

Прикладная эконометрика, 2021, м. 63, с. 76–90.  
*Applied Econometrics*, 2021, v. 63, pp. 76–90.  
 DOI: 10.22394/1993-7601-2021-63-76-90

Б. С. Потанин, Ю. С. Трифонов<sup>1</sup>

## Влияние ожиданий инвесторов на цену нефти

*В исследовании используются различные модификации GARCH-М процесса для моделирования цен на нефть с учетом ожиданий инвесторов и премии за риск, в качестве индикаторов которых выступают, соответственно, цены на фьючерсные контракты и волатильность. Преимущество предлагаемого подхода заключается в том, что премия за риск моделируется без учета экзогенных факторов, подбор которых зачастую может оказаться затруднительным. По результатам эконометрического анализа получены статистические свидетельства в пользу значимого влияния волатильности цены нефти, что говорит о целесообразности использования данного показателя в качестве индикатора премии за риск, присутствующей в цене фьючерсных контрактов.*

**Ключевые слова:** ценообразование нефти; ожидания агентов; фьючерсные контракты; эндогенная волатильность; премия за риск; GARCH-М; структурные сдвиги; полу-непараметрические методы.

**JEL classification:** C58; Q47; G17.

### Введение

Есмогля на то что экономистам удалось серьезно продвинуться в области выделения причин, оказывающих влияние на колебания цены сырой нефти, достаточно большая часть дисперсии соответствующей цены остается необъясненной, что мотивирует поиск новых детерминантов (Baumeister, Killian, 2016a). В качестве таковых во многих современных исследованиях рассматриваются ожидания относительно будущих нефтяных цен. Согласно (Baumeister, Killian, 2016b), эти ожидания могут отличаться для различных групп экономических агентов: экономистов (исследователей), политиков, участников финансового рынка и домохозяйств. Поскольку данное исследование основывается на использовании цен нефтяных фьючерсов в качестве индикатора ожиданий, акцент делается на изучении ожиданий политическими структурами лежит механизм определения ожиданий нефтяных цен Международным Валютным Фондом (МВФ), который использует в качестве прокси для ожиданий цены на нефтяные фьючерсы различной экспирации (Alquist, Killian, 2010; Baumeister, Killian, 2016b). В то же время, данный подход будет обеспечивать достоверные результаты лишь в том случае, если премия за риск, которая включается в цену производного

<sup>1</sup> Потанин Богдан Станиславович — Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва; bogdanpotanin@gmail.com.

Трифонов Юрий Сергеевич — Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва; jutrif98@gmail.com.

финансового инструмента, является незначительной (Hamilton, Wu, 2014; Baumeister, Killian, 2016b). С целью отказа от подобного нереалистичного допущения в (Baumeister, Killian, 2016a) был предложен иной подход, позволяющий выделить и удалить из цены фьючерса компонент, соответствующий премии за риск. В результате можно получить более реалистичную оценку ожиданий через цену на фьючерсный контракт. Данный подход авторы называют механизмом формирования ожиданий участниками финансового рынка.

В рамках подхода (Baumeister, Killian, 2016a) премия за риск задается как функция от некоторых экзогенных факторов. В литературе выделяется большое число детерминантов премии за риск, при этом учет всех соответствующих факторов на выборках небольшого объема может оказаться затруднительным, а при использовании различных наборов детерминантов оценки премии за риск могут существенно различаться (Baumeister, Killian, 2016a). Кроме того, характер зависимости премии за риск от различных факторов может определяться фазой делового цикла, статистические свидетельства чему были найдены в (Henkel et al., 2011; Dangl, Halling, 2012). При этом коэффициенты, отражающие вклад экзогенных регрессоров в премию за риск, также могут не быть инвариантными относительно времени (Johannes et al., 2014), что существенно усложняет применение подхода (Baumeister, Killian, 2016a) на данных, охватывающих длительные временные интервалы. Указанные недостатки модели (Baumeister, Killian, 2016a) показывают необходимость разработки подхода, позволяющего учитывать премию за риск без включения экзогенных факторов.

В настоящем исследовании рассматривается альтернативный механизм формирования нефтяных цен на основе ожиданий участников финансового рынка. В качестве прокси для ожиданий инвесторов, аналогично (Baumeister, Killian, 2016a, b), используются цены на фьючерсные контракты. При этом, в отличие от (Baumeister, Killian, 2016a), премию за риск в цене нефтяных фьючерсов предлагается учитывать с помощью GARCH-M модели (Engle et al., 1987), что позволяет избежать необходимости специфицировать дополнительные регрессоры, влияющие на премию за риск. Кроме того, реализуется учет идентифицированного на основе модели с точкой изменения структурного сдвига (Hawkins, Zamba, 2005) за счет применения предлагаемой GARCH-M модели с переключением, именуемой далее GARCH-M-S моделью. Также в исследовании предлагается полу-непараметрическая модификация данной модели GARCH-M-SNP, в основе которой лежит адаптация метода аппроксимации неизвестной функции плотности (Gallant, Nychka, 1987) к семейству GARCH моделей. Заметим, что согласно (Fama, 1965; Kon, 1984; Badrinath, Chatterjee, 1988; Fung, Hsieh, 2000; Adcock et al., 2015) предпосылка о нормальности зачастую может не согласовываться с реальными данными, вследствие чего полученные методом максимального правдоподобия оценки могут оказаться неэффективными и/или, в некоторых случаях, несостоительными. Предлагаемый метод обеспечивает более гибкую процедуру оценивания за счет ослабления предпосылки о нормальном распределении случайных шоков, что при достаточно существенных отклонениях от нормальности позволяет получить более эффективные оценки в случае нарушения предпосылки о нормальности.

