

Прикладная эконометрика, 2020, т. 57, с. 30–52.

Applied Econometrics, 2020, v. 57, pp. 30–52.

DOI: 10.22394/1993-7601-2020-57-30-52

М. С. Макушкин, В. А. Лапшин<sup>1</sup>

## Моделирование взаимосвязей между квантилями доходностей российских и иностранных фондовых рынков для оценки рыночных рисков

*Работа посвящена моделированию взаимосвязей между хвостами распределений доходностей российского и иностранных фондовых рынков. Для этого применяется модель векторной квантильной авторегрессии VAR for VaR. В результате показано, что Россия — чистый реципиент внешних рисков. Обнаружено, что зависимости между квантилями увеличиваются в кризисные годы. Информация о зависимостях между хвостами помогает улучшить качество прогнозов рисков, хотя для бизнеса достаточно использование более простых моделей.*

**Ключевые слова:** оценка рисков; взаимосвязи в рисках; риск-менеджмент; международные фондовые рынки; VaR; CAViaR; VAR for VaR.

**JEL classification:** C12; C13; C32.

### Введение

Международные финансовые рынки тесно связаны между собой, особенно когда речь заходит о кризисных явлениях. Большинство эконометрических исследований посвящено изучению связи лишь для первых двух моментов распределения доходностей — средних (Billio et al., 2012) и дисперсий (Diebold, Yilmaz, 2009; Hafner, Herwartz, 2006). Но зависимости существуют и между хвостами распределений (Longin, Solnik, 2001).

Российский фондовый рынок особо подвержен экстремальным колебаниям (Анкудинов и др., 2017). При его изучении нельзя игнорировать взаимосвязи между квантилями доходностей. Риск-менеджмент также должен учитывать этот факт.

Учесть зависимости между квантилями позволяет векторная квантильная авторегрессия VAR for VaR (White et al., 2015). Она одновременно моделирует сразу несколько квантилей распределений доходностей. Эконометристу модель дает инструмент для изучения трансмиссии рисков между различными рынками и активами (Boucher, Tokpavi, 2019; Bouri et al., 2018; Chuliá et al., 2017; Shahzad et al., 2019; Shen et al., 2018; De Sola Perea et al., 2019;

<sup>1</sup> Макушкин Михаил Сергеевич — Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва; mikhailmakushkin@gmail.com.

Лапшин Виктор Александрович — Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва; vlapshin@hse.ru.

Wang et al., 2019; Wen et al., 2019). Риск-менеджеру модель полезна с точки зрения количественной оценки рисков (Jian et al., 2018; Meng, Taylor, 2016).

Данная статья стремится помочь и эконометристу, и риск-менеджеру. Для первого она раскрывает влияние экстремальных шоков на российский фондовый рынок, который оказывается особо подвержен шокам США и Еврозоны. Зависимость от азиатских рынков появилась лишь в последние годы. Сама Россия не создает дополнительных рисков для остального мира. Средние доходности фондовых рынков могут быть не связаны, но их риски связаны всегда. Эта зависимость увеличивается в кризисные годы.

Для риск-менеджера статья презентует новый инструмент для оценки рисков. Он сравнивается с классическими методами на основе статистических тестов и функций потерь. Модель VAR for VaR может корректно предсказывать риски российского рынка, но иногда оказывается слишком консервативной. Ее можно использовать в регуляторных целях.

Своими выводами статья дополняет литературу по анализу российского фондового рынка (Аганин, Пересецкий, 2018; Анкудинов и др., 2017), а также исследования по сравнению моделей оценки рыночных рисков (Fantazzini, Shangina, 2019; Kuester et al., 2006; Santos et al., 2013).

Работа структурирована следующим образом. В первом разделе дается обзор литературы. Во втором вводится и специфицируется модель VAR for VaR, в третьем разделе приводится описание данных. Далее проводится эмпирический анализ влияния внешних шоков на отечественный рынок, рассчитывается и бэктестируется модельный VaR. В заключительном разделе обобщаются результаты работы.

## 1. Обзор литературы

### 1.1. Модели оценки взаимосвязей между рынками

Широкий пласт эконометрической литературы посвящен изучению зависимостей между финансовыми рынками. Наиболее часто изучаются зависимости средних с помощью векторной авторегрессии VAR (Sims, 1980) и теста на причинность по Грейнджеру (Granger, 1988). Примеры можно найти в (Billio et al., 2012; Chen, Marquez, 2009). Другой класс работ изучает зависимости в волатильности с помощью многомерных расширений модели GARCH (Engle, 1982) — VEC-GARCH (Bollerslev et al., 1988), GARCH-BEKK (Engle, Kroner, 1995), DCC-GARCH (Tse, Tsui, 2002) и их всевозможных модификаций (Bauwens et al., 2006). Для примера см. (Bhar, Nikolova, 2007; Hafner, Herwartz, 2006; Li, Giles, 2015).

Перечисленные модели игнорируют эмпирически наблюдаемые тяжелые хвосты распределений доходностей (Cont, 2010). При этом для риск-менеджмента интерес представляют именно хвосты распределений, а не среднее и дисперсия. Поэтому необходимо обратить внимание на совместное моделирование квантилей.

Для моделирования квантилей доходностей подходят модели векторной квантильной авторегрессии, которые основаны на модификации оригинальной квантильной регрессии (Koenker, Bassett, 1978) для временных рядов (Koenker, Xiao, 2004). Условно их можно разделить на два типа. Первый тип учитывает зависимость квантиля только от предыдущих наблюдаемых значений экзогенных переменных (Ando et al., 2018; Cecchetti, Li, 2008; Schuler, 2014; Su, 2019). Второй тип моделей векторной квантильной авторегрессии дополнительно

вводит зависимость от лагового значения самого квантиля. Такая спецификация представляет собой обобщение модели условной авторегрессионной стоимости под риском CAViaR (Engle, Manganelli, 2004) для многомерного случая (White et al., 2015). В литературе ее принято называть VAR for VaR, но встречается и название MV-CAViaR.

В последние годы модель VAR for VaR получила широкое распространение при анализе зависимостей в квантилях. White et al. (2015) применяли ее для оценки чувствительности 230 финансовых учреждений к рыночным шокам. Chuliá et al. (2017) оценивали влияние неопределенности политики США на иностранные фондовые рынки. Модель также позволяет изучить влияние нефтяных шоков на квантили международных фондовых рынков (Wen et al., 2019) и на страновой риск (Bouri et al., 2018). С ее помощью исследуются зависимости в рисках отдельных активов — акций и облигаций (Boucher, Tokravi, 2019), различных типов облигаций (De Sola Perea et al., 2019), нефти и драгоценных металлов (Jawad et al., 2019), золота и акций (Shahzad et al., 2019). Все перечисленные работы сходятся в одном: между хвостами распределений существуют сильные взаимозависимости, которые нельзя игнорировать.

В отечественной литературе в основном изучаются эффекты внешних шоков на макроэкономические параметры. Полбин (2017) с помощью модели VECM анализировал эффекты изменения нефтяных цен на ВВП и потребление домохозяйств. Аганин и Пересецкий (2018), используя модель GARCH-BEKK, исследовали влияние нефтяных шоков на волатильность рубля. Борочкин (2017) с помощью панельной векторной авторегрессии показал, как макропараметры влияют на международные фондовые рынки. Отдельного изучения влияния внешних рыночных шоков на риски российского фондового рынка, насколько известно авторам, не проводилось.

## 1.2. Модели оценки рыночных рисков

Другое применение модели VAR for VaR — количественная оценка рыночных рисков. Для этой цели часто используют метрику Value-at-Risk (VaR).

$VaR_\theta$ ,  $\theta \in [0, 1]$  — это наименьшее значение убытков  $x$ , такое, что вероятность их превышения реальными убытками (на заданном временном горизонте)  $X$  будет не меньше  $1 - \theta$  (Artzner et al., 1999). Или формально:

$$VaR_\theta = \inf \{x : P(X \leq x) \geq 1 - \theta\}. \quad (1)$$

Другими словами, VaR показывает «максимально возможные потери с заданной вероятностью на заданном временном горизонте» (Dowd, 2005). VaR сводит риски по различным финансовым инструментам к осязаемому показателю, выраженному в денежном эквиваленте. Его можно сравнивать, агрегировать, использовать для принятия решений.

У Value-at-Risk существуют недостатки (Dowd, 2005). В частности, VaR не стимулирует диверсификацию: он будет минимален, если фирма вложит все средства в один актив, а не распределит их по портфелю. VaR игнорирует возможные убытки за пределами заданного уровня уверенности. Так, если с уверенностью 99% компания может завтра потерять максимум миллион рублей, то ничего не известно о том, какие убытки скрываются за оставшимся 1% уверенности.

Наднациональные банковские регуляторы предлагают перейти к другой метрике — Expected Shortfall (Basel Committee..., 2016). Она показывает ожидаемые убытки за пределами

Value-at-Risk (Dowd, 2005), что дает более полную картину возможных рисков. Тем не менее, Центральный Банк РФ не планирует сделать это официальным требованием раньше 2022 г. (Банк России, 2018). Оценка VaR актуальна в отечественных реалиях.

