

Прикладная эконометрика, 2021, т. 64, с. 5–22.

Applied Econometrics, 2021, v. 64, pp. 5–22.

DOI: 10.22394/1993-7601-2021-64-5-22

А. М. Кириллов¹

Исследование пространственной автокорреляции: случай российской региональной инфляции

С применением статистики APLE (approximate profile likelihood estimator) тестируется гипотеза о существовании пространственной автокорреляции инфляционных процессов в регионах России. Обосновывается использование APLE в качестве альтернативы индексу Морана. Применяемые показатели модифицированы для панельной структуры данных. Используются временные ряды индекса потребительских цен продовольственных, непродовольственных товаров, услуг и совокупной потребительской корзины. Гипотеза о существовании пространственной автокорреляции региональных инфляционных процессов подтверждается на горизонте исследования.

Ключевые слова: региональная инфляция; индексы потребительских цен; пространственная автокорреляция; APLE; индекс Морана; регионы России.

JEL classification: C21.

Введение

Инфляция является одной из ключевых тем макроэкономического анализа в силу своего влияния на поведение экономических агентов — работодателей, работников, инвесторов. В первом случае это происходит через затраты на производство, во втором — через реальный доход, реальную заработную плату, а в третьем — через реальную доходность вложений. Влияние инфляции на экономику обычно находится в непосредственном фокусе внимания монетарных властей, а их усилия, направленные на борьбу с инфляцией, стабилизацию ее уровня в пределах умеренных значений и минимизацию последствий реализующихся инфляционных шоков, формируют благоприятную среду для долгосрочного планирования экономическими агентами своей деятельности и принятия решений. Так, большинство центральных банков мира в качестве претворяемой в жизнь кредитно-денежной политики используют инфляционное таргетирование (Юдаева, 2014). Центральный Банк России не является исключением из правил: с 2014 г. он осуществляет таргетирование уровня инфляции, выраженного количественно индексом *потребительских цен* (ИПЦ), в соответствии с целевым значением 4% в годовом выражении.

В отечественной литературе есть две пересекающиеся области, связанные с вопросом инфляции: изучение детерминант инфляционного процесса и его прогнозирование. Например, в работах (Кудрин, 2007, 2009) анализируется историческая динамика инфляции в России

¹ Кириллов Андрей Михайлович — АО «АЛЬФА-БАНК»; akirillov@nes.ru, amkirillov@alfabank.ru

на национальном уровне и исследуются объясняющие ее факторы: монетарные, фискальные, валютный курс, цены на энергоносители и др. Работа (Baybuza, 2018) сконцентрирована на проблеме прогнозирования общероссийской инфляции с применением методов машинного обучения, позволяющих работать с внушительным множеством потенциальных объясняющих факторов, существенное количество которых может быть множеством мультиколлинеарных переменных, что потенциально снижает эффективность эконометрических техник.

В указанных выше работах общенациональная инфляция рассматривается на макроуровне, т. е. в качестве некоего совокупного на уровне всей национальной экономики процесса, который можно объяснить факторами, наблюдаемыми на том же уровне агрегации. Альтернативно инфляцию на национальном уровне можно рассматривать в качестве интегрального продукта инфляционных процессов, протекающих в региональных экономиках, формирующих единую национальную экономику. Отметим несколько важных эмпирических работ, в которых авторы рассматривают вопрос российской региональной инфляции, а именно (Айвазян и др., 2016; Цыплаков, 2000). В данных работах авторы концентрируют свое внимание на динамике инфляционных процессов, протекающих в российских локалитетах (регионах) разного типа (субъекты федерации, федеральные округа), и на объясняющих их факторах. В указанных работах региональные инфляционные процессы рассматриваются и моделируются как изолированные процессы, без предположения о потенциальной зависимости инфляции одного локалитета от инфляции или объясняющих переменных других локалитетов. Однако, так как региональные экономики не являются замкнутыми, а обладают разветвленной сетью торгово-экономических связей, их инфляционные процессы могут зависеть друг от друга, обладать *пространственной зависимостью*, как напрямую через цепочки взаимных торговых связей, так и опосредованно через связи с посредниками. В свою очередь, это может обуславливать ситуацию, когда ускорение темпа роста цен, регистрируемое в одном регионе и произошедшее в силу изменения в нем объясняющего инфляционный процесс фактора, может привести к форсированному росту цен, наблюдаемому в других регионах (как в регионах-соседах, так и в удаленных друг от друга географически, в том числе существенно). Тем самым в системе региональных инфляционных процессов может наблюдаться как *прямой* эффект от изменения детерминанты инфляционного процесса в конкретном регионе (источнике шока), выраженный в виде повышения в нем темпов инфляции, так и *косвенный эффект* (*spillover effect*), выраженный в ускоренном росте цен в других регионах системы.