По результатам эконометрического анализа были найдены статистические свидетельства в пользу необходимости учета идентифицированного структурного сдвига. Кроме того, была получена значимая отрицательная оценка премии за риск и близкая к единице оценка коэффициента перед фьючерсными ценами, что согласуется с концепцией (Baumeister, Killian, 2016a, b) о том, что цены на фьючерсные контракты являются хорошим индикатором ожиданий при условии удаления из них премии за риск. Также отметим, что найдены

статистические свидетельства в пользу предположения о нормальном распределении случайных шоков по причине отсутствия преимущества полу-непараметрической GARCH-М-СНР модели над параметрическим аналогом. Однако важно заметить, что отсутствие преимущества может быть обусловлено достаточно малым объемом выборки, в то время как полу-непараметрические методы, как правило, демонстрируют эффективность с ростом числа наблюдений.

## 1. Обзор литературы

Особое внимание роли премии за риск в цене фьючерсных контрактов, а также способам ее оценки, уделяли Baumeister, Killian (2016a). Авторы утверждают, что наличие премии за риск является основной причиной расхождения между ценой на фьючерс и ожидаемой ценой базисного актива. Существование премии за риск объясняется спецификой рынка фьючерсов: этот рынок предоставляет участникам возможность передавать недиверсифицируемый риск другим участникам финансового рынка, которые готовы его нести (Baumeister, Killian, 2016a). Однако получение оценок премии за риск является затруднительной задачей ввиду наличия различных способов ее спецификации. Так, авторы показывают, что при различных методах оценки премии за риск в рамках одного и того же исследуемого временного периода полученные оценки сильно различаются (вплоть до 61 долл. США).

Основываясь на показателе среднеквадратичной ошибки прогноза (MSPE), по результатам эконометрического анализа Baumeister, Killian (2016a) установили, что наиболее точная оценка ожиданий спот цен на сырую нефть может быть получена нормированием фьючерсных цен на премию за риск, что согласуется с результатом, полученным ранее (Granger, 1969). За основу Baumeister, Killian (2016a) взяли модель ценообразования нефти, предложенную в (Hamilton, Wu, 2014), спецификация которой имеет следующий вид.

Пусть  $F_t^h$  — текущая цена фьючерсного контракта на нефть с  $h$ -периодом экспирации,  $S_{t+h}$  — спот цена сырой нефти на дату экспирации фьючерсного контракта. Случайная величина, отражающая выплату по фьючерсному контракту длинной позиции, будет иметь вид

$$S_{t+h} - F_t^h.$$

Вводя стандартное условие отсутствия арбитражного, Baumeister, Killian (2016a) предлагают следующее уравнение для цены фьючерсного контракта:

$$F_t^h = E_t [S_{t+h}] + \text{cov}(S_{t+h}, Q_{t+h})/E_t [Q_{t+h}],$$

где  $\text{cov}(S_{t+h}, Q_{t+h})/E_t [Q_{t+h}]$  является премией за риск,  $Q_{t+h}$  — ядро стохастического ценообразования, а  $E_t [\cdot]$  обозначает условное математическое ожидание при фиксированной информации до момента  $t$ . Следовательно, цена фьючерса является детерминантом будущей цены на нефть только при условии отсутствия премии за риск, т. е.  $F_t^h = E_t [S_{t+h}]$  тогда и только тогда, когда  $\text{cov}(S_{t+h}, Q_{t+h})/E_t [Q_{t+h}] = 0$ . Поэтому Baumeister, Killian (2016a) отходят от предпосылки об отсутствии премии за риск на рынке нефтяных фьючерсов, предполагая, что  $E_t [S_{t+h} - F_t^h] \neq 0$ . Далее, избавляясь от нестационарности ошибки прогноза, авторы приходят к следующему выражению:

$$E_t [S_{t+h}] = F_t^h (1 + \alpha_h + \beta_h X_t),$$

где  $X_t$  обозначает вектор, состоящий из  $K$  предикторов премии за риск<sup>2</sup>. В качестве оцениваемых параметров выступают  $\alpha_h$  и  $\beta_h$ , где  $\alpha_h$  является константой, а  $\beta_h$  — вектором параметров, отражающих вклад экзогенных факторов в премию за риск.

Рассмотренный способ определения премии за риск при помощи стохастического ядра ценообразования был применен в (Baumeister, Killian, 2016b) для оценки ожиданий участников финансового рынка относительно нефтяных цен. Для оценки неизвестных параметров применялся метод наименьших квадратов. Основной недостаток предложенного в (Baumeister, Killian, 2016b) подхода заключается в необходимости определения факторов, оказывающих влияние на премию за риск. По этому поводу в работе (Baumeister, Killian, 2016a) отмечается, что «в то время как в одном исследовании применяется один набор предикторов премии за риск, иные исследования могут использовать совершенно другие объясняющие факторы». При этом Baumeister, Killian (2016a) обнаружили, что оценки премии за риск неустойчивы к изменению набора детерминантов. Кроме того, при использовании выборки малого объема едва ли удастся учесть достаточно много соответствующих факторов без существенной потери в эффективности оценок. Наконец, приведем аргумент из исследования (Pyun, 2019), в котором обсуждаются основные проблемы с подходами к оцениванию премии за риск как функции от набора экзогенных факторов. «Согласно (Henkel et al., 2011) и (Dangl, Halling, 2012) выбор предикторов премии за риск зависит от фаз делового цикла и, следовательно, может изменяться во времени, что существенно усложняет задачу оценки премии за риск на достаточно длинных временных интервалах. Также, в (Johannes et al., 2014) были найдены статистические свидетельства в пользу изменения во времени вклада объясняющих факторов в премию за риск» (Pyun, 2019). Это осложняет применение подхода (Baumeister, Killian, 2016b) на реальных данных.

