

Прикладная эконометрика, 2020, т. 57, с. 53–71.

Applied Econometrics, 2020, v. 57, pp. 53–71.

DOI: 10.22394/1993-7601-2020-57-53-71

П. В. Погорелова, А. А. Пересецкий<sup>1</sup>

## Выделение глобального стохастического тренда из несинхронных наблюдений волатильности финансовых индексов

*В данной работе метод линейного фильтра Калмана применяется для декомпозиции несинхронных наблюдений реализованной волатильности финансовых индексов (NIKKEI 225, FTSE 100, S&P 500) на ненаблюдаемые глобальную и локальную составляющие. Показано, что волатильность нью-йоркского индекса S&P 500 представляет собой глобальную компоненту, в то время как токийский индекс NIKKEI 225, напротив, в большей степени подвержен изменениям со стороны локальных новостей. Показано, что наибольший вклад в глобальную составляющую дает интервал наблюдений от закрытия Лондонской биржи до закрытия биржи в Нью-Йорке (соответственно, 16:30 и 21:00 UTC). Начиная примерно с 2012–2014 гг. растет вклад в волатильность глобального рынка новостей из интервала от закрытия биржи в Нью-Йорке до закрытия биржи в Токио (от 21:00 до 6:00 UTC). Это можно отнести к увеличивающемуся в последнее время влиянию азиатских стран (Китай, Япония, Корея) на мировую экономику.*

**Ключевые слова:** глобальный стохастический тренд; фильтр Калмана; реализованная волатильность; несинхронные данные; финансовые рынки.

**JEL classification:** C49; C58; G15; F36; F65.

### 1. Введение

Риск процентных ставок, называемый также «рыночным риском», возникает из-за изменчивости различных финансовых активов. Данный вид риска появляется из-за невозможности точно предсказать будущие значения процентной ставки, т. е. доходность актива. Показателем изменчивости цен финансовых инструментов является волатильность, служащая важным инструментом для оценки и прогнозирования рисков. Таким образом, оценивание и прогнозирование волатильности финансовых активов играет важную роль для минимизации риска.

<sup>1</sup> Погорелова Полина Вячеславовна — Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва; [rvrogorelova@gmail.com](mailto:rvrogorelova@gmail.com).

Пересецкий Анатолий Абрамович — Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва; [aperesetsky@hse.ru](mailto:aperesetsky@hse.ru).

Параметрическое моделирование волатильности основывается на (G)ARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) моделях, предложенных Engle (1982) и Bollerslev (1986), а также на моделях стохастической волатильности, в рамках которых волатильность представляет собой ненаблюдаемую переменную.

В работе Barndorff-Nielsen и Shephard (2002a) в качестве приближения ненаблюдаемой волатильности предлагается использовать реализованную волатильность, рассчитанную как сумма квадратов доходностей для наблюдений с высокой частотой. Таким образом, волатильность становится наблюдаемой, что делает возможным построение моделей волатильности с помощью временных рядов. Ранее Andersen, Bollerslev (1998) показали, что значения реализованной волатильности, рассчитанные по пятиминутным интервалам, являются оптимальными с точки зрения точности и микроструктуры ошибок, которые могут возникнуть в результате несовершенств финансовых рынков.

Реализованная волатильность исследовалась в различных моделях. Согласно модели HAR-RV (The Heterogeneous AutoRegressive model of the Realized Volatility), см. (Corsi, 2009), реализованная волатильность раскладывается на три компоненты с лагом в день, неделю и месяц. Таким образом, эта модель представляет собой сумму процессов авторегрессии первого порядка AR(1). Периодичность каждой компоненты может отличаться от данных временных интервалов, однако в работе (Andersen et al., 2007) показано, что выбор однодневного, недельного и месячного лагов оптимален. Модель гетерогенной авторегрессии не является моделью с длинной памятью, но в (LeBaron, 2001) показано, что для суммы трех AR(1) процессов характерна «длинная» память.

В работе (Ebens, 1999) для моделирования реализованной волатильности впервые была использована модель ARFIMA( $p, d, q$ ) (AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average), являющаяся обобщением модели ARIMA. Преимущество модели ARFIMA( $p, d, q$ ) заключается в ее способности к длинной памяти, позволяющей учитывать особенности волатильности финансовых показателей за больший промежуток времени до текущего момента.

В модели GARCH предполагается, что волатильность в текущий момент времени зависит только от волатильности в предыдущий момент времени. В работе (Hansen et al., 2011) для оценки волатильности предлагается использовать Realized GARCH модель, в которой волатильность зависит не только от предыдущего значения, но и от реализованной волатильности.

Финансовые рынки находятся в разных часовых поясах, времена их закрытия соответствуют разным моментам мирового времени, что приводит к появлению несинхронных наблюдений. Таким образом, к моменту закрытия одного рынка информация о величине волатильности на другом рынке уже известна, и может быть использована на рассматриваемом рынке. Этот факт позволяет выдвинуть предположение о том, что модель для прогнозирования реализованной волатильности может быть оценена на основе информации о волатильности как на текущем, так и на других рынках. Другими словами, существует возможность разложения волатильности на две компоненты — локальную и глобальную.

Проблема несинхронности наблюдений ранее рассматривалась для доходностей финансовых индексов. Впервые идея декомпозиции доходностей фондовых индексов NIKKEI 225 (Токио) и S&P 500 (Нью-Йорк) была представлена в работе (Lin, Ito, 1994). Однодневная доходность индекса (от закрытия к закрытию) представлена как сумма приращений его доходностей от открытия к закрытию (daytime returns) и от закрытия к открытию (overnight returns).

Korhonen, Peresetsky (2013) предложили модель, согласно которой однодневная доходность фондового рынка представляется в виде суммы двух ненаблюдаемых независимых компонент — глобальной и локальной доходностей. Глобальная компонента является доходностью (ненаблюдаемого) глобального стохастического тренда, который зависит от новостей, имеющих значение для мирового финансового рынка, в то время как локальная доходность зависит от новостей, оказывающих влияние только на данный рынок. Также в работе предполагалось, что приращения глобальной компоненты на соседних неперекрывающихся отрезках времени некоррелированы. В статье было рассмотрено применение модели линейного фильтра Калмана для выделения общего стохастического тренда на синхронных данных. В качестве исходных данных использовались три фондовых индекса: Япония (Токио, NIKKEI 225), Россия (Москва, ММВБ/МСЕХ) и США (Нью-Йорк, S&P 500).

Помимо вышеуказанных работ, существует ряд других, в которых также использовался метод фильтра Калмана для выделения стохастического тренда из ряда синхронных наблюдений. В работе (Chang et al., 2009) линейный фильтр Калмана применялся для выделения общего тренда для 30 акций, являющихся компонентами промышленного индекса Доу–Джонса (DJA). В результате исследования получен вывод о том, что оценка общего тренда этих акций с точностью до аффинного преобразования соответствует самому индексу DJIA.