Для полноты обзора стоит упомянуть ряд работ, в которых поднимается проблема пространственной зависимости региональных инфляционных процессов. В (Кириллов, Суляндзига, 2015) представлена математическая модель пространственной зависимости инфляционных процессов в общем виде для произвольного множества локалитетов. Результаты эмпирических исследований с применением методов пространственной эконометрики, направленных на изучение пространственной зависимости индексов потребительских цен (ИПЦ) группы регионов, входящих в Приволжский федеральный округ, и ИПЦ корзины продовольственных товаров регионов, представляющих все федеральные округа России, приведены, соответственно, в работах (Тимирьянова, 2017) и (Кириллов, 2017).

Дополнительно стоит отметить, что ряд авторов проводили исследования пространственных связей розничных цен на сельскохозяйственные товары (Fackler, Goodwin, 2001) и пространственной интеграции региональных рынков российского экономического пространства (Gluschenko, 2016; Глущенко, 2010, 2007). В работах Глущенко в качестве критериев

интегрированности принимается соблюдение «закона единой цены» на соответствующих рынках (методологический аспект проверки соблюдения данного закона существенно проработан в указанных работах). Основным результатом данных исследований является вывод о взаимной обусловленности динамики региональных уровней цен: для большинства рассмотренных в исследовании пар российских регионов наблюдаемая динамика уровней цен проходит тест Грэнджера на причинно-следственную связь, что интерпретируется как наличие пространственных связей между ними.

Пространственная зависимость и порождаемые ею эффекты, являясь объектом исследовательского интереса, подлежат количественному измерению и тестированию на статистическую значимость. Целью данной работы является выявление и количественная оценка частного случая пространственной зависимости — *пространственной автокорреляции* региональных индексов потребительских цен продовольственных и непродовольственных товаров, услуг и их совокупности (полной потребительской корзины) на горизонте с 2002 по 2019 г. Для достижения данной цели используются два показателя: 1) индекс Морана (*Moran's I*, *MI*); 2) статистика *APLE* (*approximate profile likelihood estimator*).

Несмотря на критику, индекс Морана является одним из наиболее часто используемых статистических показателей для количественной оценки и тестирования значимости пространственной зависимости в общем виде. В работе (Иванова, 2014) *MI* используется в качестве меры пространственной автокорреляции, хотя этот показатель, строго говоря, не является мерой данного типа пространственной зависимости. По мнению автора, для исследования пространственной автокорреляции *MI* может применяться только в качестве дополнительного показателя, а в качестве основного показателя должна выступать статистика *APLE*, которая по построению является мерой пространственной автокорреляции, однако на сегодняшний день не имеет широкого распространения в пространственном анализе.

Обозначенные показатели и их свойства обсуждаются далее в настоящей работе, структурированной следующим образом. В первой части обсуждаются показатели *APLE*, *MI* и подходы к тестированию их статистической значимости. Указанные показатели модифицируются для панельной структуры данных и применяются в эмпирическом анализе, что можно рассматривать в качестве научной новизны, т. к. на текущий момент автору не известны случаи использования в пространственном анализе указанных показателей, модифицированных для панельной структуры данных. В настоящем исследовании применяются статистические тесты, основанные на псевдораспределениях упомянутых показателей, а именно «перестановочные» и «симуляционные» (Монте-Карло), которые также сформулированы для панельных данных. Также приводятся результаты исследования мощности применяемого в работе перестановочного теста с матрицами пространственных весов, которые сформированы для российского географического пространства. Во второй части описывается эмпирическая стратегия, и указанные статистики применяются к панели российских региональных индексов потребительских цен за период с 2002 по 2019 г.