С целью избежать необходимости учета экзогенных регрессоров, в настоящем исследовании предлагается использовать GARCH-М модель (Engle et al., 1987) для учета влияния премии за риск на динамику нефтяных цен. Изначально данный метод был применен Engle et al. (1987) для моделирования временной структуры процентных ставок с использованием волатильности во времени в качестве дополнительного регрессора. Таким образом, отличительной особенностью данной модели является возможность учета влияния условной волатильности на динамику основного уравнения модели. Тогда, в соответствии с классическими финансовыми теориями (Markowitz, 1952; Sharpe, 1964), волатильность является основополагающим индикатором уровня риска актива, что позволяет использовать ее в качестве прокси для премии за риск в цене производных финансовых инструментов. Преимущество предлагаемого подхода по сравнению с моделью (Baumeister, Killian, 2016a) заключается в том, что отсутствует необходимость в использовании дополнительных экзогенных регрессоров, определяющих премию за риск, поскольку она формируется эндогенно, в зависимости от волатильности актива. Таким образом, предложенный метод обеспечивает возможность учета премии за риск исключительно за счет моделирования условной волатильности, что существенно облегчает использование модели на реальных данных.

<sup>2</sup> Данные регрессоры Baumeister, Killian (2016a) выбирали, основываясь на различной литературе, посвященной изменяющейся во времени премии за риск на рынке нефтяных фьючерсов.

## 2. Методология

### 2.1. Описание данных

В качестве данных по спот цене сырой нефти используются ежемесячные цены на нефть марки Brent за период с 01.01.1996 по 01.02.2020, полученные из базы данных управления энергетической информации США (EIA)<sup>3</sup>. Более поздние периоды в данном исследовании не рассматриваются из-за наступления пандемии COVID-19.

В роли цен на фьючерсы выступают котировки однодневных фьючерсных контрактов на нефть марки Brent с 30.11.1995 по 31.12.2019 с периодичностью в один месяц, при этом используется цена закрытия торгов в последний день месяца. Данные по ценам фьючерсов были взяты из Bloomberg Terminal.

### 2.2. Параметрическая GARCH-M модель с учетом структурных сдвигов

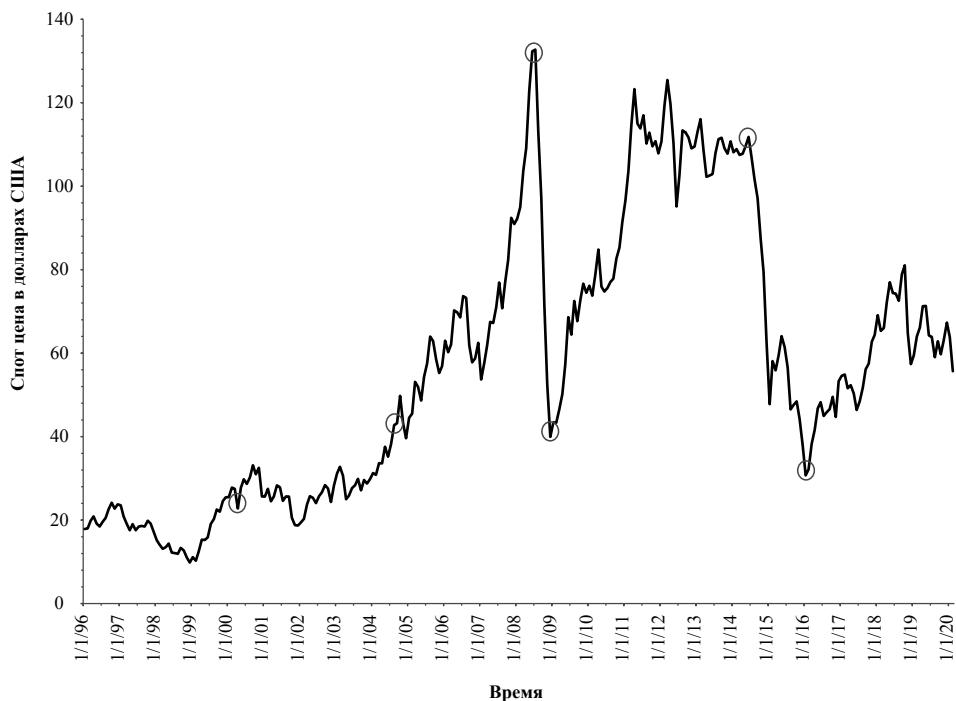
**2.2.1. Идентификация структурных сдвигов.** Ввиду того, что в данном исследовании используется выборка, охватывающая достаточно длительный промежуток времени, необходимо проанализировать наличие структурных сдвигов. Для определения точек структурных сдвигов в текущем исследовании используется модель с точкой изменения (change point model, CPM) (Hawkins, Zamba, 2005), основанная на обобщенном тесте отношения правдоподобия (general likelihood ratio).

В результате применения CPM метода на исследуемом временном ряду было идентифицировано 6 структурных сдвигов, графическое представление которых приведено на рис. 1. Видно, что предполагаемые структурные сдвиги возникают в местах, где цена на нефть испытывает либо сильные отрицательные, либо сильные положительные шоки.