Существует три метода оценки VaR — параметрический, исторический и модельный. Параметрический подход исходит из предположения о конкретной форме распределения доходностей. VaR с предположением о нормальном распределении называют дельта-нормальным. Для дельта-нормального VaR нужно оценить среднее  $\mu_t$  и стандартное отклонение  $\sigma_t$  доходностей в момент времени  $t$ . Для простоты среднее часто приравнивают к нулю. Стандартное отклонение рассчитывают либо классическим способом, либо придают большие веса недавним наблюдениям. Второй вариант известен как VaR EWMA (J. P. Morgan / Reuters, 1996). Он лучше реагирует на рыночные колебания. Формально:

$$VaR_\theta = \mu_t + z_\theta \sqrt{\lambda \sigma_t^2 + (1 - \lambda) Y_t^2}, \quad (2)$$

где  $z_\theta$  — значение  $\theta$ -го квантиля нормального распределения  $N(0,1)$ ,  $Y_t$  — последнее наблюдаемое значение доходности, а  $\lambda$  — параметр адаптивности (обычно используется  $\lambda = 0.94$ ).

Исторический метод не требует никаких предположений. Для него нужна только репрезентативная историческая выборка. Он наиболее прост с точки зрения расчетов. Зафиксированные за несколько дней доходности ранжируют в порядке возрастания. Худшие  $(100 \times \theta)\%$  доходностей «отрезают». Порог срезки и будет оценкой VaR.

Модельный подход используют, когда предположения параметрического VaR кажутся слишком жесткими, а релевантной исторической выборки нет. В рамках этого подхода возможны весьма разнообразные модели оценки VaR — на основе методов Монте-Карло, факторного анализа, теории экстремальных значений и др. Подробный обзор и сравнение эффективности моделей оценки VaR приведены в (Kuester et al., 2006), а для российского рынка — в (Fantazzini, Shangina, 2019; Щерба, 2012, 2014).

## 2. Модель

### 2.1. CAViaR

В рамках данной работы особый интерес представляют авторегрессионные модели оценки VaR. Они получили широкое распространение благодаря модели CAViaR — Conditional Autoregressive Value-at-Risk (Engle, Manganelli, 2004). Примеры использования модели можно найти в (Huang et al., 2009; Jeon, Taylor, 2013; White et al., 2008).

Из эмпирических наблюдений известно, что волатильности свойственна кластеризация (Cont, 2010). За большими скачками доходности следуют большие скачки, а за малыми изменениями следуют малые изменения. Это свойство моделируют с помощью GARCH слагаемого (Engle, 1982).

VaR — это ожидаемое значение квантиля  $q_{\theta,t+1}$  распределения доходностей. Он тесно связан с волатильностью. Чем больше волатильность, тем большие убытки может ожидать компания. Поэтому логично предположить, что VaR тоже имеет авторегрессионную природу:

$$q_{\theta,t+1} = C_0 + \sum_{i=0}^n A_i l(\mathbb{Z}_{t-i}) + \sum_{j=0}^m B_j q_{\theta,t-j} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где  $A, B, C$  — оцениваемые параметры модели, зависящие от уровня квантиля  $\theta$ ;  $l(\mathbb{Z}_{t-i})$  — функция, связывающая модель с наблюдаемым на момент оценки информационным множеством  $\mathbb{Z}_{t-i}$  по аналогии с (Engle, Ng, 1993), а  $\varepsilon_t$  — случайный член.

Очевидным выбором для  $\mathbb{Z}_t$  являются непосредственно наблюдаемые доходности  $Y_t$ . При этом для параметрических моделей оценки VaR знак доходностей не важен. Волатильность, а следовательно, и предсказываемые убытки будут расти как после положительных, так и после отрицательных скачков. Поэтому стандартная версия модели CAViaR вводит симметричную зависимость от модулей последних зафиксированных доходностей  $|Y_t|$  (Engle, Manganelli, 2004).

В литературе наиболее распространена модель CAViaR с одним лагом. Такой спецификации достаточно для решения практических задач (Engle, Manganelli, 2004). Оцененную модель CAViaR(1,1) с параметрами  $\hat{\beta}_\theta = \{c_0, a_1, b_1\}$  можно записать следующим образом:

$$\hat{q}_{\theta,t+1} = c_0 + a_1 |Y_t| + b_1 \hat{q}_{\theta,t}. \quad (4)$$

Параметры оцениваются с помощью решения оптимизационной задачи, предложенной в (Koenker, Xiao, 2004):

$$\hat{\beta}_\theta = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{T - T_0} \sum_{t=T_0+1}^T \rho_\theta(Y_t - q_t(\beta)), \quad (5)$$

где  $T_0$  и  $T$  соответствуют началу и концу обучающей выборки, а  $\rho_\theta(u)$  — квантильная функция потерь из (Koenker, Bassett, 1978):

$$\rho_\theta(u) = \begin{cases} \theta u, & \text{при } u \geq 0, \\ (\theta - 1)u, & \text{при } u < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Альтернативным методом оценки моделей CAViaR является использование рекуррентных нейронных сетей (Xu et al., 2016). Такой подход не требует явного задания формы зависимости квантиля от информационного множества. Он позволяет увеличить качество оценки VaR, но проигрывает в интерпретации.

## 2.2. VAR for VaR

White et al. (2015), исходя из предпосылки о слабой форме эффективности рынков (Malkiel, Fama, 1970), обобщили модель CAViaR для многомерного случая. Они показали, что информация о рисках смежных активов может быть полезна для оценки собственных рисков.

В теории возможно оценивать сразу  $N$ -мерные модели VAR for VaR, однако это трудно реализовать на практике из-за вычислительных ограничений. В научной литературе используется только двухвекторная спецификация модели с одним лагом — MV-CAViaR(1,1), которая будет применяться и в данной работе.

Для  $i, j = 1, 2$  квантиль  $q_{\theta, i, t+1}$  доходности ряда  $i$  в момент времени  $t + 1$  зависит от предыдущих квантилей своего собственного и комплементарного рядов ( $q_{i, t}$  и  $q_{j, t}$ ), а также от модулей обеих предыдущих доходностей  $|Y_{i, t}|$  и  $|Y_{j, t}|$ :

$$\begin{aligned} q_{1, t+1} &= c_1(\theta) + a_{11}(\theta)|Y_{1, t}| + a_{12}(\theta)|Y_{2, t}| + b_{11}(\theta)q_{1, t} + b_{12}(\theta)q_{2, t} + \varepsilon_{1, t}, \\ q_{2, t+1} &= c_2(\theta) + a_{21}(\theta)|Y_{1, t}| + a_{22}(\theta)|Y_{2, t}| + b_{21}(\theta)q_{1, t} + b_{22}(\theta)q_{2, t} + \varepsilon_{2, t}. \end{aligned} \quad (7)$$

С помощью модели VAR for VaR можно тестировать гипотезы о наличии взаимосвязей между квантилями временных рядов. Для этого в уравнениях (7) нужно проверить на значимость внедиагональные коэффициенты.

Модель с  $N$  векторами оценивается псевдо-методом наибольшего правдоподобия за счет минимизации следующей функции потерь:

$$\hat{\beta}_\theta = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{N(T - T_0)} \sum_{i=1}^N \sum_{t=T_0+1}^T \rho_\theta(Y_t - q_t(\beta_\theta)). \quad (8)$$

Производная квантильной функции потерь (6) не определена в нуле, поэтому использование методов на основе градиентного спуска для решения оптимизационной задачи (8) невозможно. White et al. (2015) используют для минимизации функции метод симплексов Нелдера–Мида. Оценки коэффициентов из одномерной модели CAViaR передаются на вход алгоритма как начальные приближения. Остальные коэффициенты генерируются случайным образом из нормального распределения.

Для повышения робастности оптимизационного алгоритма увеличено число начальных приближений для метода Нелдера–Мида по аналогии с (Meng, Taylor, 2016). В соответствии с (Cannon, 2011), квантильная функция потерь (5) сглажена в нуле с помощью функции потерь Хьюбера. Эти изменения внесены в оригинальный код модели на Matlab<sup>2</sup>.

### 2.3. Сравнение моделей оценивания VaR

VAR for VaR — лишь одна из многих моделей для сравнения рисков. Выбор наиболее подходящей модели — неочевидная задача. Для этого применяют бэк-тестирование. Исследователь мысленно переносится на  $T$  наблюдений в прошлое и сравнивает прогнозные значения VaR с фактически реализованными доходностями. Если в день  $t$  реальные убытки  $Y_t$  превысили максимально ожидаемые убытки  $VaR_t$ , то фиксируется «пробитие»  $I_t$ . Затем считают общее число пробитий и делят его на число наблюдений в тестовой выборке, получая долю прогнозных ошибок  $\hat{\theta}$ . Для корректной модели она должна быть примерно равна уровню уверенности  $\theta$  показателя VaR. Формально рассматривается гипотеза:

$$\mathbf{H}_0: \theta = \hat{\theta} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbb{I}[Y_t < VaR_t], \quad (9)$$

где  $\mathbb{I}[\cdot]$  — индикаторная функция события  $[\cdot]$ .

<sup>2</sup> См. [http://www.simonemanganelli.org/Simone/Research\\_files/VARforVaR\\_Matlab.zip](http://www.simonemanganelli.org/Simone/Research_files/VARforVaR_Matlab.zip).



Для ее проверки используют POF-тест на безусловное покрытие (Купієс, 1995). Каждый торговый день может привести к двум результатам — порог VaR будет либо «пробит», либо нет (схема «успехов и неудач» Бернулли). Стандартный тест отношения правдоподобия позволяет проверить нулевую гипотезу о распределении Бернулли с заданной вероятностью успеха для суммарного количества пробитий. Тестовая статистика имеет следующий вид:

$$POF = -2 \ln \left( \frac{(1-\theta)^{T-x} \theta^x}{(1-\hat{\theta})^{T-x} \hat{\theta}^x} \right) \approx \chi^2(1), \quad (10)$$

где  $x$  — число пробитий VaR.

