1,5,21) model. *Working Paper*, No. 1201. University of Central Missouri.

Ding Z., Granger C., Engle R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1 (1), 83–106.

Duan J. (1995). The GARCH option-pricing model. *Mathematical Finance*, 5 (1), 13–32.

Engle R. (2002). Dynamic conditional correlation — a simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (3), 339–350.

Engle R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987–1008.

Engle R., Ghysels E., Sohn B. (2013). Stock market volatility and macroeconomic fundamentals. *Review of Economics and Statistics*, 95 (3), 776–797.

Hansen P., Lunde A., Nason J. (2011). The model confidence set. *Econometrica*, 79 (2), 453–497.

Hansen P., Lunde A. (2006). Realized variance and market microstructure noise. *Journal of Business & Economic Statistics*, 24 (2), 17–161.

Kruse R. (2006). Can realized volatility improve the accuracy of value-at-risk forecasts? *Leibniz University of Hannover Working Paper*. <https://pdfs.semanticscholar.org/1b9f/eb31a8e902dc3fef5b69ddf5f824cef166f9.pdf>.

Lahaye J., Shaw P. (2014). Can we reject linearity in an HAR-RV model for the S&P 500? Insights from a nonparametric HAR-RV. *Economics Letters*, 125 (1), 43–46.

- Lanne M., Saikkonen P. (2005). Non-linear GARCH models for highly persistent volatility. *The Econometrics Journal*, 8 (2), 251–276.
- Ling S., McAleer M. (2003). Asymptotic theory for a vector ARMA-GARCH model. *Econometric Theory*, 19, 278–308.
- Liu L., Patton A., Sheppard K. (2015). Does anything beat 5-minute RV? A comparison of realized measures across multiple asset classes. *Journal of Econometrics*, 187, 293–311.
- Lowry C., Woodall W., Champ C., Rigdon S. (1992) A multivariate exponentially weighted moving average control chart. *Technometrics*, 34 (1), 46–53.
- Markowitz H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *Journal of Finance*, 46 (2), 469–477.
- Mensi W., Beljid M., Boubaker A., Managi S. (2013). Correlations and volatility spillovers across commodity and stock markets: Linking energies, food, and gold. *Economic Modelling*, 32, 15–22.
- Mollick A., Assefa T. (2013). US stock returns and oil prices: The tale from daily data and the 2008–2009 financial crisis. *Energy Economics*, 36, 1–18.
- Sharpe W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19 (3), 425–442.
- Wang P. (2009). Modeling and forecasting of realized volatility based on high-frequency data: Evidence from FTSE-100 index. Hanken School of Economics. <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10227/413/wang.pdf?sequence=2>.
- Zhang L., Mykland P., Ait-Sahalia Y. (2005). A tale of two time scales: Determining integrated volatility with noisy high-frequency data. *Journal of the American Statistical Association*, 100 (472), 1394–1411.

Поступила в редакцию 16.06.2019; принята в печать 25.11.2019.

Nagapetyan A. R. Precondition stock and stock indices volatility modeling based on market diversification potential: Evidence from Russian market. *Applied Econometrics*, 2019, v. 56, pp. 45–61.
DOI: 10.24411/1993-7601-2019-10016

Artur Nagapetyan

Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation;
nagapetyan_ar@dvfu.ru

Precondition stock and stock indices volatility modeling based on market diversification potential: Evidence from Russian market

The approaches to modeling stocks volatility, stock indices volatility and financial portfolios volatility which differ from the existing ones by taking into account the dynamics of the Market Diversification Potential Index, are proposed. The presence of a significant effect of the Market Diversification Potential Index on the volatility of stocks, stock indices, and financial portfolios was demonstrated. A model has been developed for predicting the volatility of returns on stocks, stock indices, and financial portfolios, which takes into account the impact of the dynamics of the Market Diversification Potential Index and allows us to significantly increase the forecast qualities of existing models. The results of using a non-sampling forecasting technique for one period when working with financial assets demonstrated

a significant superiority (based on the MCS method) of the proposed approach when modeling realized stock and stock index volatility, simulating realized volatility of random financial portfolios and modeling Markowitz effective financial portfolios.

Keywords: volatility clustering; realized correlation; DCC; MEWMA; MGARCH; market diversification potential index; MCS; correlation simulation; realized volatility; effective portfolio; out-of-sample forecasting.

JEL classification: G17.