Tamao (2018) использовал те же методы, что и Chang et al. (2009), для пересмотра старого вопроса об общих стохастических трендах в макроэкономических показателях (агрегатах), таких как потребление, выпуск и инвестиции. Результаты исследования свидетельствуют о том, что стационарные временные ряды могут быть получены после удаления из данных общего стохастического тренда. Также установлено, что общий тренд, извлеченный из потребления, выпуска и инвестиций, очень близок к поведению самого потребления. В заключение применен метод Монте-Карло для оценки работы метода фильтра Калмана на нестационарных рядах разной длины. Результат показал, что метод позволяет получить удовлетворительные результаты, т. к. полученные оценки параметров быстро сходятся к истинным значениям.

В данной статье метод выделения глобального стохастического тренда впервые применяется для декомпозиции несинхронных наблюдений волатильности финансовых индексов на глобальную и локальную составляющие. Произведено сравнение динамики доли глобальной компоненты при однократном оценивании параметров модели (на всей выборке) и при оценивании в скользящем окне шириной 504 наблюдения (два года). Существенные изменения в динамике доли глобальной составляющей объяснены различными событиями, повлиявшими на волатильность рассматриваемых индексов.

## 2. Реализованная волатильность

Мерой риска использования финансового инструмента выступает его волатильность (изменчивость цены инструмента). Поэтому получение наиболее точных оценок волатильностей является важной задачей для финансового сектора. Такие оценки рассчитывают на основе наблюдаемых значений цены актива. Различают несколько видов оценок волатильности, но в данном исследовании предметом интереса выступает однодневная волатильность.

В качестве меры волатильности в работе используется так называемая реализованная волатильность (realized volatility, RV), являющаяся наиболее часто используемой непараметрической

оценкой волатильности. Пятиминутная реализованная волатильность рассчитывается как сумма квадратов доходностей индекса по внутрисуточным пятиминутным интервалам:

$$RV_t = \sum_{i=1}^N r_{i,t}^2.$$

Обоснование выбора такой меры волатильности содержится в (Andersen, Bollerslev, 1998; Barndorff-Nielsen, Shephard, 2002b).

### 3. Модель глобального стохастического тренда

В данной работе модель глобального стохастического тренда применяется к реализованной волатильности, аналогично тому, как в работе (Korhonen, Peresetsky, 2013) она применялась к индексам финансовых рынков.

Дневные данные по реализованной волатильности для каждого из финансовых индексов рассматриваются на момент закрытия соответствующего рынка. Модель предполагает, что есть глобальная компонента волатильности, непрерывно эволюционирующая во времени и зависящая от глобального потока новостей. Волатильность финансового рынка, измеренная на момент его закрытия, предполагается состоящей из значений глобальной компоненты в момент закрытия рынка и локальной компоненты. Локальная компонента отражает новости, важные, в основном, для данного рынка.

Построение глобального стохастического тренда учитывает, что рассматриваемые фондовые рынки находятся в разных часовых поясах, и, следовательно, их волатильности наблюдаются в различные моменты глобальной шкалы времени. В качестве такой шкалы взято UTC (Coordinated Universal Time). Таким образом, времена закрытия по шкале UTC японского (NIKKEI 225), британского (FTSE 100) и американского (S&P 500) рынков составляют 6:00, 16:30 и 21:00 соответственно.

В связи с несинхронностью данных на значение волатильности одного рынка могут оказывать влияние изменения волатильностей на двух других рынках, как показано на рис. 1.

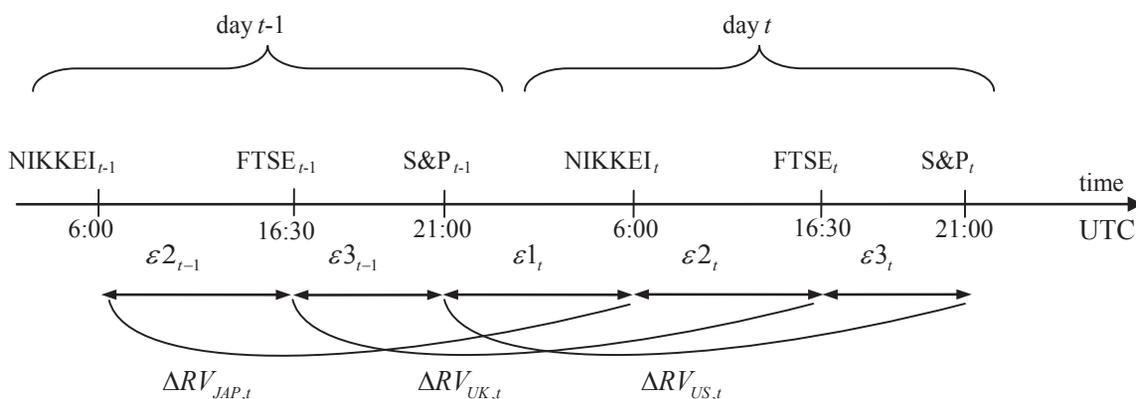


Рис. 1. Однодневные волатильности и переменные состояния

Аналогично модели (Korhonen, Peresetsky, 2013) для доходности фондового рынка, может быть построена модель для реализованной волатильности (RV) фондового рынка:

$$RV_{I,t} = RV_{IG,t} + RV_{IL,t}, \quad (1)$$

где  $RV_{I,t}$  — реализованная дневная волатильность фондового рынка  $I$  в момент его закрытия  $t$ ;  $RV_{IG,t}$  — глобальная волатильность, возникающая под воздействием всех новостей мировой экономики и финансовых рынков, имеющих в момент времени  $t$ ;  $RV_{IL,t}$  — локальная волатильность, возникающая под воздействием новостей, влияющих только на местный рынок, и известных к моменту времени  $t$ .

На рисунке 1 через  $\varepsilon 1_t$ ,  $\varepsilon 2_t$ ,  $\varepsilon 3_t$  обозначены приращения логарифма глобальной стохастической волатильности на интервалах между закрытиями соответствующих бирж. Например,  $\varepsilon 3_t$  соответствует интервалу между закрытиями бирж в Лондоне и Нью-Йорке (от 16:30 до 21:00 UTC).

Для оценивания неизвестных параметров будем использовать процедуру, называемую методом линейного фильтра Калмана, общая формулировка в матричном виде которого (без экзогенных переменных в правой части уравнения наблюдений) имеет следующий вид:

$$s_t = F s_{t-1} + v_t \text{ — уравнение состояний,} \quad (2)$$

$$y_t = H s_t + u_t \text{ — уравнение наблюдений,}$$

где  $s_t$  —  $(m \times 1)$  вектор состояний;  $y_t$  —  $(n \times 1)$  вектор наблюдений;  $H, F$  — матрицы параметров размерности  $(n \times m)$ ,  $(m \times m)$  соответственно;  $v_t \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_v)$  —  $(m \times 1)$  случайный вектор;  $u_t \sim \mathcal{N}(0, \Sigma_u)$  —  $(n \times 1)$  случайный вектор.

Метод линейного фильтра Калмана подразумевает, что переменная  $y_t$  в уравнении наблюдений является наблюдаемой величиной (сигнал), а переменная  $s_t$  в уравнении состояний — ненаблюдаемой (состояние).

В качестве наблюдаемой величины будем использовать однодневные приросты логарифмов волатильности индексов по каждому из трех рынков:

$$\Delta RV_t = \ln(RV_t) - \ln(RV_{t-1}).$$

В качестве ненаблюдаемых состояний рассмотрим приращения логарифма глобального тренда между моментами наблюдений волатильности на трех финансовых рынках.