Корректная модель VaR также должна отвечать критерию условного покрытия. Прогнозные ошибки должны быть независимы друг от друга и равномерно распределены по тестовой выборке. Это можно протестировать с помощью интервального теста отношения правдоподобия (Christoffersen, 1998):

$$CCI = -2 \ln \left( \frac{(1-\pi)^{n_{00}+n_{10}} \pi^{n_{01}+n_{11}}}{(1-\pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1-\pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}}} \right) \approx \chi^2(2), \quad (11)$$

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}; \quad \pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}; \quad \pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}, \quad (12)$$

где  $n_{ij}$  — число дней, в которые произошло событие  $j$ , при условии наступления события  $i$  в предыдущий день;  $i, j = 0, 1$ , что соответствует непробитию и пробитию.

Описанная методика позволяет отвергнуть некорректные модели, но не может сравнивать корректные модели между собой. Для этой цели подходит пропорциональная функция потерь Лопеса (magnitude loss function). Такая функция не только отмечает пробитие, но и учитывает его интенсивность (Lopez, 1998):

$$LF = \sum_{t=0}^T I_{t+1}, \quad \text{где } I_{t+1} = \begin{cases} 1 + (Y_{t+1} - VaR_{\theta, t+1}), & \text{при } Y_{t+1} < VaR_{\theta, t+1}, \\ 0, & \text{при } Y_{t+1} \geq VaR_{\theta, t+1}. \end{cases} \quad (13)$$

Текущая система финансового регулирования предписывает использовать для бэк-тестирования выборку длиной в год (Basel Committee..., 2016). Это соответствует 250 наблюдениям (по числу торговых дней в году). Для эффективного результата статистических тестов рекомендуется использовать более длительные тестовые выборки (Купієс, 1995).

### 3. Данные

Для прогнозирования квантиля с помощью модели VAR for VaR необходимо учитывать линейку времени. Торги происходят в разных часовых поясах. К концу торгового дня в Токио еще неизвестно, как завершатся торги в Нью-Йорке. Поэтому использовать дневные данные некорректно из-за их несинхронности. Проблема и возможные пути ее решения детально описаны в (Григорьев и др., 2012).

Использование недельных данных — наиболее простое и распространенное решение проблемы несинхронности. Оно не требует изменений в спецификации модели, но сокращает доступную выборку. Вслед за (Caporale et al., 2013; Diebold, Yilmaz, 2009), в данной работе используются именно недельные доходности.

Была собрана выборка из значений  $P_t$  на конец недели индексов фондового рынка России (IMOEX<sup>3</sup>), США (S&P500), Германии (DAX50) и Японии (Nikkei225). Такая выборка позволяет проследить влияние динамики американского, европейского и азиатского рынков на рынок отечественный. Дополнительно использовался индекс MSCI World, который показывает мировую конъюнктуру в целом. Полезно также изучить влияние нефтяных шоков на квантили российского фондового рынка, поэтому в выборку включены и недельные цены на нефть (OIL).

Выборка покрывает временной период в 17 лет с 13 декабря 2002 г. по 13 декабря 2019 г., что соответствует 882 наблюдениям. Данные были получены из Bloomberg и преобразованы в логарифмические доходности по формуле  $\ln(P_{t+1}/P_t)$ .

В таблице 1 приведены описательные статистики используемых данных. Во всех шести случаях с 99%-ным уровнем значимости отвергается гипотеза о равенстве среднего нулю. В рассматриваемой выборке наибольшая волатильность свойственна российскому индексу и ценам на нефть. Значения коэффициентов асимметрии и эксцесса показывают, что распределения доходностей отличаются от нормального. Это подтверждается тестом Jarque–Bera (Jarque, Bera, 1980). Оценка методом наибольшего правдоподобия показывает, что, скорее, имеет место распределение Стюдента с двумя или тремя степенями свободы (рис. 1). Поэтому предположение о нормальности распределения, используемое классическими методами оценки VaR, выглядит необоснованным. Все рассматриваемые временные ряды проходят тест Дики–Фуллера на стационарность (Dickey, Fuller, 1979). Статистические предпосылки для модели VAR for VaR выполнены.

**Таблица 1.** Описательные статистики используемых доходностей (в %)

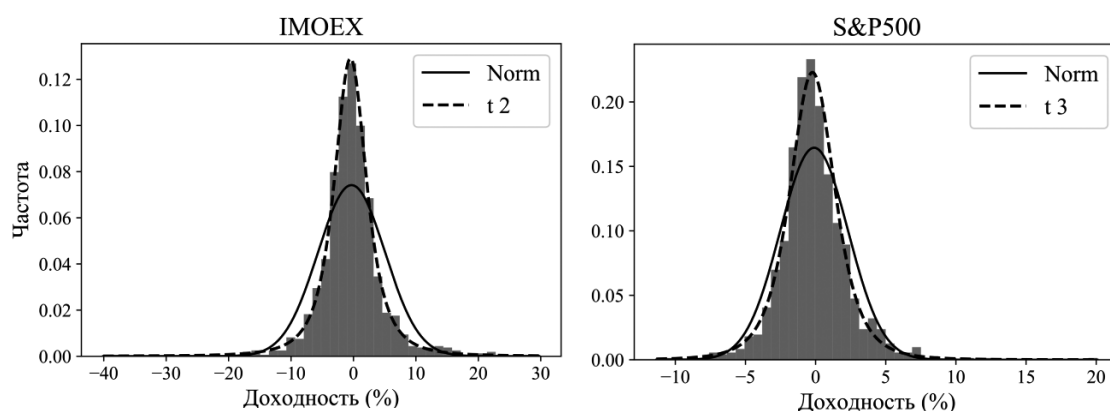
	IMOEX	S&P500	DAX50	Nikkei225	MSCI World	OIL
Среднее	–0.26	–0.14	–0.15	–0.10	–0.12	–0.11
Стандартное отклонение	4.09	2.29	3.02	2.95	2.30	4.52
Минимум	–40.09	–11.36	–14.94	–11.45	–11.64	–20.10
25%-квантиль	–2.39	–1.36	–1.85	–1.90	–1.29	–2.66
50%-квантиль	–0.42	–0.26	–0.44	–0.34	–0.29	–0.33
75%-квантиль	1.57	0.87	1.50	1.49	0.89	2.09
Максимум	27.77	20.08	24.35	27.88	22.38	29.71
Асимметрия	–0.10	0.91	0.78	1.28	1.38	0.73
Эксцесс	14.11	8.77	6.64	9.55	12.23	4.17
Автокорреляция	2.66*	–5.57*	–7.98**	–2.32	–3.01*	–0.63
JB	7467***	3005***	1743***	3665***	5895***	734***
ADF	–6.39***	–18.99***	–18.47***	–17.77***	–6.38***	–9.23***

*Примечание:* JB и ADF обозначают статистики тестов Jarque–Bera и Дики–Фуллера.

\*, \*\*, \*\*\* — значимость на 10, 5 и 1%-ном уровне соответственно.

<sup>3</sup> До 26.03.2018 индекс назывался MICEX.





**Рис. 1.** Сравнение фактического распределения доходностей индексов Мосбиржи и S&P500 с теоретическим нормальным и  $t$ -распределением Стьюдента (с 2 и 3 степенями свободы)

#### 4. Эмпирический анализ

##### 4.1. Оценка зависимости квантилей российского фондового рынка от экстремальных внешних шоков

Исследования показывают, что природа зависимостей между рисками меняется со временем (Bekiros, 2014). Чтобы проследить эти изменения, по аналогии с (Wen et al., 2019) выборка была условно разделена на две части — с декабря 2002 г. по апрель 2011 г. и с мая 2011 г. по декабрь 2019 г. Точка раздела примерно соответствует окончанию европейского долгового кризиса. Статистических тестов на структурное изменение не проводилось. Применительно к индексу Мосбиржи их можно найти в (Fantazzini, Shangina, 2019). Важно было разделить выборку не ровно по точке структурного сдвига в доходностях, а приблизительно по окончанию кризиса. Это нужно для целей дальнейшего бэктестирования, т. к. существующее регулирование рекомендует обучать модели оценки VaR на кризисных данных (Basel Committee..., 2016). Условие стационарности временных рядов соблюдается для обоих подпериодов.

Было построено пять пар квантильных векторных авторегрессий на двух временных промежутках. В качестве первого ряда выступал иностранный индекс. В качестве второго — индекс Мосбиржи. Оценки коэффициентов регрессии для двух изучаемых подпериодов приведены в табл. 2. Напомним, что коэффициент  $a_{ij}$  показывает, как квантиль ряда  $i$  зависит от лага доходности ряда  $j$ , а  $b_{ij}$  — как квантиль  $i$ -го ряда зависит от прошлого значения квантиля ряда  $j$ .

Коэффициенты  $b_{11}$  и  $b_{22}$  оказываются значимыми во всех рассмотренных случаях. Для периода 2002–2011 гг.  $b_{11}$  и  $b_{22}$  колеблются в промежутке от 0.42 до 0.91 и от 0.82 до 0.90 соответственно. Для посткризисного периода они лежат в пределах от 0.92 до 0.96 и от 0.91 до 0.98. Это указывает на наличие сильной автокорреляции в квантилях доходностей и соответствует выводам классических работ по данной теме (Engle, Manganelli, 2004; White et al., 2015). Близкие к единице коэффициенты не должны вызывать опасений

в наличии единичного корня в динамике квантилей индекса. Такие значения часто встречаются в работах, использующих модель VAR for VaR (Jawad et al., 2019; Wen et al., 2019).