1. Пространственная автокорреляция и способы ее измерения

Отправной точкой пространственного анализа является феномен пространственной зависимости. Говорят, что множество распределенных в пространстве случайных величин (*spatial random field*, *SRF* или *spatial random vector*, *SRV* (Arbia, 2006)) $\mathcal{Z} = \{Z(i, t) | i \in I, t \in T\}$

(где $Z(i, t)$ представляет собой случайную величину, наблюдаемую в локалитете i в момент времени t , а $I = \{1, \dots, N\}$ и $T = \{1, \dots, T\}$ являются множествами индексов локалитетов и периодов времени соответственно) обладает пространственной зависимостью, если для любого $t \in T$:

$$P_{t-1}(\{Z(i, t) < z(i, t) | i \in I\}) \neq \prod_{i \in I} P_{t-1}(Z(i, t) < z(i, t)), \quad (1)$$

где $P_{t-1}(\cdot)$ — условная вероятность при фиксированной «истории» до момента t , а $z(i, t)$ является реализацией случайной величины $Z(i, t)$.

Однако работа с указанным определением представляется практически невозможной, т. к. требует информации относительно совместного распределения элементов SRF, которой обычно не хватает. Более значимым в практическом отношении является определение пространственной зависимости в терминах *пространственной автокорреляции*, что подразумевает сведение зависимости к ее частной форме: наличие пространственной автокорреляции элементов SRF является синонимом их пространственной зависимости. При этом наличие пространственной автокорреляции определяется в терминах ковариации (Anselin, 2013) следующим образом: $\text{cov}(Z(i, t); Z(j, t)) \neq 0, \forall i, j \in I, i \neq j, t \in T$.

Работа с объектами SRF подразумевает определение «близости» элементов данного множества, которая может определяться географическими, экономическими, социальными или иными подходящими для целей исследования факторами. В пространственном анализе наиболее часто метрика близости задается как убывающая функция от физического расстояния между парой элементов исследуемого множества или в терминах их смежности (общей границы), что отражает следующую идею: чем ближе географически (физически) объекты друг к другу, тем более вероятны взаимодействия между ними.

Таким образом, ковариационную матрицу вектора Z распределенных в пространстве случайных величин размерности $N \times 1$ можно параметризовать в общем виде с учетом структуры близости (connectivity structure) его элементов: $\Sigma(Z) = f(W, \delta)$, где $\Sigma(Z)$ обозначает ковариационную матрицу размера $N \times N$, $f(\cdot; \cdot)$ является матричной функцией от матрицы $W = \{w_{ij}\}$ размерности $N \times N$ и $M \times 1$ вектора дополнительных параметров δ . Вещественное число $w_{ij} \geq 0$ ($w_{ii} = 0$), $i, j \in I$ задает количественную меру близости пары элементов i и j , а сама матрица W представляет собой *матрицу пространственных весов* или *структуры пространственных связей*.

Оборотная сторона рассмотренной параметризации заключается в том, что для N наблюдаемых в момент времени t значений элементов SRV требуется оценить N^2 элементов ковариационной матрицы $\Sigma(Z)$, что затруднительно без использования ее упрощенного функционального представления (Anselin, 2013):

$$\Sigma(Z) = (I_N - g(W))^{-1} \Omega [(I_N - g(W))^{-1}]', \quad (2)$$

где I_N — единичная матрица размера $N \times N$, $g(W)$ — матричная функция от пространственных связей, а Ω — ковариационная матрица стохастического компонента, отражающего влияние всех не включенных в модель факторов. Приведенная спецификация наиболее часто применяется в пространственном анализе с $\Omega = \sigma^2 I$ и $g(W) = \rho W$ (при этом $\delta = (\sigma^2; \rho)'$), а случайный пространственный процесс (SRF) представляется в виде процесса *пространственной авторегрессии* (spatial autoregression, SAR):

$$Z - m = \rho W(Z - m) + \varepsilon. \quad (3)$$

Здесь m является вектором ожидаемых значений SRV, скаляр ρ лежит между величинами $1/\lambda_{\min}$ и $1/\lambda_{\max}$ ($\lambda_{\min}$ и $\lambda_{\max}$ обозначают минимальное и максимальное собственные числа матрицы пространственных весов W соответственно) и является параметром пространственной автокорреляции, $W(Z - m)$ является *пространственным лагом*, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ рассматривается как стохастический компонент, отражающий влияние неучтенных объясняющих факторов. При работе с реализовавшимися в момент времени t значениями (конкретной пространственной выборкой на дату t) $Z - m$ заменяется на вектор центрированных наблюдений $Z_t = \{z(i, t) - \bar{z}, i = 1, \dots, N\}$, где $\bar{z}$ является выборочным средним для N наблюдаемых значений SRV, а $z(i, t)$ представляет собой i -е наблюдение данного вектора:

$$Z_t = \rho W Z_t + \varepsilon. \quad (4)$$

Параметр $\rho > 0$ является количественной оценкой силы и степени *положительной* пространственной автокорреляции, т. е. ситуации, при которой объекты SRV с реализовавшимися *схожими* значениями отклонений от выборочного среднего (с учетом знаков) имеют тенденцию к кластеризации: положительные — к положительным, отрицательные — к отрицательным. Альтернативно, в терминах модели (4), $\rho < 0$ отождествляется с *отрицательной* пространственной автокорреляцией. Однако сама возможность существования *отрицательной* пространственной автокорреляции не имеет четкого теоретического обоснования (Griffith, 2006).

При работе с конкретной пространственной выборкой первостепенным является вопрос о наличии *положительной* пространственной автокорреляции среди наблюдаемых значений данного множества. Выявление и тестирование статистической значимости пространственной автокорреляции может осуществляться как эконометрическими методами, так и с использованием ряда статистик (показателей), таких как индекс Морана (*Moran's I, MI*), *APLE*, индекс Гири (*Geary's C, GC*) и др. Отличие двух подходов заключается прежде всего в том, что результат, получаемый при применении эконометрического подхода, не имеет аналитической формы записи (т. е. является численным решением оптимизационной задачи), в то время как указанные показатели являются формулами, возвращающими результат измерения.

Наиболее часто применяемым в пространственном анализе показателем является индекс Морана. Данная статистика используется и в настоящей работе, в отличие от ее «антипода» — индекса Гири. *MI* и *GC* по построению противоположны друг другу — *MI* измеряет степень схожести данных, в то время как *GC* измеряет степень их различия. Преимуществом статистики *MI* является возможность ее аналитической записи:

$$MI = \frac{N}{1'_N W 1_N} \cdot \frac{Z'_t W Z_t}{Z'_t Z_t}, \quad (5)$$

где 1_N — вектор размера $N \times 1$, состоящий из единиц. Применение статистики *MI* имеет два аспекта. С одной стороны, использование *MI* подразумевает, что процесс генерации реализовавшихся данных задается моделью вида $WZ_t = \theta Z_t + \xi$, которая не эквивалентна SAR модели (4). С этой точки зрения *MI* не является оценкой параметра пространственной автокорреляции ρ (и его использование в данной роли некорректно), а является величиной,

пропорциональной МНК-оценке параметра θ , т. е. показателем пространственной зависимости в другой форме, отличной от автокорреляции. С другой стороны, показатель MI может в определенных случаях рассматриваться в качестве теста на статистическую значимость пространственной автокорреляции (Cliff, Ord, 1972, 1973, 1981; Burridge, 1980).

Разумной альтернативой индексу Морана является статистика $APLE$ (approximate profile likelihood estimator), предложенная и развитая в работах (Li et al., 2007, 2012). $APLE$ представляется собой аппроксимацию MLE оценки параметра ρ модели (4) в предположении, что истинное значение оцениваемого параметра лежит в окрестности нуля:

$$APLE_t = \frac{Z_t' W Z_t}{(W Z_t)' W Z_t + (\lambda' \lambda / N) Z_t' Z_t}, \quad (6)$$

где λ обозначает вектор собственных чисел матрицы W . Несомненным преимуществом $APLE$ в сравнении с MI является то, что ее значение непосредственно представляет собой оценку пространственной автокорреляции (т. е. пространственной зависимости, параметризованной моделью (4)), в то время как MI не может интерпретироваться таким же образом, а служит индикатором пространственной зависимости в другом виде (как описано выше). Уникальным свойством статистики $APLE$, продемонстрированным ее авторами в рамках Монте-Карло экспериментов, является способность данного показателя весьма точно приближать истинное значение параметра ρ (Li et al., 2007). Дополнительным свойством данной статистики является ее эквивалентность LM тесту в случае тестируемой гипотезы $\rho = \rho_0$, где ρ_0 не обязательно равно нулю.