Декомпозиция прироста однодневной волатильности на глобальную и локальную составляющие может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta RV_{JAP,t} &= \alpha_1 + \beta_1 (\varepsilon 2_{t-1} + \varepsilon 3_{t-1} + \varepsilon 1_t) + u1_t, \\ \Delta RV_{UK,t} &= \alpha_2 + \beta_2 (\varepsilon 3_{t-1} + \varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t) + u2_t, \\ \Delta RV_{US,t} &= \alpha_3 + \beta_3 (\varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t + \varepsilon 3_t) + u3_t, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $u1_t$ ,  $u2_t$ ,  $u3_t$  — локальные составляющие прироста волатильности.

В работе (Дурдыев, Пересецкий, 2014) рассмотрен прием увеличения размерности пространства с целью приведения уравнений (3) к виду уравнений (2) путем введения новых переменных. Этот прием уже был использован ранее, например, в работе (Oh, Zivot, 2006), посвященной оцениванию модели Кларка с коррелированными компонентами. После применения данного метода получается следующая система уравнений для однодневных волатильностей трех индексов:

$$\begin{aligned}\Delta RV_{JAP,t} &= \alpha_1 + \beta_1(\varepsilon 2L_t + \varepsilon 3L_t + \varepsilon 1_t) + u1_t, \\ \Delta RV_{UK,t} &= \alpha_2 + \beta_2(\varepsilon 3L_t + \varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t) + u2_t, \\ \Delta RV_{US,t} &= \alpha_3 + \beta_3(\varepsilon 1_t + \varepsilon 2_t + \varepsilon 3_t) + u3_t,\end{aligned}\quad (4)$$

где  $\varepsilon 2L_t = \varepsilon 2_{t-1}$ ,  $\varepsilon 3L_t = \varepsilon 3_{t-1}$ .

Уравнения (4) могут быть записаны в виде матричной формы фильтра Калмана (2) следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \Delta RV_{JAP,t} \\ \Delta RV_{UK,t} \\ \Delta RV_{US,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \cdot 1 + \begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \beta_1 & \beta_1 \\ \beta_2 & \beta_2 & 0 & 0 & \beta_2 \\ \beta_3 & \beta_3 & \beta_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon 1_t \\ \varepsilon 2_t \\ \varepsilon 3_t \\ \varepsilon 2L_t \\ \varepsilon 3L_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u1_t \\ u2_t \\ u3_t \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon 1_t \\ \varepsilon 2_t \\ \varepsilon 3_t \\ \varepsilon 2L_t \\ \varepsilon 3L_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon 1_{t-1} \\ \varepsilon 2_{t-1} \\ \varepsilon 3_{t-1} \\ \varepsilon 2L_{t-1} \\ \varepsilon 3L_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e1_t \\ e2_t \\ e3_t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $e_t = (e1_t, e2_t, e3_t)'$  — случайный вектор с нулевым средним, некоррелированный с вектором  $u_t = (u1_t, u2_t, u3_t)'$ .

Матрица ковариаций ошибок уравнений состояний имеет следующий вид:

$$\text{Var}(s_t) = \Sigma_v = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где  $\sigma_1^2 = \text{Var}(e1_t)$ ,  $\sigma_2^2 = \text{Var}(e2_t)$ ,  $\sigma_3^2 = \text{Var}(e3_t)$  — дисперсии некоррелированных ошибок  $e1_t$ ,  $e2_t$ ,  $e3_t$ .

Для упрощения модели предполагается, что матрица ковариаций  $\Sigma$  вектора ошибок  $u_t$  в уравнении наблюдения диагональная:  $\Sigma_u = \text{Var}(u_t) = \text{diag}(\sigma_{u1}^2, \sigma_{u2}^2, \sigma_{u3}^2)$ . Также предполагается, что коэффициенты  $\alpha_i$  равны нулю (при оценивании полной модели эти коэффициенты незначимы).

#### 4. Данные

В качестве исходных были выбраны ежедневные данные по реализованной волатильности трех индексов: NIKKEI 225 (Токио, Япония), FTSE 100 (Лондон, Великобритания) и S&P 500 (Нью-Йорк, США), соответствующие моментам закрытия в период с 02.02.2000 по 26.11.2019. Источником данных является Oxford-Man Institute of Quantitative Finance, Realized Library<sup>2</sup>.

Поскольку индексы соответствуют разным странам, для их синхронизации из набора наблюдений были исключены дни, для которых отсутствует значение хотя бы одного индекса. Объем полученной таким образом выборки составил 5170 наблюдений.

На рисунке 2 представлен график ежедневных значений логарифма реализованной волатильности индекса S&P 500. Видна значительная изменчивость волатильности, ее чувствительность к новостям. В период кризисов (2002, 2008) волатильность возрастает.

В таблице 1 представлены описательные статистики исходных данных.

Данные, представленные в табл. 1, показывают, что волатильность японского индекса NIKKEI 225 имеет меньший разброс по сравнению с волатильностями двух других рынков.

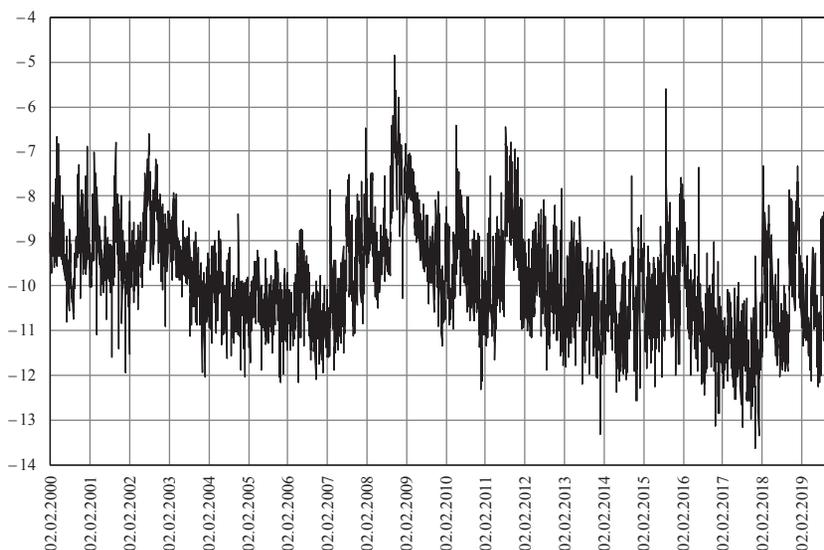


Рис. 2. Логарифм реализованной волатильности индекса S&P 500

<sup>2</sup> <https://realized.oxford-man.ox.ac.uk/>.