Важно отметить, что данные шоки повторяют динамику различных как чисто нефтяных, так и финансовых кризисов, наблюдавшихся на данном временном промежутке, изучению которых было удалено значительное внимание в исследовании (Baumeister, Killian, 2016b). Данное наблюдение обуславливается сильной волатильностью нефти как актива: в каждый период цена подвергается изменениям в способе ее моделирования, ввиду появления таких внешних непредсказуемых факторов, как войны, финансовые и экономические кризисы, а также политические разногласия (Fan, Li, 2015). Следовательно, для корректной оценки моделей необходимо учитывать данные структурные сдвиги. При этом стоит принять во внимание малый объем используемой выборки, что осложняет учет всех идентифицированных структурных сдвигов. По этой причине в данном исследовании учитывается лишь один, наиболее значимый структурный сдвиг, возникший в результате мирового финансового кризиса в 2008 г.

**2.2.2. GARCH-M модель с возможностью учета структурных сдвигов.** Согласно (Shiller, 1979; Shiller et al., 1983; Mankiw, Lawrence, 1984; Baumeister, Killian, 2016b), моделирование цен на активы исключительно за счет учета ожиданий может быть поставлено под сомнение, поскольку не согласуется с реальными данными. В основе такого вывода лежит портфельная теория Марковица (Markowitz, 1952) и известная теория рыночного равновесия

<sup>3</sup> См. [https://www.eia.gov/dnav/pet/pet\\_pri\\_spt\\_s1\\_d.htm](https://www.eia.gov/dnav/pet/pet_pri_spt_s1_d.htm).



**Рис. 1.** Динамика спот цены на нефть марки Brent  
с выделенными точками структурных сдвигов

в условиях риска (Sharpe, 1964). В соответствии с этими теориями имеется положительная взаимосвязь между риском и доходностью актива. В свою очередь, на финансовых рынках в качестве индикатора риска обычно выступает волатильность актива, измеряемая, как правило, через стандартное отклонение доходности. Таким образом, в качестве основной гипотезы при моделировании нефтяных цен на основе ожиданий выступает предположение о том, что с ростом волатильности на рынке нефти должна также увеличиваться и премия за риск для инвестора, покупающего или продающего фьючерсные контракты на данный базисный актив.

В соответствии с подходом (Baumeister, Killian, 2016a, b; Alquist, Killian, 2010), в данном исследовании цены на фьючерсные контракты используются в качестве индикатора ожиданий участников финансового рынка. При этом учитывается наличие премии за риск, присутствующей в цене производных финансовых инструментов. Согласно (Baumeister, Killian, 2016a, b), уравнение цены  $F_t$  фьючерсного контракта на нефть с одномесячным периодом экспирации имеет следующую специфику:

$$F_t = E_t[S_{t+1}] + RP_t,$$

где  $S_{t+1}$  обозначает спот цену сырой нефти в периоде  $t+1$ , а  $RP_t$  является изменяющейся во времени премией за риск.

Из приведенной спецификации следует, что при наличии премии за риск в цене фьючерсного контракта ее необходимо удалить для выделения «чистых» ожиданий и моделирования на их основе динамики спот цены на энергоресурс. Данное исследование предлагает

использование GARCH-M модели (Engle et al., 1987) для оценки динамической премии за риск. В основе рассматриваемого подхода лежит моделирование условной волатильности с помощью GARCH процесса. При этом использование GARCH-M модели позволяет учесть влияние условной волатильности на динамику основного уравнения. Соответственно, предполагается использование показателя условной волатильности в качестве прокси для премии за риск, что согласуется с выводами классических портфельных теорий (Markowitz, 1952) и (Sharpe, 1964).

Для учета идентифицированного СРМ моделью структурного сдвига, возникшего в результате мирового финансового кризиса, в данном исследовании предлагается ввести в модель дополнительную бинарную переменную  $b_t$ , принимающую значение 0 в точках до возникновения структурного сдвига и 1 в остальные моменты времени. Отметим, что в рамках данного исследования рассматривается возможность учета влияния структурных сдвигов только на уравнение условной дисперсии, поскольку, исходя из предположений (Baumeister, Killian, 2016a), оценка коэффициента перед фьючерсными ценами должна всегда стремиться к единице вне зависимости от структурных сдвигов. Кроме того, предполагается, что вклад волатильности в премию за риск остается неизменным: премия за риск определяется исключительно динамикой условной волатильности, откуда следует возможность учета структурных сдвигов через уравнение дисперсии, задаваемое эндогенно.

Тогда спецификация рассматриваемой GARCH-M(1,1) модели с экзогенным регрессором и возможностью учета структурных сдвигов задается следующей системой уравнений<sup>4</sup>:

$$S_{t+1} = \mu + \gamma F_t + \lambda \sigma_t + \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \omega_s b_t + (\alpha + \alpha_s b_t) \varepsilon_{t-1}^2 + (\beta + \beta_s b_t) \sigma_{t-1}^2, \quad (2)$$

$$\varepsilon_t = \xi_t \sigma_t \sim N(0, \sigma_t^2), \quad (3)$$

$$\xi_t \sim \text{i.i.d. } N(0, 1), \quad t \in \{1, \dots, T\}, \quad T = 290,$$

$$b_t = \begin{cases} 0, & t < s, \\ 1, & t \geq s, \end{cases}$$

где  $s$  — момент возникновения структурного сдвига.