Возросшие во втором периоде коэффициенты  $b_{11}$  и  $b_{22}$  говорят о том, что после кризиса большая часть предсказания квантиля стала объясняться собственным лагом. Вклад зависимостей от других рядов уменьшился. Действительно, коэффициент  $b_{21}$ , показывающий зависимость квантиля российского фондового рынка от иностранных, был значительно выше в период 2002–2011 гг., чем в последние 9 лет. Это объясняется тем, что на первый период пришелся достаточно мощный финансовый кризис, а, как известно из эмпирических наблюдений, зависимости между рисками сильнее в кризисные, чем в спокойные годы (Longin, Solnik, 2001). К выводу об усилении зависимости между квантилями в кризис приходят и исследования модели VAR for VaR (Klochkov et al., 2019).

Коэффициент  $b_{21}$  почти во всех случаях оказывается статистически значимым. Исключением является пара с нефтью, что совпадает с выводами (Wen et al., 2019) о независимости квантилей нефтяного и фондового рынков. Пара с индексом Nikkei225 была незначима в первом периоде, но стала значимой во втором. Наблюдается увеличение связи рисков российского и японского рынков, что можно объяснить общим усилением экономического сотрудничества между Россией и Японией (Кузнецов, 2017).

Зависимость квантилей российского рынка от иностранных новостей уменьшилась. В первом периоде коэффициент  $a_{21}$  был сильно отрицательным и статистически значимым. Во втором периоде он незначим ни в одном случае. Это представляется вполне логичным, поскольку в период 2002–2011 гг. сильные шоки российского рынка были следствием внешних колебаний, а в период 2011–2019 гг. крупнейшие шоки были вызваны идиосинкратическими причинами — санкциями, переходом к плавающему курсу рубля и др. Похожий эффект зафиксирован в (Mensi et al., 2016), где авторы объясняют его возросшей изоляцией России от западных рынков из-за санкций.

Российский фондовый рынок является чистым реципиентом рисков. Зависимость рисков иностранных фондовых рынков от российского (коэффициенты  $a_{12}$  и  $b_{12}$ ) почти во всех случаях оказывается незначимой. Небольшая значимая зависимость наблюдалась лишь в 2002–2011 гг. для США и Германии. Но она меркнет при сравнении с эффектами, которые эти страны в те годы оказывали на российский рынок. Аналогичный вывод можно найти в работах по анализу спилловер-эффектов между развитыми и развивающимися рынками (Caporale et al., 2013; Diebold, Yilmaz, 2009; Su, 2019).

Во всех рассмотренных случаях, кроме нефти, с высокой долей уверенности можно отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве недиагональных коэффициентов нулю. Многомерная модель MV-CAViaR (VAR for VaR) моделирует квантили значительно лучше, чем одномерный CAViaR.

Неспособность изменений нефтяных цен предсказывать риски российского фондового рынка объяснима. Нефтяные шоки оказывают на него скорее опосредованное влияние через изменение условий торговли и макроэкономической ситуации в стране. Поэтому на сроке в одну неделю их влияние не будет значимым.

Даже когда внешний рынок в целом не может предсказать динамику внутреннего, информация о внешних рисках все равно оказывается релевантной для оценки рисков собственных рынков. Это показывает сравнение с результатами стандартного теста на причинность по Грейнджеру (табл. 3). В период 2011–2019 гг. нельзя отвергнуть гипотезу о том, что внешний рынок не является причиной по Грейнджеру для российского. Аналогичная гипотеза

Таблица 2. Коэффициенты модели VAR for VaR для  $\theta = 1\%$ 

	$c_{01}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$b_{11}$	$b_{12}$	$c_{02}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$b_{21}$	$b_{22}$	Test
<i>2002–2011 гг.</i>											
S&P500	–0.13	–0.23	–0.04	0.91	–0.03	–0.67	–0.88	–0.22	–0.29	0.85	885.50
	<i>0.10</i>	<i>0.03</i>	<i>0.01</i>	<i>0.02</i>	<i>0.01</i>	<i>0.44</i>	<i>0.09</i>	<i>0.07</i>	<i>0.09</i>	<i>0.05</i>	<i>0.00</i>
DAX50	–0.35	–0.24	–0.10	0.89	–0.05	–0.80	–0.51	–0.42	–0.22	0.81	80.99
	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.01</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.01</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>
Nikkei225	–1.28	–0.73	0.11	0.42	0.06	–0.71	–0.10	–0.63	–0.12	0.79	3.92
	<i>0.00</i>	<i>0.01</i>	<i>0.10</i>	<i>0.00</i>	<i>0.21</i>	<i>0.12</i>	<i>0.70</i>	<i>0.00</i>	<i>0.63</i>	<i>0.00</i>	<i>0.42</i>
MSCI World	–0.29	–0.27	0.00	0.85	–0.01	–1.00	–0.90	–0.14	–0.46	0.90	37.51
	<i>0.02</i>	<i>0.00</i>	<i>0.94</i>	<i>0.00</i>	<i>0.45</i>	<i>0.03</i>	<i>0.00</i>	<i>0.04</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>
OIL	–0.27	–0.36	0.16	0.87	0.02	–0.95	–0.07	–0.55	–0.10	0.82	6.40
	<i>0.48</i>	<i>0.05</i>	<i>0.25</i>	<i>0.00</i>	<i>0.57</i>	<i>0.27</i>	<i>0.62</i>	<i>0.00</i>	<i>0.20</i>	<i>0.00</i>	<i>0.17</i>
<i>2011–2019 гг.</i>											
S&P500	–0.26	–0.16	0.05	0.93	–0.02	–0.72	–0.22	–0.01	–0.12	0.91	9.19
	<i>0.39</i>	<i>0.09</i>	<i>0.10</i>	<i>0.00</i>	<i>0.57</i>	<i>0.12</i>	<i>0.14</i>	<i>0.91</i>	<i>0.09</i>	<i>0.00</i>	<i>0.06</i>
DAX50	0.00	–0.14	0.02	0.95	0.00	–0.06	–0.03	–0.11	–0.04	0.98	8.87
	<i>0.97</i>	<i>0.01</i>	<i>0.31</i>	<i>0.00</i>	<i>0.72</i>	<i>0.21</i>	<i>0.24</i>	<i>0.01</i>	<i>0.01</i>	<i>0.00</i>	<i>0.06</i>
Nikkei225	–0.02	–0.09	0.00	0.98	–0.01	0.16	–0.05	–0.05	–0.04	0.98	15.06
	<i>0.75</i>	<i>0.05</i>	<i>0.90</i>	<i>0.00</i>	<i>0.35</i>	<i>0.21</i>	<i>0.11</i>	<i>0.11</i>	<i>0.07</i>	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>
MSCI World	–0.07	–0.21	0.04	0.92	0.01	–0.29	–0.17	–0.04	–0.10	0.96	8.98
	<i>0.56</i>	<i>0.01</i>	<i>0.04</i>	<i>0.00</i>	<i>0.63</i>	<i>0.09</i>	<i>0.23</i>	<i>0.24</i>	<i>0.08</i>	<i>0.00</i>	<i>0.06</i>
OIL	0.06	–0.11	–0.02	0.96	0.00	–0.09	–0.01	0.03	–0.01	0.98	5.39
	<i>0.77</i>	<i>0.00</i>	<i>0.73</i>	<i>0.00</i>	<i>0.92</i>	<i>0.15</i>	<i>0.67</i>	<i>0.26</i>	<i>0.28</i>	<i>0.00</i>	<i>0.25</i>

Примечание. Курсивом под коэффициентами указаны  $p$ -значения. Test обозначает тестовую статистику для нулевой гипотезы  $H_0$ :  $a_{12} = b_{12} = a_{21} = b_{21} = 0$ .

Таблица 3.  $F$ -статистики для теста на причинность по Грейнджеру

Период	S&P500	DAX50	Nikkei225	MSCI World	OIL
2002–2011	5.58	3.96	3.36	5.96	0.83
	<i>0.00</i>	<i>0.00</i>	<i>0.01</i>	<i>0.00</i>	<i>0.51</i>
2011–2019	1.34	0.76	1.17	0.73	0.38
	<i>0.25</i>	<i>0.38</i>	<i>0.28</i>	<i>0.39</i>	<i>0.54</i>

Примечание. Для тестирования гипотезы на периоде 2002–2011 гг. по критерию Акаике было выбрано 3–5 лагов, на периоде 2011–2019 гг. — 1 лаг. Курсивом выделены соответствующие  $p$ -значения.

для квантилей, как было показано выше, отвергается почти во всех случаях. К похожему выводу приходят и другие исследования, использующие тест на причинность по Грейнджеру для рисков (Hong et al., 2009).

#### 4.2. Оценка рисков с помощью модели VAR for VaR

Модель VAR for VaR (7) сравнивалась с более простыми методами оценки рисков — VaR EWMA (2) и одномерной моделью CAViaR (4). Для сравнения были оставлены только модели VAR for VaR, прошедшие тест на равенство всех недиагональных коэффициентов нулю. Это пары индекса IMOEX с индексами S&P500, DAX50 и MSCI World.