References

- Aganin A. (2017). Forecast comparison of volatility models on Russian stock market. *Applied Econometrics*, 48, 63–84 (in Russian).
- Nagapetyan A. R. (2017). Stock returns volatility clustering and diversification potential dynamics on the Russian market. *Theory and Practice of Social Development*, 6, 77–80 (in Russian).
- Nagapetyan A. R. (2019). Stock returns correlation simulation to calculate the diversification potential index for set of assets. *Theory and Practice of Social Development*, 6 (136), 54–61 (in Russian).
- Subbotin A. (2009). Volatility models: from conditional heteroscedasticity to cascades at multiple horizons. *Applied Econometrics*, 15, 94–138 (in Russian).
- Shcherba A. (2014). Comparing «Realized volatility» models in the VaR calculation for the Russian equity market. *Applied Econometrics*, 34, 120–136 (in Russian).
- Alexander C., Chibumba A. (1996). Multivariate orthogonal factor GARCH. *Discussion paper*. University of Sussex.
- Andersen T., Bollerslev T., Diebold F. X., Labys P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica*, 71 (2), 579–625.
- Antonakakis N. (2012). Exchange return co-movements and volatility spillovers before and after the introduction of euro. *Journal of International Financial Markets Institutions & Money*, 22 (5), 1091–1109.
- Areal N. M., Taylor S. J. (2002). The realized volatility of FTSE-100 futures prices. *Journal of Futures Markets*, 22 (7), 627–648.
- Arouri M., Jouini J., Nguyen D. K. (2012). On the impacts of oil price fluctuations on European equity markets: Volatility spillover and hedging effectiveness. *Energy Economics*, 34, 611–617.
- Barndorf-Nielsen O., Hansen P., Lunde A., Shephard N. (2008). Designing realized kernels to measure the ex post variation of equity prices in the presence of noise. *Econometrica*, 76 (6), 1481–1536.
- Barone-Adesi G., Engle R., Mancini L. (2008). GARCH option pricing model with filtered historical simulation. *Review of Financial Studies*, 21, 1223–1258.
- Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307–327.
- Bollerslev T., Mikkelsen O. (1996). Modeling and pricing long memory in stock market volatility. *Journal of Econometrics*, 73 (1), 151–184.
- Bollerslev T. (1990). Modeling the coherence in short-run nominal exchange rate: A multivariate generalized arch approach. *Review of Economics and Statistics*, 72, 498–505.
- Ceylan O. (2012). Time-varying volatility asymmetry: A conditioned HAR-RV (CJ) EGARCH-M model. *GIAM Working Papers*, No. 12–4.

- Corsi F. (2004). Simple long memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7 (2), 174–196.
- Craioveanu M., Hillebrand E. (2012). Why it is ok to use the HAR-RV(1,5,21) model. *Working Paper*, No. 1201. University of Central Missouri.
- Ding Z., Granger C., Engle R. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of Empirical Finance*, 1 (1), 83–106.
- Duan J. (1995). The GARCH option-pricing model. *Mathematical Finance*, 5 (1), 13–32.
- Engle R. (2002). Dynamic conditional correlation — a simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (3), 339–350.
- Engle R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50, 987–1008.
- Engle R., Ghysels E., Sohn B. (2013). Stock market volatility and macroeconomic fundamentals. *Review of Economics and Statistics*, 95 (3), 776–797.
- Hansen P., Lunde A., Nason J. (2011). The model confidence set. *Econometrica*, 79 (2), 453–497.
- Hansen P., Lunde A. (2006). Realized variance and market microstructure noise. *Journal of Business & Economic Statistics*, 24 (2), 17–161.
- Kruse R. (2006). Can realized volatility improve the accuracy of value-at-risk forecasts? *Leibniz University of Hannover Working Paper*. <https://pdfs.semanticscholar.org/1b9f/eb31a8e902dc3fef5b69ddf5f824cef166f9.pdf>.
- Lahaye J., Shaw P. (2014). Can we reject linearity in an HAR-RV model for the S&P 500? Insights from a nonparametric HAR-RV. *Economics Letters*, 125 (1), 43–46.
- Lanne M., Saikkonen P. (2005). Non-linear GARCH models for highly persistent volatility. *The Econometrics Journal*, 8 (2), 251–276.
- Ling S., McAleer M. (2003). Asymptotic theory for a vector ARMA-GARCH model. *Econometric Theory*, 19, 278–308.
- Liu L., Patton A., Sheppard K. (2015). Does anything beat 5-minute RV? A comparison of realized measures across multiple asset classes. *Journal of Econometrics*, 187, 293–311.
- Lowry C., Woodall W., Champ C., Rigdon S. (1992) A multivariate exponentially weighted moving average control chart. *Technometrics*, 34 (1), 46–53.
- Markowitz H. M. (1991). Foundations of portfolio theory. *Journal of Finance*, 46 (2), 469–477.
- Mensi W., Beljid M., Boubaker A., Managi S. (2013). Correlations and volatility spillovers across commodity and stock markets: Linking energies, food, and gold. *Economic Modelling*, 32, 15–22.
- Mollick A., Assefa T. (2013). US stock returns and oil prices: The tale from daily data and the 2008–2009 financial crisis. *Energy Economics*, 36, 1–18.
- Sharpe W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19 (3), 425–442.
- Wang P. (2009). Modeling and forecasting of realized volatility based on high-frequency data: Evidence from FTSE-100 index. Hanken School of Economics. <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10227/413/wang.pdf?sequence=2>.
- Zhang L., Mykland P., Ait-Sahalia Y. (2005). A tale of two time scales: Determining integrated volatility with noisy high-frequency data. *Journal of the American Statistical Association*, 100 (472), 1394–1411.

Received 16.06.2019; accepted 25.11.2019.