Заметим, что  $S_{t+1}$  и  $F_t$  являются спот и фьючерсной ценами в периодах  $t+1$  и  $t$  соответственно,  $t \in \{0, \dots, T\}$ . В качестве оцениваемых параметров модели выступают  $\mu, \gamma, \lambda, \omega, \omega_s, \alpha, \alpha_s, \beta, \beta_s$ . При этом  $\mu, \gamma, \lambda$  отвечают за динамику основного уравнения, а  $\omega, \omega_s, \alpha, \alpha_s, \beta, \beta_s$  определяют изменение условной дисперсии во времени. Шоки  $\xi$ , являются независимыми, одинаково распределенными стандартными нормальными случайными величинами. Возможность учета структурного сдвига реализуется за счет оценки дополнительных неизвестных параметров  $\omega_s, \alpha_s$  и  $\beta_s$  в уравнении (2) условной волатильности. Значения индикатора структурных сдвигов  $b_t$  предварительно определяются с помощью применения СРМ модели. Заметим, что в случае отсутствия структурных сдвигов (что равносильно равенству

<sup>4</sup> Параметры процесса GARCH-M(1,1) были выбраны с учетом минимизации информационного критерия Акаике (AIC).

нулю всех дополнительных параметров), предложенная спецификация приводится к стандартной GARCH-M модели.

Основная особенность данной модели заключается в том, что уравнение (1) для нефтяных цен содержит условную волатильность  $\sigma_t$ , в качестве объясняющей переменной. Параметр  $\lambda$  отражает вклад волатильности в формирование премии за риск, а динамика волатильности учитывается уравнениями (2) и (3).

Обычно модели семейства GARCH оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия (ММП) в предположении о нормальном распределении случайных шоков. Тогда, в силу инвариантности ММП оценок, состоятельная оценка премии за риск может быть получена как  $RP_t = \hat{\lambda}\hat{\sigma}_t$ .

В соответствии с теоретической моделью (Baumeister, Killian, 2016a) ожидается, что оценка параметра  $\lambda$  окажется отрицательной. Отрицательный знак обуславливается необходимостью удаления премии за риск из рассматриваемого фьючерсного контракта с целью выделения влияния ожиданий инвесторов на цену нефти. Отметим, что оценка коэффициента перед фьючерсными ценами  $\gamma$  должна быть близка к единице, что соответствует предположению о том, что ожидания инвесторов являются предиктором будущей спот цены на нефть при условии удаления компонента, характеризующего вклад премии за риск (Baumeister, Killian, 2016a, b).

### 2.3. Полу-непараметрическая GARCH-M-SNP модель

Стандартная процедура оценки GARCH-M модели обычно предполагает нормальное распределение случайных шоков. Поскольку параметры GARCH-M процесса оцениваются при помощи метода максимального правдоподобия, то нарушение допущения о нормальности может привести к неэффективности и, в некоторых случаях, к несостоительности оценок, полученных данным методом (Feng, Shi, 2017; Giacalone et al., 2019).

Важно отметить, что предположение о нормальности распределения шоков является достаточно жестким и зачастую может не согласовываться с реальными данными, что было показано в (Fama, 1965; Fung, Hsieh, 2000; Adcock et al., 2015). В (Kon, 1984; Badrinath, Chatterjee, 1988; Adcock et al., 2015) были найдены статистические свидетельства наличия «толстых» хвостов и скошенности распределения шоков на финансовых рынках. Кроме того, Gemmill, Saflekos (2000) эмпирически определили возможность наличия бимодальной структуры распределения, характерной для рынка в неспокойные периоды<sup>5</sup>. Для решения обозначенной проблемы в современной литературе были предложены различные подходы, ослабляющие предпосылку о нормальности распределения шоков. Так, Giacalone et al. (2019) предложили использовать обобщенное нормальное распределение (GED), а в (Feng, Shi, 2017) используется умеренное устойчивое распределение (tempered stable distribution). Кроме того, GARCH модели можно оценивать с помощью обобщенного метода моментов (GMM), позволяющего при определенных условиях получить асимптотически эффективные оценки (Skoglund, 2001).

<sup>5</sup> В частности, согласно (Gemmill, Saflekos, 2000), бимодальная структура распределения может наблюдаться во время кризисных периодов или вследствие значимых выборов представителей власти.

В данном исследовании предлагается полу-непараметрическая GARCH-M-SNP модель с целью получения состоятельных и, возможно, более эффективных оценок в случае нарушения предпосылки о нормальном распределении. Реализация рассматриваемого подхода заключается в адаптации метода аппроксимации неизвестной функции плотности (Gallant, Nychka, 1987) к GARCH-M модели.

В исследовании (Gallant, Nychka, 1987) утверждается, что широкий класс функций плотности может быть аппроксимирован с помощью эрмитовых полиномов. Случайная величина  $X$  имеет Gallant–Nychka распределение с  $K$ -й степенью полинома и вектором параметров распределения  $\eta = (1, \eta_1, \dots, \eta_K)$ , если ее функция плотности имеет следующий вид:

$$f_X(x) = \left( \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K \eta_i \eta_j M(i+j) \right)^{-1} \left( 1 + \eta_1 x + \eta_2 x^2 + \dots + \eta_K x^K \right)^2 \varphi(x),$$

где  $\varphi(x)$  и  $M(i+j)$  являются функцией плотности и  $(i+j)$ -м моментом стандартного нормального распределения соответственно. В рамках GARCH-M-SNP модели предполагается, что шоки  $\xi_t$  имеют стандартизированное Gallant–Nychka распределение с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, что достигается за счет афинного преобразования  $\xi_t = (X - E[X]) / \sqrt{\text{Var}(X)}$ . Функция квази-правдоподобия максимизируется при соответствующем предположении о распределении стандартизированных шоков, при этом оптимальная степень полинома  $K$  может быть подобрана с использованием информационного критерия Акаике (Gallant, Nychka, 1987). Отметим, что при  $\eta_1 = \dots = \eta_K = 0$  предлагаемая полу-непараметрическая модель сводится к обычной GARCH-M модели со стандартными нормальными шоками.