Таблица 1. Описательные статистики

Показатель	$RV_{JAP}$	$RV_{UK}$	$RV_{US}$
Среднее	0.000102	0.000113	0.000104
Минимум	$3.95 \cdot 10^{-6}$	$1.33 \cdot 10^{-6}$	$1.22 \cdot 10^{-6}$
Максимум	0.0032	0.0106	0.0078
Стандартное отклонение	0.00017	0.00027	0.00024
	$\ln RV_{JAP}$	$\ln RV_{UK}$	$\ln RV_{US}$
Среднее	-9.681	-9.705	-9.918
Минимум	-12.441	-13.529	-13.618
Максимум	-5.736	-4.5470	-4.8604
Стандартное отклонение	0.936	1.001	1.138
	$\Delta RV_{JAP}$	$\Delta RV_{UK}$	$\Delta RV_{US}$
Среднее	-0.000303	-0.000416	-0.000538
Минимум	-2.904	-3.5012	-2.790
Максимум	4.213	3.612	3.243
Стандартное отклонение	0.593	0.678	0.669

## 5. Результаты. Оценивание на всем интервале наблюдений

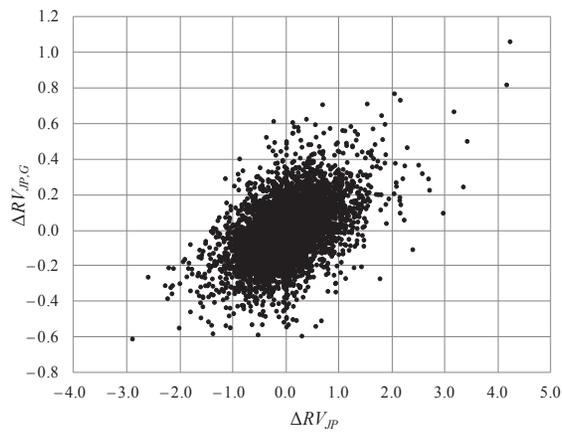
Оценки коэффициентов уравнений (4) на всем интервале наблюдений с 02.02.2000 по 26.11.2019 приведены в табл. 2. Дисперсия локальных новостей  $u_3$  в уравнении для индекса S&P 500 практически равна 0, т. е. волатильность индекса S&P 500 совпадает с глобальной компонентой. Этот вывод робастен, т. к. при оценивании модели с различными начальными значениями параметров получался один и тот же результат, соответствующий максимальному значению функции правдоподобия.

Таблица 2. Результаты оценивания модели глобального стохастического тренда

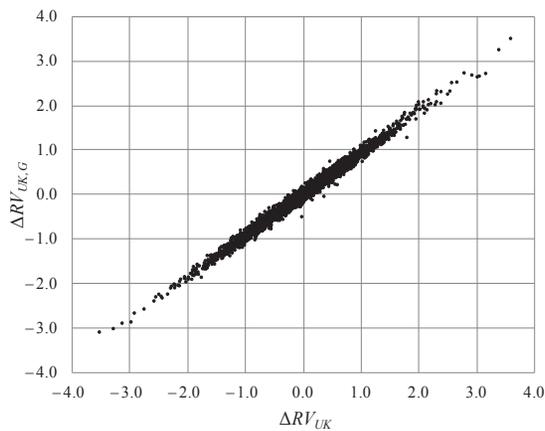
Параметр	Оценка параметра	Стандартное отклонение
$\beta_1$	0.0393***	(0.0017)
$\beta_2$	0.1095***	(0.0014)
$\beta_3$	0.1162***	(0.0014)
$\ln \sigma_{u1}^2$	-3.97***	(0.018)
$\ln \sigma_{u2}^2$	-6.21***	(0.343)
$\ln \sigma_{u3}^2$	-24.18	$(2.4 \cdot 10^7)$
$\ln \sigma_1^2$	-0.0222***	(0.0464)
$\ln \sigma_2^2$	-0.2465***	(0.0594)

Оценив модель (4), можно получить оценки вектора состояний  $\hat{\varepsilon}$ , а затем — оценки приращений логарифма глобальной составляющей волатильности. Например, для момента закрытия биржи в Нью-Йорке это значение равно

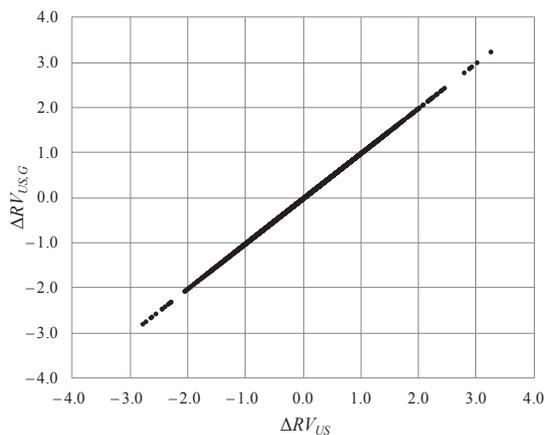
$$\Delta RV_{US,G,t} = \hat{\beta}_3 (\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2 + \hat{\varepsilon}_3).$$



а) NIKKEI 225



б) FTSE 100



в) S&amp;P 500

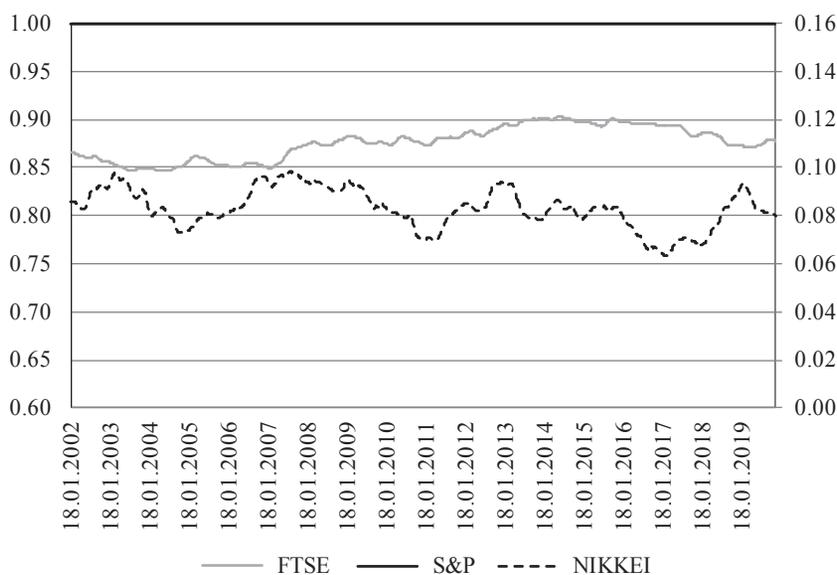
**Рис. 3.** Диаграммы рассеивания оценки приращений логарифма глобальной составляющей волатильности против однодневных приростов волатильности для каждого из трех индексов

На рисунке 3 приведены диаграммы рассеивания оценки приращений логарифма глобальной составляющей волатильности против однодневных приростов волатильности для каждого из трех индексов.

Из диаграммы на рисунке 3в видно, что глобальная часть приращения волатильности для S&P 500 совпадает с приращением волатильности. Таким образом, волатильность рынка S&P 500 фактически является глобальной волатильностью. Приращения глобальной волатильности для FTSE 100 несколько отличаются от приращений волатильности FTSE 100 (рис. 3б). Наибольшее расхождение наблюдается для индекса NIKKEI 225, волатильность которого в значительной степени зависит от локальных новостей (рис. 3а).