В эмпирической части работы применяются статистики MI и $APLE$, предварительно модифицированные на случай панельных данных. Преимущества использования панельных данных для задач настоящей работы обсуждаются в следующем разделе.

2. Данные и эмпирическая стратегия

Выше было отмечено, что российское экономическое пространство сформировано открытыми региональными рынками, осуществляющими между собой взаимодействия экономической природы и, следовательно, обладающими цепочками прямых и опосредованных торговых связей. Поэтому инфляционный процесс конкретного российского региона не в полной мере автономен, а подвержен воздействиям со стороны инфляционных процессов других регионов. Это можно описать следующим образом: инфляция одного региона «экспортируется» в другой регион (другие регионы) посредством торговых операций, осуществляемых на взаимодействующих региональных рынках, при этом изначально она может содержать в себе часть инфляции, импортированную ранее из «третьих» регионов. Поскольку сила пространственных связей предполагается более существенной для более близких (в географическом отношении) регионов, то наиболее ожидаемым проявлением пространственной зависимости региональных инфляционных процессов будет наличие их положительной пространственной автокорреляции, т. е. такого пространственного распределения, при котором регионы с более высокими (относительно общего среднего уровня) темпами инфляции «окружены» регионами с сопоставимыми уровнями цен. Описанное в полной мере справедливо для России, как совокупности открытых рынков в едином экономическом пространстве,

поэтому вполне обоснованной представляется постановка и тестирование гипотезы о наличии *положительной* пространственной автокорреляции между инфляционными процессами российских регионов.

В данной работе рассматривается период 2002–2019 гг. В этом временном диапазоне в России осуществлялось развитие транспортной инфраструктуры и логистики (строительство новых, в том числе скоростных, платных автомобильных дорог, модернизация путей и транспорта железнодорожного сообщения, развитие сети авиационного сообщения), развивались кооперация и взаимодействие между регионами, формировались крупные торговые сети, изменялись внешние условия (рост и падение цен на нефть, газ, введение внешних санкций и контрсанкций). Указанные факторы оказывают влияние на тесноту пространственных связей между регионами и их рынками. По этой причине зависимости инфляционных процессов за указанный период ожидаемо могут изменяться год от года, что выражается в нестабильности показателей пространственной зависимости и их статистической значимости при соответствующем тестировании. Использование панельных данных в поставленной задаче позволяет избежать этой проблемы и оценить усредненный уровень пространственной автокорреляции за выбранный период.

В качестве количественной меры инфляции используются ежегодные значения *индексов потребительских цен* (ИПЦ), рассчитанные для субъектов Российской Федерации, для следующих наборов (групп) товаров и услуг:

- 1) все товары и услуги (общая инфляция, *Группа А*);
- 2) продовольственные товары (инфляция цен на продовольственные товары, *Группа В*);
- 3) непродовольственные товары (инфляция цен на непродовольственные товары, *Группа С*);
- 4) услуги (инфляция цен на услуги, *Группа D*).

Ряды данных сформированы за период с 2002 по 2019 г. (включительно) для 79 регионов РФ. Исключены из анализа по причине недостаточной глубины рядов данных Республика Крым, Севастополь, Республика Чечня; по причине трудности параметризации пространственных связей в силу изолированности — Калининградская область, Республика Адыгея и Чукотский автономный округ.

Для каждого типа ИПЦ данные организованы в панельную структуру и центрированы, что с практической точки зрения означает исключение трендовой компоненты в наблюдаемых данных:

$$X = \left(\left(x_{i,2002} - \frac{1}{79} \sum_{i=1}^{79} x_{i,2002} \right) \dots \left(x_{i,2019} - \frac{1}{79} \sum_{i=1}^{79} x_{i,2019} \right) \right)'.$$

Структура пространственных связей задается двумя типами матриц пространственных весов: 1) матрица обратных расстояний с порогом; 2) матрица смежности. В первом случае сила пространственной связи w_{ij} между парой регионов i и j определяется следующим образом: $w_{ij} = 1/d_{ij}$, если $d_{ij} \leq \bar{d}$, иначе $w_{ij} = 0$, где d_{ij} обозначает кратчайшее расстояние между административными центрами регионов (измеренное в километрах автомобильных дорог), а $\bar{d}$ — пороговое значение для данного расстояния. В настоящей работе величина $\bar{d}$ принимает значения 200, 500, 1000, 2000, 3000, $\max_{(i,j)} \{d_{ij}\}$ (т.е. отсутствие порога). Во втором случае $w_{ij} = 1$, если пара регионов i и j имеют общую административную границу, иначе $w_{ij} = 0$. Для обоих типов матриц пространственных весов $w_{ii} = 0$. Для каждой сформированной матрицы пространственных весов проводится процедура нормирования, при которой