### 3. Эконометрический анализ

Данное исследование включает в себя оценивание и сравнение полученных результатов для четырех различных моделей:

- параметрическая GARCH(1,1);
- параметрическая GARCH-M(1,1);
- параметрическая GARCH-M-S(1,1) с учетом структурного сдвига;
- полу-непараметрическая GARCH-M-S-SNP(1,1) с полиномом третьей степени<sup>6</sup> и учетом структурного сдвига.

В таблице 1 приведены результаты оценки всех рассматриваемых моделей, а также значения информационного критерия Акаике (AIC) с целью сравнения их качества.

Исходя из представленных в табл. 1 результатов найдены статистические свидетельства в пользу необходимости учета структурного сдвига. Такой вывод следует из того, что как в параметрической, так и в полу-непараметрической спецификациях коэффициенты  $\alpha_s$  и  $\beta_s$  оказались значимо отличны от нуля (на любом разумном уровне значимости). Кроме того,

<sup>6</sup> Значение степеней полиномов было выбрано исходя из минимизации информационного критерия AIC среди степеней от 1 до 8.

**Таблица 1.** Результаты оценивания рассматриваемых моделей

	GARCH	GARCH-M	GARCH-M-S	GARCH-M-S-SNP
$\hat{\mu}$	0.595** (0.203)	1.206* (0.568)	0.715*** (0.134)	0.794*** (0.126)
$\hat{\alpha}$	0.306*** (0.004)	0.322*** (0.005)	0.105*** (0.002)	0.111*** (0.002)
$\hat{\beta}$	0.649*** (0.004)	0.624*** (0.005)	0.894*** (0.003)	0.888*** (0.0024)
$\hat{\omega}$	1.818 (0.933)	2.264* (1.132)	0.00887 (0.00786)	0.00799 (0.00948)
$\hat{\gamma}$	0.985*** (0.00005)	0.991*** (0.00008)	1.003*** (0.0002)	1.002*** (0.0003)
$\hat{\lambda}$		-0.174*** (0.035)	-0.206*** (0.040)	-0.228*** (0.043)
$\hat{\omega}_s$			17.886 (43.083)	19.293 (61.314)
$\hat{\alpha}_s$			0.521*** (0.049)	0.484*** (0.051)
$\hat{\beta}_s$			-0.693*** (0.022)	-0.691*** (0.025)
AIC	1844.2	1845.5	1831.1	1834.0

Примечание. \*\*\* —  $p < 0.01$ , \*\* —  $p < 0.05$ , \* —  $p < 0.1$ , в скобках указаны оценки стандартных ошибок. Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов была получена применением метода внешнего произведения градиента (gradient outer product).

для моделей, учитывающих структурный сдвиг, наблюдается более низкое значение информационного критерия Акаике.

Значимо отличное от нуля отрицательное значение параметра  $\lambda$  говорит о необходимости учета премии за риск при рассмотрении цен фьючерсных контрактов в качестве индикатора ожиданий агентов. Таким образом, для использования фьючерсных цен в роли прокси для ожиданий необходимо вычесть из этих цен премию за риск, присутствующую в цене производных финансовых инструментов, что согласуется с концепцией (Baumeister, Killian, 2016a, b). Кроме того, важно отметить близкое к единице значение оценки параметра  $\gamma$  перед ценами на фьючерсные контракты, что согласуется с выводами работ (Baumeister, Killian, 2016a; Hamilton, Wu, 2014) о том, что фьючерсные цены являются хорошим индикатором ожиданий при условии исключения из них премии за риск.

Наконец, проанализируем результаты оценки полу-непараметрической GARCH-M-SNP модели. Значение информационного критерия Акаике является более высоким для GARCH-M-SNP модели по сравнению с параметрическим аналогом, что говорит о преимуществе параметрического подхода. При этом также заметим, что оценки параметров остались близкими. Подобные наблюдения косвенно свидетельствуют в пользу предположения о нормальности распределения шоков, при котором параметрическая спецификация дает более эффективные оценки по сравнению с полу-непараметрической моделью. Однако важно отметить достаточно малый объем выборки, в то время как полу-непараметрические методы оценивания, как правило, становятся более эффективными с ростом числа наблюдений.

Поэтому в дальнейших исследованиях представляет интерес использование GARCH-M-SNP модели на выборках больших объемов, что, возможно, позволит показать преимущество полу-непараметрического подхода.

## Заключение

В настоящем исследовании рассмотрен механизм ценообразования на рынке сырой нефти, обусловленный как ожиданиями инвесторов, так и премией за риск. С использованием опыта предшествовавших исследований, в качестве индикатора ожиданий инвесторов были выбраны цены на нефтяные фьючерсы (Alquist, Killian, 2010; Baumeister, Killian, 2016a, b). При этом отличительной особенностью данного исследования является использование в качестве фактора, определяющего премию за риск, показателя волатильности нефтяных цен, учитываемого в эмпирической части исследования с помощью как параметрической GARCH-M модели, так и разработанной полу-непараметрической спецификации. Подобный подход к учету влияния премии за риск на цены продемонстрировал эффективность в исследованиях (Shiller, 1979; Shiller et al., 1983; Mankiw, Lawrence, 1984), однако при моделировании динамики нефтяных цен с использованием цен фьючерсных контрактов применяется впервые. Кроме того, в работе была представлена спецификация GARCH-M модели с переключением с целью возможности учета структурного сдвига, определенного за счет применения модели с точкой изменения (CPM) (Hawkins, Zamba, 2005). Подобный подход позволил учесть дифференциацию механизмов ценообразования энергоресурса в результате мирового финансового кризиса 2008 г.