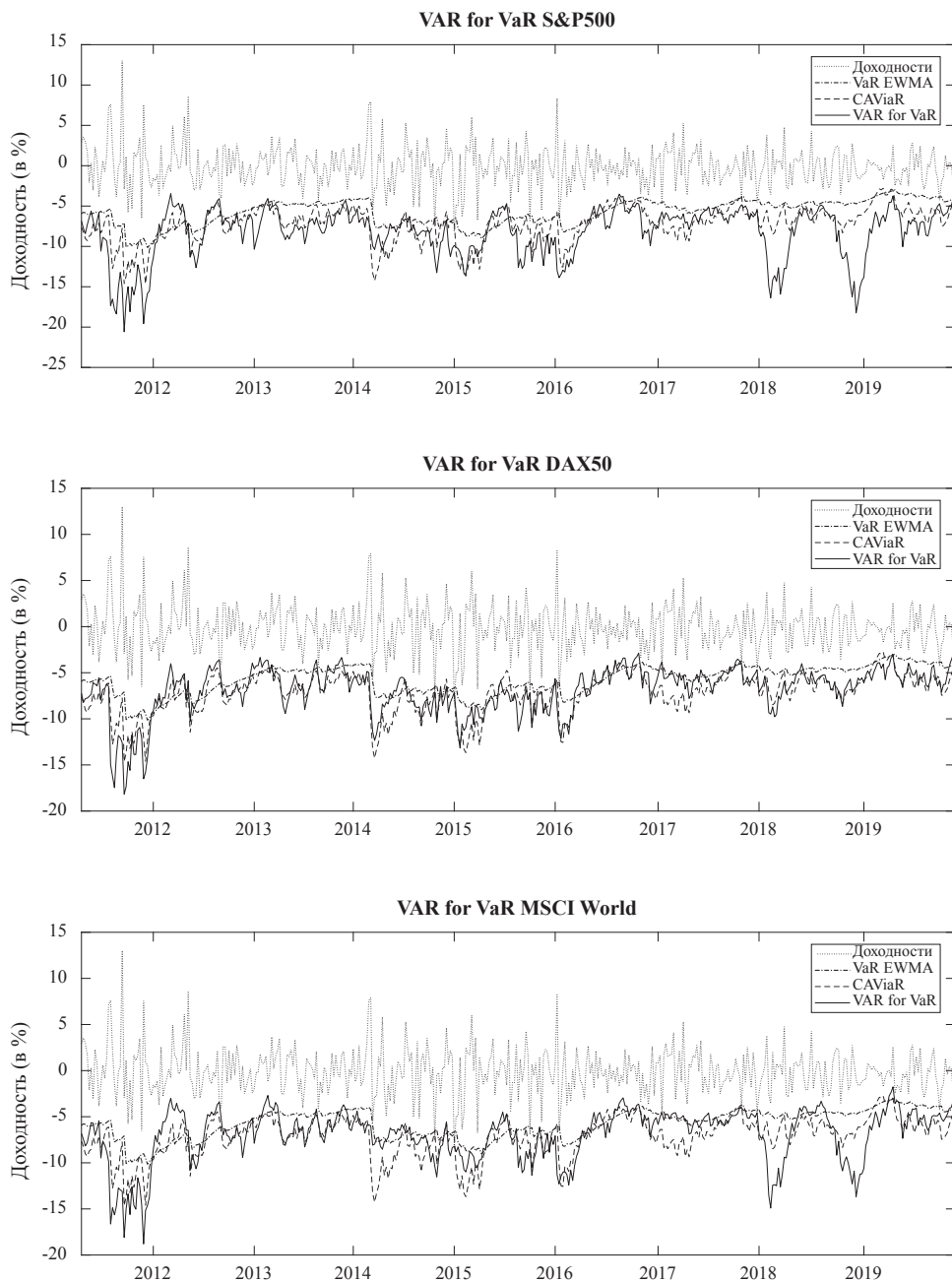
Для бэктестирования обычно используется методика скользящего окна. Исследователь мысленно переносится из дня оценки  $N$  на  $T$  дней назад, т. е. в день  $N - T$  (первый день тестовой выборки). Он оценивает модель и предсказывает риски на следующий день  $N - T + 1$ , используя доступные к тому моменту исторические наблюдения на периоде  $[N - T - L; N - T]$ , где  $L$  — размер обучающей выборки. Затем он сдвигается на один день вперед и «забывает» самое первое наблюдение в обучающей выборке, т. е. предсказывает риски на день  $N - T + 2$  с помощью данных за период  $[N - T - L + 1; N - T + 1]$ . Коэффициенты модели переоцениваются. Риски прогнозируются снова. Процедура повторяется  $T$  раз до тех пор, пока не будут предсказаны риски непосредственно на день  $N$ .

Преимущество такого подхода — адаптация коэффициентов модели под меняющиеся рыночные условия. Но оптимизация модели VAR for VaR требует много времени. Более того, при использовании скользящего окна для модели VAR for VaR были замечены аномалии в коэффициентах (Klochov et al., 2019; De Luca et al., 2020). Для российского рынка коэффициенты сложных моделей GARCH также характеризуются непостоянством (Fantazzini, Shangina, 2019).

Поэтому вслед за (White et al., 2015) было сделано следующее упрощение. Оцененные за период декабрь 2002 г. — апрель 2011 г. коэффициенты (см. табл. 2) предполагались постоянными для бэктестирования на периоде май 2011 г. — декабрь 2019 г. Это соответствует рекомендациям регуляторов обучать модели оценки VaR на кризисных данных (Basel Committee..., 2016). Размер тестовой выборки (452 наблюдения) обеспечивает достаточную мощность для используемых статистических тестов. Период высокой волатильности в выборке (2014–2016 гг.) позволяет проверить работоспособность модели в кризисные годы.

На рисунке 2 приведено графическое сравнение качества оценки VaR с помощью модели VAR for VaR и более простых аналогов. Иногда информация о волатильности внешних рынков действительно помогает лучше предсказать убытки. Так, весь октябрь 2014 г. на рынке США наблюдалась высокая волатильность, вызванная неопределенностью политики Федеральной резервной системы (ФРС) относительно программы количественного смягчения. Опасения игроков сбылись: 30 октября ФРС объявила о завершении программы (Monaghan, 2014). В течение недели после этого объявления все крупные мировые биржи закрылись в минусе. VAR EWMA и CAViaR, использующие только информацию о динамике российского рынка, не смогли предсказать убытки. В то же время модель VAR for VaR смотрела и на иностранные рынки, «впитывала» внешнюю волатильность и увеличивала VaR. В результате «пробития» удалось избежать.

Иногда VAR for VaR, наоборот, предсказывает слишком большие убытки, которые не реализуются. Пример — март и декабрь 2018 г. для пары с S&P500. В эти два месяца на рынке США также наблюдалась высокая волатильность. На этот раз она была связана с неопределенностью относительно торгового конфликта США и Китая (Gilfedder, 2018; La Monica, Romans, 2018). Модель вновь «впитала» эту волатильность, но опасения не оправдались. Торговый конфликт между двумя гигантами не повлиял на фондовый рынок России.



**Рис. 2.** Прогнозы VaR для индекса IMOEX, полученные с помощью модели VAR for VaR с различными парными индексами

Вывод — не всякие внешние риски помогают лучше оценить риски собственные. Модель не умеет различать «безопасную» волатильность от той, которая потенциально может повлиять на Россию. Этой способностью обладает только реальный инвестор. Поэтому на практике необходим не только количественный, но и качественный анализ рисков.

Результаты формального бэкестирования обобщены в табл. 4. Для моделей VAR for VaR с парными индексами DAX50 и MSCI World фиксируется три пробития при ожидаемом числе пробитий в 4.5. Статистически это различие незначимо, поэтому обе модели проходят тест на безусловное покрытие. Ошибки моделей распределены равномерно по тестовой выборке. Гипотеза о зависимости ошибок между собой отвергается на 99%-ном уровне уверенности в обоих случаях.

В случае с индексом S&P500 модель оказывается слишком консервативной. На всей тестовой выборке не произошло ни одного пробития порога VaR. Модель завышает риски, не проходит бэкест и не подходит для практического использования. Неоднозначные выводы о качестве оценки VaR с помощью модели VAR for VaR встречаются и в других работах по данной тематике (Meng, Taylor, 2016; White et al., 2015). Настоящая статья дополняет эти исследования выводом о необходимости тщательного подбора смежного индекса для модели.

**Таблица 4.** Результаты бэкестирования

	Число пробитий	% пробитий	POF	CCI	Lopez LF
VaR EWMA	8	1.77	2.22	0.29	12.38
CAViaR	3	0.67	0.58	0.04	6.09
VAR for VaR S&P500	0	0.00	9.07***	0.00	0.00
VAR for VaR DAX50	3	0.67	0.58	0.04	5.12
VAR for VaR MSCI World	3	0.67	0.58	0.04	3.09

*Примечание.* POF и CCI — статистики тестов на безусловное и условное покрытие соответственно. Lopez LF — значение функции потерь Лопеса. \*\*\* — значимость на уровне 1%.

Более простые модели оценки VaR проходят бэкест. VaR EWMA допускает 8 пробитий, но это все равно лежит в пределах доверительного интервала обоих тестов. Результаты бэк-теста VaR EWMA для российского индекса совпадают с выводами (Щерба, 2014). Одномерная модель CAViaR справляется с задачей прогнозирования рисков не хуже, чем многомерный VAR for VaR. Она также фиксирует 3 пробития. К аналогичному выводу о сравнимом качестве одномерных и многомерных моделей VaR приходят McAleer, Da Veiga (2008), Santos et al. (2013).

Какую из моделей стоит выбрать для решения практических задач? На этот вопрос помогает ответить функция потерь. Из моделей, прошедших бэкест, значение функции потерь Лопеса минимально для VAR for VaR MSCI World. Эта модель допускает 3 пробития порога VaR, но даже в случае пробитий реальные убытки лишь ненамного превосходят максимально ожидаемые. Это — логичный результат, поскольку глобальный индекс MSCI World содержит в себе больше информации, чем любой отдельно взятый страновой индекс. С точки зрения регулятора рекомендуется использовать именно эту модель.