В Приложении на рисунках П1 и П2 приведены сглаженные графики логарифмов реализованных волатильностей индексов NIKKEI 225 и FTSE 100 и сглаженные графики оценок логарифмов волатильности глобального тренда, взятых в моменты закрытия соответствующих бирж. Оценки волатильности логарифма глобального тренда получены суммированием соответствующих оценок его прироста  $\Delta RV_{I,G,t}$  от начала наблюдений. Из графиков видно, что волатильность FTSE 100 ближе к волатильности глобального тренда, чем волатильность NIKKEI 225. Графики для индекса S&P 500 не приведены, т. к. они практически совпадают.

Для рассмотрения динамики доли глобальных новостей в волатильности индексов рассмотрим скользящие окна длиной 2 года (504 наблюдения). В каждом окне подсчитаем выборочную дисперсию прироста оценки логарифма глобальной компоненты и разделим ее на выборочную оценку дисперсии прироста логарифма волатильности. Полученное отношение назовем «доля глобальных новостей» для данного индекса. Полученное значение доли глобальных новостей свяжем с моментом времени, соответствующим правой границе скользящего окна. Полученные таким образом графики доли глобальных новостей приведены на рис. 4. Как было сказано выше, доля глобальных новостей в индексе S&P 500 равна 1.



**Рис. 4.** График динамики доли глобальных новостей в индексах S&P 500, FTSE 100 (левая шкала) и NIKKEI 225 (правая шкала) (при оценивании модели на всем интервале наблюдений)

Доля глобальных новостей в индексе FTSE 100 меняется в диапазоне 0.85–0.90. Эта доля несколько возрастает в 2013–2014 гг. Начало соответствующего скользящего окна относится к 2011–2012 гг., в этот период случился «черный понедельник» 8 августа 2011 г., который соответствует снижению кредитного рейтинга ряда стран. Инвесторы стали резко пессимистично относиться ко всему европейскому рынку ценных бумаг.

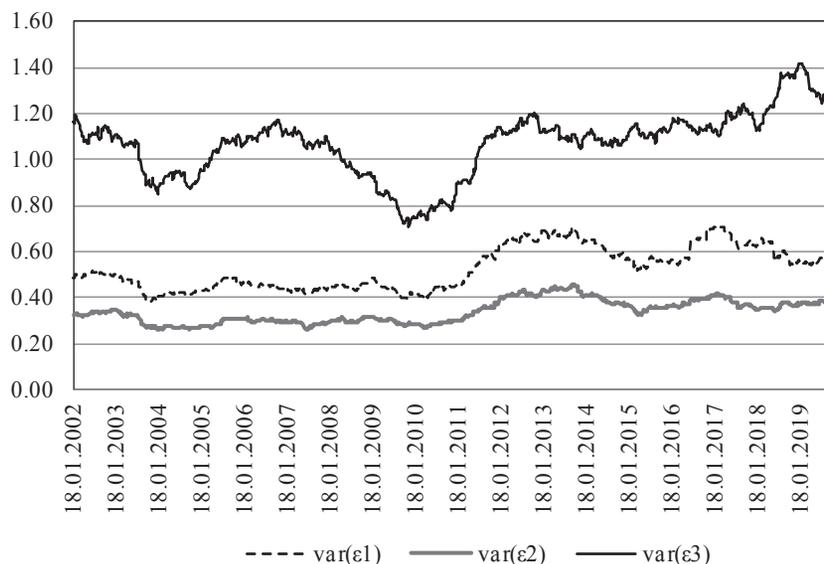
Доля глобальных новостей в волатильности индекса NIKKEI 225 значительно ниже, она изменяется в диапазоне 0.063–0.098. Эта доля наибольшая в период около 2006–2007, 2013 и в 2019 гг. В эти периоды происходил ряд событий, которые могли повлиять на долю глобальных новостей в волатильности индекса NIKKEI 225.

- Падение китайской фондовой биржи в марте 2007 г., из-за чего обесценились акции основных японских экспортеров.

- В 2013 г. рост курса иены спровоцировал снижение спроса на акции компаний-экспортеров, в результате чего произошло падение токийского индекса.

- В декабре 2018 г. индекс NIKKEI 225 упал на 4.2%<sup>3</sup>. Данное событие было вызвано корректировкой рынков в США. В 2019 г. пессимизм на японском рынке был связан с новостями о затянувшейся торговой войне США и Китая, обострившейся в 2018 г., и, как следствие, возросшими политическими рисками.

Какие из интервалов между моментами закрытия наиболее богаты новостями и дают больший вклад в волатильность? Для ответа на этот вопрос рассчитаем выборочную дисперсию (как меру количества новостей) для каждой оценки приращения глобального тренда  $\hat{\epsilon}_i$ ,  $i=1,2,3$  в скользящем окне. Результат представлен на рис. 5.



**Рис. 5.** График динамики дисперсии приращений (при оценивании модели на всем интервале наблюдений)

<sup>3</sup> <https://www.vedomosti.ru/finance/news/2018/12/25/790211-nikkei-upal>.

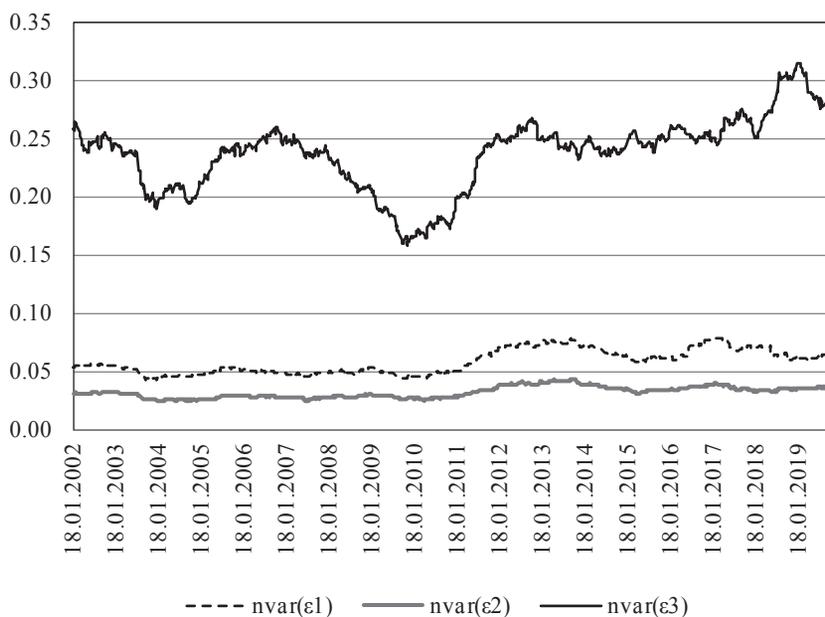
Видно, что большинство новостей, влияющих на приращение глобальной волатильности, соответствует интервалу между закрытиями бирж в Лондоне и Нью-Йорке. Это не удивительно, т. к. деловая активность в Западной Европе и Северной Америке приходится как раз на это время. Наименьший прирост волатильности соответствует периоду между закрытием бирж в Токио и Лондоне ( $\varepsilon_2$ ), т. к. значительная часть этого интервала приходится на время, когда деловая активность в Северной Америке и Европе отсутствует. Однако начиная с 2012 г. наблюдается рост дисперсии приращения глобальной волатильности в этом периоде, что, вероятно, отражает возрастающую значимость экономики Китая в мировой экономике.