Помимо этого, в данном исследовании разработана полу-непараметрическая адаптация GARCH-M модели, основанная на применении метода аппроксимации неизвестной функции плотности (Gallant, Nychka, 1987). Представленный метод обеспечивает более гибкую процедуру оценки неизвестных параметров за счет ослабления жесткой предпосылки о нормальном распределении случайных шоков. С помощью данной процедуры могут быть получены более эффективные и состоятельные оценки параметров при нарушении предпосылки о нормальности.

В результате проведения эконометрического анализа были получены статистические свидетельства в пользу необходимости учета структурных сдвигов при моделировании динамики нефтяных цен с помощью GARCH-M модели. Таким образом, представленная GARCH-M-S модель с переключением продемонстрировала преимущество относительно использования классической спецификации. Наиболее важным выводом исследования является полученная значимая отрицательная оценка премии за риск, что согласуется с концепцией (Baumeister, Killian, 2016a, b). Данное наблюдение свидетельствует о том, что цены на фьючерсные контракты являются индикатором ожиданий агентов и детерминантой будущих спот цен на нефть при условии исключения из них премии за риск.

Наконец отметим, что применение полу-непараметрической GARCH-M-S-SNP модели не привело к увеличению качества модели в сравнении с параметрической спецификацией. Данный вывод косвенно свидетельствует в пользу сохранения предпосылки о нормальности распределения случайных шоков, за счет чего параметрический подход смог обеспечить более эффективные оценки. Однако необходимо принять во внимание факт использования выборки достаточно малого объема, в то время как полу-непараметрические методы

оценки демонстрируют свое преимущество с ростом числа наблюдений, что дает основания для применения полу-непараметрической GARCH-M-SNP модели на данных, охватывающих более длительные временные периоды.

**Благодарности.** Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (РНФ), проект 21-18-00427.

### Список литературы

- Adcock C., Loperfido N., Eling M. (2015). Skewed distributions in finance and actuarial science: A review. *The European Journal of Finance*, 12 (13–14), 1253–1281.
- Alquist R., Killian L. (2010). What do we learn from the price of crude oil futures? *Journal of Applied Econometrics*, 25 (4), 539–573.
- Badrinath S., Chatterjee S. (1988). On measuring skewness and elongation in common stock return distributions: The case of the market index. *The Journal of Business*, 61 (4), 451–472.
- Baumeister C., Killian L. (2016a). A general approach to recovering market expectations from futures prices with an application to crude oil. *CESifo Working Paper Series* No. 5782.
- Baumeister C., Killian L. (2016b). Forty years of oil price fluctuations: Why the price of oil may still surprise us? *Journal of Economic Perspectives*, 30 (1), 139–160.
- Dangl T., Halling M. (2012). Predictive regressions with time-varying coefficients. *Journal of Financial Economics*, 106 (1), 157–181.
- Engle R., Lilien D., Robins R. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. *Econometrica*, 55 (2), 391–407.
- Fama E. (1965). The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business*, 38 (1), 34–105.
- Fan L., Li H. (2015). Volatility analysis and forecasting models of crude oil prices: A review. *International Journal of Global Energy Issues*, 38 (1/2/3), 5–17.
- Feng L., Shi Y. (2017). A simulation study on the distributions of disturbances in the GARCH model. *Cogent Economics & Finance*, 5 (1).
- Fung W., Hsieh D. (2000). Performance characteristics of hedge funds and commodity funds: Natural vs. spurious biases. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35 (3), 291–307.
- Gallant A., Nychka D. (1987). Semi-nonparametric maximum likelihood estimation. *Econometrica*, 55 (2), 363–390.
- Gemmill G., Saflekos A. (2000). How useful are implied distributions? Evidence from stock-index options. *The Journal of Derivatives*, 7 (3), 83–98.
- Giacalone M., Mattera R., Paolo C. (2019). Improving volatility forecasts with GED-GARCH model: Evidence from U.S. stock market. *The Empirical Economics Letters*, 18 (7), 785–791.
- Granger C. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37 (3), 424–438.
- Hamilton J., Wu J. (2014). Risk premia in crude oil futures prices. *Journal of International Money and Finance*, 42, 9–37.
- Hawkins D., Zamba K. (2005). Statistical process control for shifts in mean or variance using a change-point formulation. *Technometrics*, 47 (2), 164–173.
- Henkel S., Martin J., Nardari F. (2011). Time-varying short-horizon predictability. *Journal of Financial Economics*, 99 (3), 560–580.

- Johannes M., Korteweg A., Polson N. (2014). Sequential learning, predictability, and optimal portfolio returns. *Journal of Finance*, 69 (2), 611–644.
- Kon S. (1984). Models of stock returns — A comparison. *The Journal of Finance*, 39 (1), 147–165.
- Mankiw N., Lawrence H. (1984). Do long-term interest rates overreact to short-term interest rates? *Brookings Papers on Economic Activity*, 15 (1), 223–248.
- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91.
- Pyun S. (2019). Variance risk in aggregate stock returns and time-varying return predictability. *Journal of Financial Economics*, 132 (1), 150–174.
- Sharpe W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19 (3), 425–442.
- Shiller R. (1979). The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure. *Journal of Political Economy*, 87 (6), 1190–1219.
- Shiller R., Campbell J., Schoenholtz K. (1983). Forward rates and future policy: Interpreting the term structure of interest rates. *Brookings Papers on Economic Activity*, 14 (1), 173–224.
- Skoglund J. (2001). A simple efficient GMM estimator of GARCH models. *SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance*, 434.