С точки зрения фирмы выбор менее очевиден. Модель VAR for VaR допускает ошибки второго рода. Она предсказывает высокие убытки, которые не реализуются. Использование такой модели для компании означало бы необходимость откладывать большие резервы, которые могли бы использоваться более прибыльно.

VAR for VaR концептуально сложен. Суть модели тяжело объяснить менеджменту. Бизнес предпочитает использование менее эффективных, но понятных методов (Ashkenas, 2007).



Другой недостаток модели — волатильность оценок VaR, которая требует постоянной перестройки портфеля, что связано с транзакционными издержками. Поэтому на практике, наверное, лучше предпочесть использование VaR EWMA, что соответствует базовым принципам риск-менеджмента — «не нужно использовать сложные решения, когда работают простые» (Dowd, 2005).

## Заключение

В работе изучены зависимости между рисками российского и иностранных фондовых рынков. Для этого применялась модель векторной квантильной авторегрессии VAR for VaR. На основе моделирования были получены следующие выводы.

Нельзя игнорировать зависимости между квантилями доходностей. Даже когда средние доходности российского и зарубежных рынков не связаны, существует зависимость между их рисками, при этом она меняется во времени. Риски российского фондового рынка в период с 2002 по 2011 г. были во многом определяемы внешними шоками. В посткризисный период также наблюдается значимая, хоть и более слабая, зависимость.

Если рассматривать риски на недельном горизонте, то Россия — чистый реципиент рисков. Она принимает внешние риски, но не создает дополнительных рисков для остального мира. Поэтому при моделировании российского рынка можно рассматривать риски (уровни VaR) и доходности внешних рынков как экзогенные переменные, влияющие на риски российского рынка без значимого влияния в обратную сторону.

Наиболее сильны зависимости рисков российского рынка от рынков США и Еврозоны. Зависимость от азиатских рынков появилась лишь после кризиса. На недельном горизонте цены на нефть не влияют на квантили российского фондового рынка. Используемый в данной работе метод не позволяет судить о зависимостях на дневных и внутридневных горизонтах, т. к. в этих случаях начинают проявляться эффекты неодновременности данных.

Модель VAR for VaR может корректно предсказывать риски, но иногда она оказывается слишком консервативной. Это зависит от подбора смежного индекса для моделирования. Нужно учитывать, что не всякая волатильность внешних рынков на практике увеличивает российские риски. В рассмотренном случае наилучший результат дает использование глобального индекса MSCI World. VAR for VaR в паре с ним стоит применять в регуляторных целях.

## Список литературы

Аганин А. Д., Пересецкий А. А. (2018). Волатильность курса рубля: нефть и санкции. *Прикладная эконометрика*, 52, 5–21.

Анкудинов А. Б., Ибрагимов Р. М., Лебедев О. В. (2017). Экстремальные колебания российского фондового рынка и их последствия для управления и экономического моделирования. *Прикладная эконометрика*, 45, 75–92.

Банк России. (2018). О сроках внедрения Базеля III. Центральный банк Российской Федерации (Банк России). Пресс-служба. [http://www.cbr.ru/press/pr/?file=06022018\\_120000ik2018-02-06t11\\_55\\_45.htm](http://www.cbr.ru/press/pr/?file=06022018_120000ik2018-02-06t11_55_45.htm).

Борочкин А. (2017). Макроэкономические факторы шоков валютного и фондовых рынков: метод панельной векторной авторегрессии. *Финансы и кредит*, 23 (15), 882–899.

Григорьев Р. А., Джеффри Ш., Марченко Г. Н. (2012). Роль линейки времени при тестировании причинности по Гранжеру в условиях несинхронности дневных данных. *Прикладная эконометрика*, 27, 3–20.

Кузнецов А. В. (2017). Особенности инвестиционной стратегии Японии и перспективы сотрудничества с Россией. *Финансы: Теория и практика*, 21 (6), 108–117.

Полбин А. (2017). Оценка влияния шоков нефтяных цен на российскую экономику в векторной модели коррекции ошибок. *Вопросы экономики*, 10, 27–49.

Щерба А. В. (2012). Моделирование оценки рыночного риска рынков европейских стран в период финансового кризиса 2008 года. *Прикладная эконометрика*, 27, 20–35.

Щерба А. В. (2014). Сравнение моделей реализованной волатильности на примере оценки меры риска VaR для российского рынка акций. *Прикладная эконометрика*, 34, 120–136.

Artzner P., Delbaen F., Eber J. M., Heath D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9 (3), 203–228.

Ando T., Greenwood-Nimmo M., Shin Y. (2018). Quantile connectedness: Modelling tail behaviour in the topology of financial networks. <https://ssrn.com/abstract=3164772>.

Ashkenas R. (2007). Simplicity-minded management. A practical guide to stripping complexity out of your organization. *Harvard Business Review*, 85 (12), 101–109.

Basel Committee on Banking Supervision. (2016). Minimum capital requirements for market risk. <https://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf>.

Bauwens L., Laurent S., Rombouts J. V. (2006). Multivariate GARCH models: A survey. *Journal of Applied Econometrics*, 21 (1), 79–109.

Bekiros S. D. (2014). International review of financial analysis contagion, decoupling and the spillover effects of the US financial crisis: Evidence from the BRIC markets. *International Review of Financial Analysis*, 33, 58–69.

Bhar R., Nikolova B. (2007). Analysis of mean and volatility spillovers using BRIC countries, regional and world equity index returns. *Journal of Economic Integration*, 22 (2), 369–381.

Billio M., Getmansky M., Lo A. W., Pelizzon L. (2012). Econometric measures of connectedness and systemic risk in the finance and insurance sectors. *Journal of Financial Economics*, 104 (3), 535–559.

Bollerslev T., Engle R. F., Wooldridge J. M. (1988). A capital asset pricing model with time-varying covariances. *Journal of Political Economy*, 96 (1), 116–131.

Boucher C., Tokpavi S. (2019). Stocks and bonds: Flight-to-safety for ever? *Journal of International Money and Finance*, 95, 27–43.

Bouri E., Jawad S., Shahzad H., Raza N., Roubaud D. (2018). Oil volatility and sovereign risk of BRICS. *Energy Economics*, 70, 258–269.

Cannon A. J. (2011). Computers and geosciences quantile regression neural networks: Implementation in R and application to precipitation downscaling. *Computers and Geosciences*, 37 (9), 1277–1284.

Caporale G. M., Beirne J., Schulze-Ghattas M., Spagnolo N. (2013). Volatility spillovers and contagion from mature to emerging stock markets. *Review of International Economics*, 21 (5), 1060–1075.

Cecchetti S. G., Li H. (2008). Measuring the impact of asset price booms using quantile vector autoregressions. *Working paper*. Brandeis University, Waltham, MA. [http://people.brandeis.edu/~cecchetti/WP-pdf/2008\\_QVAR\\_HLi.pdf](http://people.brandeis.edu/~cecchetti/WP-pdf/2008_QVAR_HLi.pdf).

Chen M. A., Marquez R. (2009). Stock market linkages: Evidence from Latin America. *Journal of Financial Intermediation*, 18 (2), 259–283.

- Christoffersen P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39 (4), 841–862.
- Chuliá H., Gupta R., Uribe J. M., Wohar M. E. (2017). Impact of US uncertainties on emerging and mature markets: Evidence from a quantile-vector autoregressive approach. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 48, 178–191.
- Cont R. (2010). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1 (2), 223–236.
- De Luca G., Rievieccio G., Corsaro S. (2020). Value-at-Risk dynamics: A copula-VAR approach. *The European Journal of Finance*, 26 (2-3), 223–237.
- De Sola Perea M., Dunne P. G., Puhl M., Reininger T. (2019). Sovereign bond-backed securities: A VAR-for-VaR and marginal expected shortfall assessment. *Journal of Empirical Finance*, 53, 33–52.
- Dickey D. A., Fuller W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74 (366), 427–431.
- Diebold F. X., Yilmaz K. (2009). Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets. *The Economic Journal*, 119 (534), 158–171.
- Dowd K. (2005). Measuring market risk. Chichester: Wiley.
- Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50 (4), 987–1007.
- Engle R. F., Kroner K. F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11 (1), 122–150.
- Engle R. F., Manganelli S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business and Economic Statistics*, 22 (4), 367–381.
- Engle R. F., Ng V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The Journal of Finance*, 48 (5), 1749–1778.
- Fantazzini D., Shangina T. (2019). The importance of being informed: Forecasting market risk measures for the Russian RTS index future using online data and implied volatility over two decades. *Прикладная эконометрика*, 55, 5–31.
- Gilfedder N. (2018). Market summary: March 2018. <https://financialengines.com/education-center/market-summary-march-2018/>.
- Granger C. W. J. (1988). Causality, cointegration, and control. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12 (2–3), 551–559.
- Hafner C. M., Herwartz H. (2006). Volatility impulse responses for multivariate GARCH models: An exchange rate illustration. *Journal of International Money and Finance*, 25 (5), 719–740.
- Hong Y., Liu Y., Wang S. (2009). Granger causality in risk and detection of extreme risk spillover between financial markets. *Journal of Econometrics*, 150 (2), 271–287.
- Huang D., Yu B., Fabozzi F. J., Fukushima M. (2009). CAViaR-based forecast for oil price risk. *Energy Economics*, 31 (4), 511–518.
- Jarque C. M., Bera A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6 (3), 255–259.
- Jawad S., Shahzad H., Rehman M. U., Jammazi R. (2019). Spillovers from oil to precious metals: Quantile approaches. *Resources Policy*, 61, 508–521.
- Jeon J., Taylor J. W. (2013). Using CAViaR models with implied volatility for Value-at-Risk estimation. *Journal of Forecasting*, 32 (1), 62–74.