Поскольку эти три приращения  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  соответствуют различным длинам временных интервалов (9, 10.5 и 4.5 часов), то, разделив полученные выборочные дисперсии на длину интервала, получим динамику интенсивностей новостей. Результат представлен на рис. 6.

Наибольшая интенсивность новостей соответствует интервалу между закрытиями бирж в Лондоне и Нью-Йорке. В этом интервале интенсивность высокая в 2002, 2006–2007 и 2016 гг.

Активный новостной поток сопровождался рецессией в марте 2001 г., которая в основном затронула Европейский союз и США. Высокая интенсивность в 2002 г. может объясняться террористическими актами 11 сентября 2001 г. и введением войск США в Афганистан, т. к. это большие политические шоки. Повышение интенсивности новостного потока в 2006–2007 гг. связано с пузырем на ипотечном рынке США, коллапс которого был одной из причин мирового финансового кризиса 2008 г. В 2016 г. случился шок на рынке нефти.

В данном разделе модель (4) оценивалась на всем интервале наблюдений с 02.02.2000 по 26.11.2019. Таким образом, на этом интервале предполагалось постоянство параметров модели (4). Однако этот интервал содержит много событий (кризис доткомов, экономический

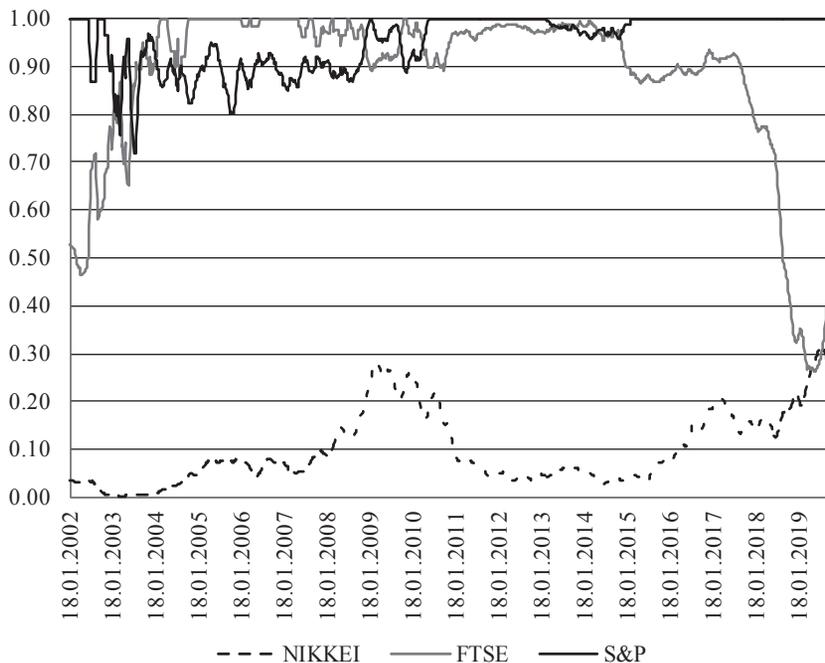


**Рис. 6.** График динамики нормированных по времени дисперсий приращений (при оценивании модели на всем интервале наблюдений)

кризис 2008–2009 гг., события вокруг Brexit), поэтому предположение о постоянстве параметров может оказаться слишком жестким. В следующем разделе рассматривается робастность полученных выводов по сравнению с методикой, которая допускает изменчивость параметров.

## 6. Результаты. Оценивание в скользящем окне

В течение 19-летнего периода, рассматриваемого в данной работе, произошло много событий, оказавших влияние на мировой финансовый рынок. Для проверки робастности полученных результатов модель (4) в данном разделе оценивается в скользящем окне шириной 2 года (504 наблюдения). На рисунке 7 представлен график доли глобальных новостей в трех индексах, аналогичный графику на рис. 4. Однако теперь доля глобальных новостей в волатильности индекса S&P 500 бывает отличной от 1, хотя и остается достаточно высокой. В некоторые периоды (2005–2009 гг.) доля глобальных новостей в волатильности индекса FTSE 100 выше, чем доля глобальных новостей в индексе S&P 500. Террористические акты 11 сентября 2001 г., война США в Ираке, напряженность в Северной Корее, мировой экономический кризис 2008 г. повлияли на рост глобальной компоненты, т. к. эти новости имели глобальное значение<sup>4</sup>. При этом доля локальных новостей в волатильности S&P 500 возрастает, что объясняется кризисом доткомов, который, прежде всего, повлиял на рынок США.



**Рис. 7.** График динамики доли глобальных новостей в индексах S&P 500, FTSE 100 и NIKKEI 225 (при оценивании модели в скользящем окне)

<sup>4</sup> <https://www.theguardian.com/business/2003/jan/01/ftse.globalrecession>.

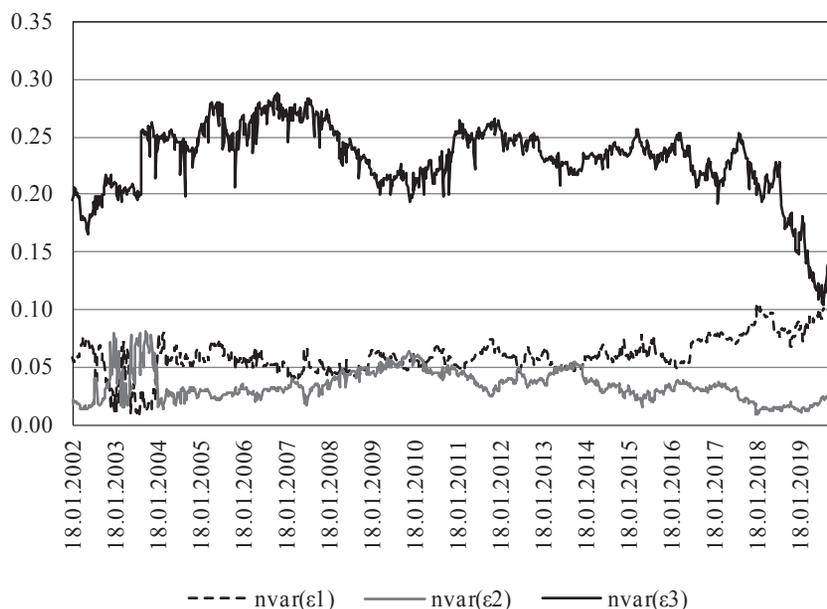
В самом конце рассматриваемого периода наблюдается резкий обвал доли глобальных новостей у S&P 500. Это может быть связано с внутривнутриполитическими событиями в США. Данный период характеризовался высокой волатильностью, которая в основном затрагивала рынок США, поэтому возросла доля локальных новостей для индекса S&P 500<sup>5</sup>.

Доля глобальных новостей в волатильности индекса NIKKEI 225, как и раньше, существенно меньше долей в двух других индексах, однако выше, чем при оценивании на всем интервале наблюдений в периоды 2009–2010 гг. и в конце, начиная с 2017 г. Резкое снижение доли глобальных новостей в волатильности индекса NIKKEI 225 связано с катастрофическим цунами 11 марта 2011 г., ставшим причиной аварии на АЭС Фукусима-1 в Японии. Данные события повлияли именно на азиатский рынок, остальные индексы оказались устойчивыми к катастрофе.