Поступила в редакцию 17.05.2021;  
принята в печать 05.08.2021.

---

Potanin B. S., Trifonov Ju. S. The influence of investors' expectations on oil prices. *Applied Econometrics*, 2021, v. 63, pp. 76–90.

DOI: 10.22394/1993-7601-2021-63-76-90

---

### **Bogdan Potanin**

HSE University, Moscow, Russian Federation;  
bogdanpotanin@gmail.com

### **Juri Trifonov**

HSE University, Moscow, Russian Federation;  
jutrif98@gmail.com

## **The influence of investors' expectations on oil prices**

This study applies various modifications of the GARCH-M process to model oil prices considering both the expectations of the investors and the risk premium. Futures contracts prices and volatility are used as a proxy for investors' expectations and risk premium correspondingly. The advantage of the proposed approach is that the risk premium is modeled without accounting for exogenous factors, the selection of which, based on the literature, may be complicated. The results of the econometric analysis provide statistical evidence that volatility has a significant effect on the oil price, which justifies the usage of volatility as an indicator of the risk premium in the futures prices.

**Keywords:** oil pricing; agents' expectations; futures contracts; endogenous volatility; risk premium; GARCH-M; structural breaks; semi-nonparametric methods.

**JEL classification:** C58; Q47; G17.

**Acknowledgments.** The work is done under the support of Russian Science Foundation project 21-18-00427.

## References

- Adcock C., Loperfido N., Eling M. (2015). Skewed distributions in finance and actuarial science: A review. *The European Journal of Finance*, 12 (13–14), 1253–1281.
- Alquist R., Killian L. (2010). What do we learn from the price of crude oil futures? *Journal of Applied Econometrics*, 25 (4), 539–573.
- Badrinath S., Chatterjee S. (1988). On measuring skewness and elongation in common stock return distributions: The case of the market index. *The Journal of Business*, 61 (4), 451–472.
- Baumeister C., Killian L. (2016a). A general approach to recovering market expectations from futures prices with an application to crude oil. *CESifo Working Paper Series* No. 5782.
- Baumeister C., Killian L. (2016b). Forty years of oil price fluctuations: Why the price of oil may still surprise us? *Journal of Economic Perspectives*, 30 (1), 139–160.
- Dangl T., Halling M. (2012). Predictive regressions with time-varying coefficients. *Journal of Financial Economics*, 106 (1), 157–181.
- Engle R., Lilien D., Robins R. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. *Econometrica*, 55 (2), 391–407.
- Fama E. (1965). The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business*, 38 (1), 34–105.
- Fan L., Li H. (2015). Volatility analysis and forecasting models of crude oil prices: A review. *International Journal of Global Energy Issues*, 38 (1/2/3), 5–17.
- Feng L., Shi Y. (2017). A simulation study on the distributions of disturbances in the GARCH model. *Cogent Economics & Finance*, 5 (1).
- Fung W., Hsieh D. (2000). Performance characteristics of hedge funds and commodity funds: Natural vs. spurious biases. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35 (3), 291–307.
- Gallant A., Nychka D. (1987). Semi-nonparametric maximum likelihood estimation. *Econometrica*, 55 (2), 363–390.
- Gemmill G., Saflekos A. (2000). How useful are implied distributions? Evidence from stock-index options. *The Journal of Derivatives*, 7 (3), 83–98.
- Giacalone M., Mattera R., Paolo C. (2019). Improving volatility forecasts with GED-GARCH model: Evidence from U.S. stock market. *The Empirical Economics Letters*, 18 (7), 785–791.
- Granger C. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37 (3), 424–438.
- Hamilton J., Wu J. (2014). Risk premia in crude oil futures prices. *Journal of International Money and Finance*, 42, 9–37.
- Hawkins D., Zamba K. (2005). Statistical process control for shifts in mean or variance using a change-point formulation. *Technometrics*, 47 (2), 164–173.
- Henkel S., Martin J., Nardari F. (2011). Time-varying short-horizon predictability. *Journal of Financial Economics*, 99 (3), 560–580.
- Johannes M., Korteweg A., Polson N. (2014). Sequential learning, predictability, and optimal portfolio returns. *Journal of Finance*, 69 (2), 611–644.
- Kon S. (1984). Models of stock returns — A comparison. *The Journal of Finance*, 39 (1), 147–165.
- Mankiw N., Lawrence H. (1984). Do long-term interest rates overreact to short-term interest rates? *Brookings Papers on Economic Activity*, 15 (1), 223–248.

- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91.
- Pyun S. (2019). Variance risk in aggregate stock returns and time-varying return predictability. *Journal of Financial Economics*, 132 (1), 150–174.
- Sharpe W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19 (3), 425–442.
- Shiller R. (1979). The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure. *Journal of Political Economy*, 87 (6), 1190–1219.
- Shiller R., Campbell J., Schoenholtz K. (1983). Forward rates and future policy: Interpreting the term structure of interest rates. *Brookings Papers on Economic Activity*, 14 (1), 173–224.
- Skoglund J. (2001). A simple efficient GMM estimator of GARCH models. *SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance*, 434.

*Received 17.05.2021; accepted 05.08.2021.*