Jian Z., Wu S., Zhu Z. (2018). Asymmetric extreme risk spillovers between the Chinese stock market and index futures market: An MV-CAViaR based intraday CoVaR approach. *Emerging Markets Review*, 37, 98–113.

J. P. Morgan / Reuters. (1996). RiskMetrics™ — Technical document. <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ace2-3449d5c7e95a>.

Klochkov Y., Härdle W. H., Xu X. (2019). Localizing multivariate CAViaR. *IRTG 1792 Discussion Paper 2019–007*. <https://www.wiwi.hu-berlin.de/de/forschung/irtg/results/discussion-papers/discussion-papers-2017-1/irtg1792dp2019-007.pdf>.

Koenker R., Bassett Jr. G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46 (1), 33–50.

Koenker R., Xiao Z. (2004). Unit root quantile autoregression inference. *Journal of the American Statistical Association*, 99 (467), 775–787.

Kuester K., Mittnik S., Paolella M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4 (1), 53–89.

Kupiec P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, 3 (2), 73–84.

La Monica P., Romans C. (2018). Stocks on track for worst December since the Great Depression. <https://edition.cnn.com/2018/12/18/investing/stocks-worst-december-since-great-depression/index.html>.

Li Y., Giles D. E. (2015). Modelling volatility spillover effects between developed stock markets and Asian emerging stock markets. *International Journal of Finance & Economics*, 20 (2), 155–177.

Longin F., Solnik B. (2001). Extreme correlation of international equity markets. *The Journal of Finance*, 56 (2), 649–676.

Lopez J. A. (1998). Methods for evaluating value-at-risk estimates. *Economic Policy Review*, 4 (3), 119–124.

Malkiel B. G., Fama E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25 (2), 383–417.

McAleer M., Da Veiga B. (2008). Single-index and portfolio models for forecasting value-at-risk thresholds. *Journal of Forecasting*, 27 (3), 217–235.

Meng X., Taylor J. W. (2016). Forecasting Value-at-Risk by estimating the quantiles of the intra-day low and high series. Saïd Business School, University of Oxford Working Paper. [https://www.cb.cityu.edu.hk/ef/doc/2016%20Sofie/Papers/159\\_Meng\\_Forecasting%20Value-at-Risk%20by%20Estimating%20the%20Quantiles%20of%20the%20Intra-Day%20Low%20and%20High%20Series.pdf](https://www.cb.cityu.edu.hk/ef/doc/2016%20Sofie/Papers/159_Meng_Forecasting%20Value-at-Risk%20by%20Estimating%20the%20Quantiles%20of%20the%20Intra-Day%20Low%20and%20High%20Series.pdf).

Mensi W., Hammoudeh S., Nguyen D. K., Kang S. H. (2016). Global financial crisis and spillover effects among the US and BRICS stock markets. *International Review of Economics and Finance*, 42, 257–276.

Monaghan A. (2014). US Federal Reserve to end quantitative easing programme. *The Guardian*, 29 Oct 2014. <https://www.theguardian.com/business/2014/oct/29/us-federal-reserve-end-quantitative-easing-programme>.

Santos A., Nogales F., Ruiz E. (2013). Comparing univariate and multivariate models to forecast portfolio Value-at-Risk. *Journal of Financial Econometrics*, 11 (2), 400–441.

Schüler Y. S. (2014). Asymmetric effects of uncertainty over the business cycle: A quantile structural vector autoregressive approach. *Working Paper 2014–02*. University of Konstanz Department of Economics. <https://kops.uni-konstanz.de/handle/123456789/30106>.

Shahzad S. J. H., Raza N., Roubaud D., Hernandez J. A., Bekiros S. (2019). Gold as safe haven for G-7 stocks and bonds: A revisit. *Journal of Quantitative Economics*, 17 (4), 885–912.

Shen Y., Shi X., Variam H. M. P. (2018). Risk transmission mechanism between energy markets: A VAR for VaR approach. *Energy Economics*, 75, 377–388.

Sims C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 42 (166), 1–48.

Su X. (2019). Measuring extreme risk spillovers across international stock markets: A quantile variance decomposition analysis. *The North American Journal of Economics and Finance*, <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101098>.

Tse Y. K., Tsui A. K. C. (2002). A multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity model with time-varying correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (3), 351–362.

Wang G., Xie C., Wen D., Zhao L. (2019). When Bitcoin meets economic policy uncertainty (EPU): Measuring risk spillover effect from EPU to Bitcoin. *Finance Research Letters*, 31, 101080.

Wen D., Wang G. J., Ma C., Wang Y. (2019). Risk spillovers between oil and stock markets: A VAR for VaR analysis. *Energy Economics*, 80, 524–535.

White H., Kim T. H., Manganelli S. (2015). VAR for VaR: Measuring tail dependence using multivariate regression quantiles. *Journal of Econometrics*, 187 (1), 169–188.

White H., Kim T. H., Manganelli S. (2008). Modeling autoregressive conditional skewness and kurtosis with multi-quantile CAViaR. *ECB Working Paper*, No. 957.

Xu Q., Liu X., Jiang C., Yu K. (2016). Quantile autoregression neural network model with applications to evaluating value at risk. *Applied Soft Computing Journal*, 49, 1–12.

Поступила в редакцию 17.10.2019;  
принята в печать 11.02.2020.

Makushkin M., Lapshin V.. Modelling tail dependencies between Russian and foreign stock markets: Application for market risk valuation. *Applied Econometrics*, 2020, v. 57, pp. 30–52.

DOI: 10.22394/1993-7601-2020-57-30-52

### Mikhail Makushkin

National Research University Higher School of Economics (NRU HSE). Moscow, Russian Federation; [mikhailmakushkin@gmail.com](mailto:mikhailmakushkin@gmail.com)

### Victor Lapshin

National Research University Higher School of Economics (NRU HSE). Moscow, Russian Federation; [vlapshin@hse.ru](mailto:vlapshin@hse.ru)

## Modelling tail dependencies between Russian and foreign stock markets: Application for market risk valuation

The article examines cross dependencies in risks of Russian and foreign stock markets. Bivariate quantile autoregression VAR for VaR is used to achieve this goal. It is shown that Russia is a net receiver of external risk. Tail dependencies between markets tend to increase in turbulent times. Information about them helps to better predict market risks. However, for business use less sophisticated risk models are recommended. The results might be applied for risk-management purposes.

**Keywords:** risk valuation; tail dependencies; risk spillovers; risk management; international stock markets; VaR; CAViaR; VAR for VaR.

**JEL classification:** C12; C13; C32



## References

- Aganin A., Peresetsky A. (2018). Volatility of ruble exchange rate: Oil and sanctions. *Applied Econometrics*, 52, 5–21 (in Russian).
- Ankudinov A., Ibragimov R., Lebedev O. (2017). Extreme movements of the Russian stock market and their consequences for management and economic modeling. *Applied Econometrics*, 45, 75–92 (in Russian).
- Bank of Russia. (2018). Implementation dates for Basel III. [http://www.cbr.ru/eng/press/PR/?file=07022018\\_170157eng2018-02-07T17\\_01\\_27.htm](http://www.cbr.ru/eng/press/PR/?file=07022018_170157eng2018-02-07T17_01_27.htm).
- Borochkin A. A. (2017). Macroeconomic determinants of the currency and stock market shocks: A panel VAR approach. *Finance and Credit*, 23 (15), 882–899 (in Russian).
- Grigoryev R., Jaffry S., Marchenko G. (2012). The role of the timeline in Granger causality test in the presence of daily data non-synchronism. *Applied Econometrics*, 27, 3–20 (in Russian).
- Kuznetsov A. V. (2017). Peculiarities of investment strategies of Japan and the prospects of cooperation with Russia. *Finance: Theory and Practice*, 21 (6), 108–117 (in Russian).
- Polbin A. (2017). Econometric estimation of the impact of oil prices shock on the Russian economy in VECM model. *Voprosy Ekonomiki*, 10, 27–49 (in Russian).
- Shcherba A. (2012). Market risk valuation modeling for the European countries at the financial crisis of 2008. *Applied Econometrics*, 27, 20–35 (in Russian).
- Shcherba A. (2014). Comparing «Realized volatility» models in the VaR calculation for the Russian equity market. *Applied Econometrics*, 34, 120–136 (in Russian).
- Artzner P., Delbaen F., Eber J. M., Heath D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9 (3), 203–228.
- Ando T., Greenwood-Nimmo M., Shin Y. (2018). Quantile connectedness: Modelling tail behaviour in the topology of financial networks. <https://ssrn.com/abstract=3164772>.
- Ashkenas R. (2007). Simplicity-minded management. A practical guide to stripping complexity out of your organization. *Harvard Business Review*, 85 (12), 101–109.
- Basel Committee on Banking Supervision. (2016). Minimum capital requirements for market risk. <https://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf>.
- Bauwens L., Laurent S., Rombouts J. V. (2006). Multivariate GARCH models: A survey. *Journal of Applied Econometrics*, 21 (1), 79–109.
- Bekiros S. D. (2014). International review of financial analysis contagion, decoupling and the spill-over effects of the US financial crisis: Evidence from the BRIC markets. *International Review of Financial Analysis*, 33, 58–69.
- Bhar R., Nikolova B. (2007). Analysis of mean and volatility spillovers using BRIC countries, regional and world equity index returns. *Journal of Economic Integration*, 22 (2), 369–381.
- Billio M., Getmansky M., Lo A. W., Pelizzon L. (2012). Econometric measures of connectedness and systemic risk in the finance and insurance sectors. *Journal of Financial Economics*, 104 (3), 535–559.
- Bollerslev T., Engle R. F., Wooldridge J. M. (1988). A capital asset pricing model with time-varying covariances. *Journal of Political Economy*, 96 (1), 116–131.
- Boucher C., Tokpavi S. (2019). Stocks and bonds: Flight-to-safety for ever? *Journal of International Money and Finance*, 95, 27–43.
- Bouri E., Jawad S., Shahzad H., Raza N., Roubaud D. (2018). Oil volatility and sovereign risk of BRICS. *Energy Economics*, 70, 258–269.