Существенное отличие от рис. 4 наблюдается в конце интервала наблюдений, начиная с 2017 г. Значительно увеличивается доля локальных новостей в индексе FTSE 100, что, вероятно, связано с Brexit, решение о котором было принято на консультативном референдуме 23 июня 2016 г. Новость о выходе Великобритании из Европейского союза по отношению к лондонской бирже локальна, и, следовательно, доля глобальных новостей в этот период снижается.

Обратные изменения наблюдаются в этот же период на японской бирже — Brexit приводит к падению индекса NIKKEI 225 почти на 8%<sup>6</sup> и к увеличению доли влияния глобальных новостей.

График динамики нормированных по времени дисперсий приращений на отдельных интервалах, построенный по оценкам модели (4) в скользящем окне, представлен на рис. 8. Этот график, однако, отличается от аналогичного графика на рис. 6, построенного при оценке



**Рис. 8.** График динамики нормированных по времени дисперсий приращений (при оценивании модели в скользящем окне)

<sup>5</sup> <https://www.theguardian.com/business/2016/nov/09/us-markets-react-donald-trump-victory>.

<sup>6</sup> <https://ria.ru/20160624/1450700471.html>.

модели на всем интервале наблюдений. Как и ранее, наибольшая интенсивность новостей приходится на интервал между закрытиями бирж в Лондоне и Нью-Йорке. Наблюдается увеличение интенсивности новостей на этом интервале в период 2005–2009 гг. Однако различие между графиками на рисунках 6 и 8 наблюдается в конце интервала — на рис. 8 не наблюдается рост с 2012 г. и наблюдается снижение начиная с 2018 г. Одновременно растет интенсивность новостей на интервале между закрытиями бирж в Нью-Йорке и в Токио. Вероятно, это соответствует росту международного влияния экономик азиатских стран, в особенности Китая и Японии.

Отметим, что в 2018 г. началась торговая война США и Китая, в которой стороны долго не могли достигнуть соглашения. Осенью 2019 г. США и Китай достигли некоторых соглашений в сфере торговли, что на графике сопровождается снижением интенсивности новостей.

## 7. Заключение

В работе предложено применение модели глобального стохастического тренда для анализа динамики волатильностей финансовых рынков, позволяющей учитывать несинхронность данных различных рынков.

Рассмотрен пример трех финансовых индексов: NIKKEI 225 (Токио), FTSE 100 (Лондон), S&P 500 (Нью-Йорк). Модель позволяет разложить волатильность на глобальную и локальную составляющие. Оценивание модели проведено как на всем интервале наблюдений с 02.02.2000 по 26.11.2019, так и в скользящем окне шириной два года.

Выявлено, что волатильность американского индекса S&P 500 фактически представляет собой глобальную волатильность. Для японского индекса NIKKEI 225 наблюдается обратная ситуация — волатильность этого индекса приближена к локальной составляющей.

Наибольшая интенсивность глобальных новостей отмечена в промежутке между закрытиями лондонской и нью-йоркской бирж, когда деловая активность наблюдается в Западной Европе и Северной Америке.

Показано, что начиная с 2012 г. растет вклад в волатильность финансовых рынков интервала между закрытием биржи в Нью-Йорке и закрытием биржи в Токио. Вероятно, это связано с растущим влиянием азиатских экономик (Китай, Япония, Корея) на мировую экономику.

События, которые оказывают существенное влияние на мировой финансовый рынок, повышают долю глобальных новостей в волатильности индексов. В качестве примеров можно привести террористические акты 11 сентября 2001 г., мировой экономический кризис 2008 г., Brexit, торговую войну между США и Китаем в 2018 г.

Снижение доли глобальной компоненты в 2002 г. для индекса S&P 500 обусловлено последствиями кризиса доткомов, когда многие американские технологические компании обанкротились в результате резкого падения их акций. Рост доли локальной компоненты индекса NIKKEI 225 в 2011 г. может быть связан с аварией на АЭС Фукусима-1.

## Список литературы

Дурдыев Р. И., Пересецкий А. А. (2014). Автокорреляция в глобальном стохастическом тренде. *Прикладная эконометрика*, 35, 39–58.

Andersen T. G., Bollerslev T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39 (4), 885–905.

Andersen T., Bollerslev T., Diebold F. X. (2007). Roughing it up: Including jump components in measuring, modeling and forecasting asset return volatility. *Review of Economics and Statistics*, 89 (4), 701–720.

Barndorff-Nielsen O. E., Shephard N. (2002a). Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models. *Journal of the Royal Statistical Society Series B, Royal Statistical Society*, 64 (2), 253–280.

Barndorff-Nielsen O. E., Shephard N. (2002b). Estimating quadratic variation using realized variance. *Journal of Applied Econometrics*, 17 (5), 457–477.

Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.

Chang Y., Miller J. I., Park J. Y. (2009). Extracting a common stochastic trend: Theory with some applications. *Journal of Econometrics*, 150 (2), 231–247.

Corsi F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7 (2), 174–196.

Ebens H. (1999). Realized stock volatility. *Economics Working Paper Archive 420*. The Johns Hopkins University, Department of Economics.

Engle R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50 (4), 987–1008.

Hansen P., Huang Z., Shek H. (2011). Realized GARCH: A complete model of returns and realized measures of volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 27 (6), 877–906.

Korhonen I., Peresetsky A. (2013). Extracting global stochastic trend from non-synchronous data. *BOFIT Discussion Papers*, No 15/2013. Bank of Finland.

LeBaron B. (2001). Stochastic volatility as a simple generator of financial power-laws and long memory. *Quantitative Finance*, 1 (6), 621–631.

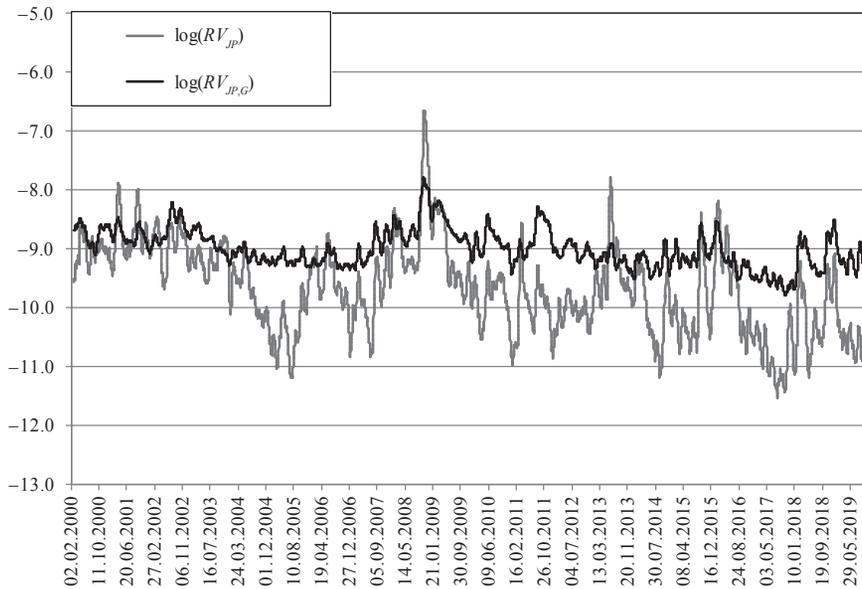
Lin W. L., Ito T. (1994). Price volatility and volume spillovers between the Tokyo and New York stock markets. In: *The Internationalization of Equity Markets*. University of Chicago Press, 309–343.

Oh K. H., Zivot E. (2006). The Clark model with correlated components. *Working Paper UWEC-2006-06*. University of Washington, Department of Economics.

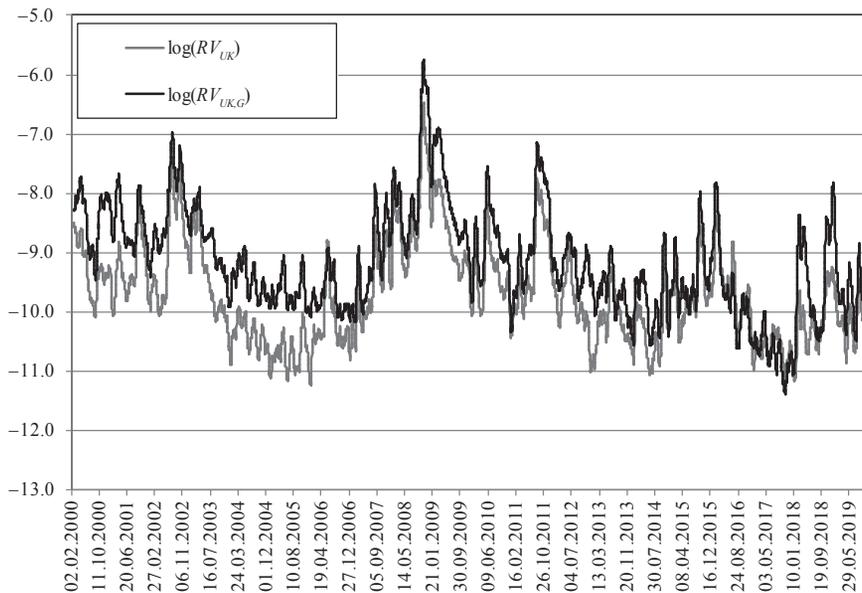
Tamayo C. E. (2018). Common stochastic trends with the Kalman filter: A macroeconomic application with a Monte-Carlo investigation. [https://drive.google.com/open?id=1UTRJOeu8y33\\_le5jSHnPGQh34IWiWRZO](https://drive.google.com/open?id=1UTRJOeu8y33_le5jSHnPGQh34IWiWRZO).

Поступила в редакцию 08.02.2020;  
принята в печать 20.03.2020.

Приложение



**Рис. П1.** Сглаженные с помощью скользящего среднего (с окном 21 день) графики логарифма реализованной волатильности индекса NIKKEI 100 и логарифма оценки волатильности глобального тренда в момент закрытия биржи в Токио



**Рис. П2.** Сглаженные с помощью скользящего среднего (с окном 21 день) графики логарифма реализованной волатильности индекса FTSE и логарифма оценки волатильности глобального тренда в момент закрытия биржи в Лондоне

П. В. Погорелова, А. А. Пересецкий

---

Pogorelova P. V., Peresetsky A. A. Extracting the global stochastic trend from non-synchronous data on the volatility of financial indices. *Applied Econometrics*, 2020, v. 57, pp. 53–71.

DOI: 10.22394/1993-7601-2020-57-53-71

---

**Polina Pogorelova**

National Research University Higher School of Economics (NRU HSE), Moscow, Russian Federation; pvpogorelova@gmail.com

**Anatoly Peresetsky**

National Research University Higher School of Economics (NRU HSE), Moscow, Russian Federation; aperesetsky@hse.ru

### **Extracting the global stochastic trend from non-synchronous data on the volatility of financial indices**

In this paper, the Kalman linear filter method is used to decompose non-synchronous observations of the realized volatility of financial indices (NIKKEI 225, FTSE 100, S&P 500) into unobservable global and local components. It is shown that the volatility of the New York S&P 500 index is a global component, while the Tokyo NIKKEI 225 index, on the contrary, is more sensible to the local news. It is shown that the largest contribution to the global component comes from the observation interval from the closing of the London Exchange to the closing of the exchange in New York (16:30 and 21:00 UTC, respectively). Starting from about 2012–2014, the contribution to the volatility of the global news market is growing from the interval from closing the exchange in New York to closing the exchange in Tokyo (from 21:00 to 6:00 UTC). This can be attributed to the recently increasing influence of the economies of Asian countries (China, Japan, Korea) on the world economy.

**Keywords:** global stochastic trend; Kalman filter; realized volatility; non-synchronous data; financial markets.

**JEL classification:** C49; C58; G15; F36; F65.

### **References**

Durdyev R., Peresetsky A. (2014). Autocorrelation in the global stochastic trend. *Applied Econometrics*, 35, 39–58 (in Russian).

Andersen T. G., Bollerslev T. (1998). Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts. *International Economic Review*, 39 (4), 885–905.

Andersen T., Bollerslev T., Diebold F. X. (2007). Roughing it up: Including jump components in measuring, modeling and forecasting asset return volatility. *Review of Economics and Statistics*, 89 (4), 701–720.

Barndorff-Nielsen O. E., Shephard N. (2002a). Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models. *Journal of the Royal Statistical Society Series B, Royal Statistical Society*, 64 (2), 253–280.

Barndorff-Nielsen O. E., Shephard N. (2002b). Estimating quadratic variation using realized variance. *Journal of Applied Econometrics*, 17 (5), 457–477.

Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.

Chang Y., Miller J. I., Park J. Y. (2009). Extracting a common stochastic trend: Theory with some applications. *Journal of Econometrics*, 150 (2), 231–247.

Corsi F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7 (2), 174–196.

Ebens H. (1999). Realized stock volatility. *Economics Working Paper Archive* 420. The Johns Hopkins University, Department of Economics.

Engle R. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50 (4), 987–1008.

Hansen P., Huang Z., Shek H. (2011). Realized GARCH: A complete model of returns and realized measures of volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 27 (6), 877–906.

Korhonen I., Peresetsky A. (2013). Extracting global stochastic trend from non-synchronous data. *BOFIT Discussion Papers*, No 15/2013. Bank of Finland.

LeBaron B. (2001). Stochastic volatility as a simple generator of financial power-laws and long memory. *Quantitative Finance*, 1 (6), 621–631.

Lin W. L., Ito T. (1994). Price volatility and volume spillovers between the Tokyo and New York stock markets. In: *The Internationalization of Equity Markets*. University of Chicago Press, 309–343.

Oh K. H., Zivot E. (2006). The Clark model with correlated components. *Working Paper UWEC-2006-06*. University of Washington, Department of Economics.

Tamayo C. E. (2018). Common stochastic trends with the Kalman filter: A macroeconomic application with a Monte-Carlo investigation. [https://drive.google.com/open?id=1UTRJOeu8y33\\_le5jSHnPGQh34I-WiWRZO](https://drive.google.com/open?id=1UTRJOeu8y33_le5jSHnPGQh34I-WiWRZO).

*Received 08.02.2020; accepted 20.03.2020.*