Cannon A. J. (2011). Computers and geosciences quantile regression neural networks: Implementation in R and application to precipitation downscaling. *Computers and Geosciences*, 37 (9), 1277–1284.

Caporale G. M., Beirne J., Schulze-Ghattas M., Spagnolo N. (2013). Volatility spillovers and contagion from mature to emerging stock markets. *Review of International Economics*, 21 (5), 1060–1075.

Cecchetti S. G., Li H. (2008). Measuring the impact of asset price booms using quantile vector autoregressions. Working paper. Brandeis University, Waltham, MA. [http://people.brandeis.edu/~cecchett/WP-pdf/2008\\_QVAR\\_HLi.pdf](http://people.brandeis.edu/~cecchett/WP-pdf/2008_QVAR_HLi.pdf).

Chen M. A., Marquez R. (2009). Stock market linkages: Evidence from Latin America. *Journal of Financial Intermediation*, 18 (2), 259–283.

Christoffersen P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39 (4), 841–862.

Chuliá H., Gupta R., Uribe J. M., Wohar M. E. (2017). Impact of US uncertainties on emerging and mature markets: Evidence from a quantile-vector autoregressive approach. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 48, 178–191.

Cont R. (2010). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1 (2), 223–236.

De Luca G., Riviello G., Corsaro S. (2020). Value-at-Risk dynamics: A copula-VAR approach. *The European Journal of Finance*, 26 (2-3), 223–237.

De Sola Perea M., Dunne P. G., Puhl M., Reininger T. (2019). Sovereign bond-backed securities: A VAR-for-VaR and marginal expected shortfall assessment. *Journal of Empirical Finance*, 53, 33–52.

Dickey D. A., Fuller W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74 (366), 427–431.

Diebold F. X., Yilmaz K. (2009). Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets. *The Economic Journal*, 119 (534), 158–171.

Dowd K. (2005). Measuring market risk. Chichester: Wiley.

Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50 (4), 987–1007.

Engle R. F., Kroner K. F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11 (1), 122–150.

Engle R. F., Manganelli S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business and Economic Statistics*, 22 (4), 367–381.

Engle R. F., Ng V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The Journal of Finance*, 48 (5), 1749–1778.

Fantazzini D., Shangina T. (2019). The importance of being informed: Forecasting market risk measures for the Russian RTS index future using online data and implied volatility over two decades. *Applied Econometrics*, 55, 5–31.

Gilfedder N. (2018). Market summary: March 2018. <https://financialengines.com/education-center/market-summary-march-2018/>.

Granger C. W. J. (1988). Causality, cointegration, and control. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12 (2–3), 551–559.

Hafner C. M., Herwartz H. (2006). Volatility impulse responses for multivariate GARCH models: An exchange rate illustration. *Journal of International Money and Finance*, 25 (5), 719–740.

- Hong Y., Liu Y., Wang S. (2009). Granger causality in risk and detection of extreme risk spillover between financial markets. *Journal of Econometrics*, 150 (2), 271–287.
- Huang D., Yu B., Fabozzi F. J., Fukushima M. (2009). CAViaR-based forecast for oil price risk. *Energy Economics*, 31 (4), 511–518.
- Jarque C. M., Bera A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6 (3), 255–259.
- Jawad S., Shahzad H., Rehman M. U., Jammazi R. (2019). Spillovers from oil to precious metals: Quantile approaches. *Resources Policy*, 61, 508–521.
- Jeon J., Taylor J. W. (2013). Using CAViaR models with implied volatility for Value-at-Risk estimation. *Journal of Forecasting*, 32 (1), 62–74.
- Jian Z., Wu S., Zhu Z. (2018). Asymmetric extreme risk spillovers between the Chinese stock market and index futures market: An MV-CAViaR based intraday CoVaR approach. *Emerging Markets Review*, 37, 98–113.
- J. P. Morgan / Reuters. (1996). RiskMetrics™ — Technical document. <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>.
- Klochkov Y., Härdle W. H., Xu X. (2019). Localizing multivariate CAViaR. *IRTG 1792 Discussion Paper 2019–007*. <https://www.wiwi.hu-berlin.de/de/forschung/irtg/results/discussion-papers/discussion-papers-2017-1/irtg1792dp2019-007.pdf>.
- Koenker R., Bassett Jr. G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46 (1), 33–50.
- Koenker R., Xiao Z. (2004). Unit root quantile autoregression inference. *Journal of the American Statistical Association*, 99 (467), 775–787.
- Kuester K., Mittnik S., Paoletta M. S. (2006). Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, 4 (1), 53–89.
- Kupiec P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, 3 (2), 73–84.
- La Monica P., Romans C. (2018). Stocks on track for worst December since the Great Depression. <https://edition.cnn.com/2018/12/18/investing/stocks-worst-december-since-great-depression/index.html>.
- Li Y., Giles D. E. (2015). Modelling volatility spillover effects between developed stock markets and Asian emerging stock markets. *International Journal of Finance & Economics*, 20 (2), 155–177.
- Longin F., Solnik B. (2001). Extreme correlation of international equity markets. *The Journal of Finance*, 56 (2), 649–676.
- Lopez J. A. (1998). Methods for evaluating value-at-risk estimates. *Economic Policy Review*, 4 (3), 119–124.
- Malkiel B. G., Fama E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25 (2), 383–417.
- McAleer M., Da Veiga B. (2008). Single-index and portfolio models for forecasting value-at-risk thresholds. *Journal of Forecasting*, 27 (3), 217–235.
- Meng X., Taylor J. W. (2016). Forecasting Value-at-Risk by estimating the quantiles of the intra-day low and high series. Saïd Business School, University of Oxford Working Paper. [https://www.cb.cityu.edu.hk/ef/doc/2016%20Sofie/Papers/159\\_Meng\\_Forecasting%20Value-at-Risk%20by%20Estimating%20the%20Quantiles%20of%20the%20Intra-Day%20Low%20and%20High%20Series.pdf](https://www.cb.cityu.edu.hk/ef/doc/2016%20Sofie/Papers/159_Meng_Forecasting%20Value-at-Risk%20by%20Estimating%20the%20Quantiles%20of%20the%20Intra-Day%20Low%20and%20High%20Series.pdf).
- Mensi W., Hammoudeh S., Nguyen D. K., Kang S. H. (2016). Global financial crisis and spillover effects among the US and BRICS stock markets. *International Review of Economics and Finance*, 42, 257–276.

Monaghan A. (2014). US Federal Reserve to end quantitative easing programme. *The Guardian*, 29 Oct 2014. <https://www.theguardian.com/business/2014/oct/29/us-federal-reserve-end-quantitative-easing-programme>.

Santos A., Nogales F., Ruiz E. (2013). Comparing univariate and multivariate models to forecast portfolio Value-at-Risk. *Journal of Financial Econometrics*, 11 (2), 400–441.

Schüler Y. S. (2014). Asymmetric effects of uncertainty over the business cycle: A quantile structural vector autoregressive approach. *Working Paper 2014–02*. University of Konstanz Department of Economics. <https://kops.uni-konstanz.de/handle/123456789/30106>.

Shahzad S. J. H., Raza N., Roubaud D., Hernandez J. A., Bekiros S. (2019). Gold as safe haven for G-7 stocks and bonds: A revisit. *Journal of Quantitative Economics*, 17 (4), 885–912.

Shen Y., Shi X., Variam H. M. P. (2018). Risk transmission mechanism between energy markets: A VAR for VaR approach. *Energy Economics*, 75, 377–388.

Sims C. A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 42 (166), 1–48.

Su X. (2019). Measuring extreme risk spillovers across international stock markets: A quantile variance decomposition analysis. *The North American Journal of Economics and Finance*, <https://doi.org/10.1016/j.najef.2019.101098>.

Tse Y. K., Tsui A. K. C. (2002). A multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity model with time-varying correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (3), 351–362.

Wang G., Xie C., Wen D., Zhao L. (2019). When Bitcoin meets economic policy uncertainty (EPU): Measuring risk spillover effect from EPU to Bitcoin. *Finance Research Letters*, 31, 101080.

Wen D., Wang G. J., Ma C., Wang Y. (2019). Risk spillovers between oil and stock markets: A VAR for VaR analysis. *Energy Economics*, 80, 524–535.

White H., Kim T. H., Manganelli S. (2015). VAR for VaR: Measuring tail dependence using multivariate regression quantiles. *Journal of Econometrics*, 187 (1), 169–188.

White H., Kim T. H., Manganelli S. (2008). Modeling autoregressive conditional skewness and kurtosis with multi-quantile CAViaR. *ECB Working Paper*, No. 957.

Xu Q., Liu X., Jiang C., Yu K. (2016). Quantile autoregression neural network model with applications to evaluating value at risk. *Applied Soft Computing Journal*, 49, 1–12.

*Received 17.10.2019; accepted 11.02.2020.*