каждый элемент матрицы делится на ее максимальное собственное число. Использование нормированной матрицы обеспечивает для модели (4) следующее свойство: $\rho \in (1/\lambda_{\min}, 1)$, где $\lambda_{\min}$ является минимальным собственным числом уже нормированной матрицы.

Как было сказано выше, в качестве показателей пространственной автокорреляции в настоящей работе используются статистики *APLE* и *MI*, модифицированные для панельных данных (первая — в качестве непосредственной меры пространственной автокорреляции, вторая — в качестве дополнительного подтверждения существования пространственной зависимости):

$$APLE_{PD} = \frac{X'WX}{(WX)'WX + (\lambda'_w \lambda_w / (NT)) X'X}, \quad (7)$$

$$MI_{PD} = \frac{NT}{1'_{NT} W 1_{NT}} \cdot \frac{X'WX}{X'X}, \quad (8)$$

где $W = I_T \otimes W$, W — выбранная для расчета матрица пространственных весов, I_T — единичная матрица размера $T \times T$, 1_{NT} — вектор из единиц размера $NT \times 1$, λ_w — вектор собственных чисел матрицы W . Отметим, что при формировании панельной матрицы пространственных весов W предполагается стабильность (постоянство от периода к периоду) структуры пространственных связей, описываемых матрицей W .

Тестирования указанных статистик осуществляется с использованием *перестановочного теста* и *теста Монте-Карло*. Дополнительно рассчитывается MLE оценка параметра ρ в модели (4) (далее — $\hat{\rho}_{MLE}$) для сравнения с *APLE* и демонстрации заявленной точности *APLE*. Тестирование значимости $\hat{\rho}_{MLE}$ проводится с использованием *z*-теста и *LR*-теста.

Перестановочный тест. Данный подход к проверке статистической значимости *MI* и *APLE* базируется на использовании псевдораспределений указанных статистик. Псевдораспределение выступает в качестве прокси фактического распределения тестируемой статистики в предположении справедливости тестируемой гипотезы H_0 об отсутствии пространственной автокорреляции. Данный подход позволяет выявлять способность порядка элементов в векторе реализовавшихся наблюдений, т.е. пространственного распределения данных, выступать в качестве фактора, обуславливающего расчетное значение тестируемой статистики. Иными словами, в какой степени несопоставимы (статистически различаются) расчетные значения статистики, полученные при использовании фактического порядка элементов в векторе наблюдений и при использовании иного порядка (из многих возможных).

Для построения псевдораспределений указанных величин используется следующая логика. Для конкретной перестановки элементов вектора X , под которой понимается *кросс-секционная* перестановка его элементов в каждом временном периоде (которая не приводит к деформации временной структуры панели), рассчитываются значения указанных статистик *APLE* и *MI*. Для существенного числа перестановок и рассчитанных значений строится необходимое эмпирическое распределение, используемое далее для тестирования нулевой гипотезы. В данной работе число перестановок составляет 10000.

Нулевая гипотеза и ее альтернатива в терминах модели (4) формулируются следующим образом: $H_0 : \rho = 0$, $H_1 : \rho > 0$ (Ord 1975; Anselin, 2013). Если расчетное значение статистики

превосходит $\alpha\%$ -ный квантиль полученного псевдораспределения, то нулевая гипотеза не принимается на уровне значимости $\alpha\%$. В связи с тем, что данный тест является односторонним, отрицательные расчетные значения тестируемых статистик признаются незначимыми *a priori*.

В Приложениях 1 и 2 приводятся результаты исследования мощности перестановочного теста (под которой понимается эмпирическая частота отвержения ложной H_0) применительно к статистикам MI и $APLE$ с использованием указанных выше матриц пространственных весов и возможности ошибки в ее выборе при расчете и тестировании указанных статистик. Результаты получены при использовании симуляций в соответствии со следующим алгоритмом:

1) случайный симулированный вектор $\varepsilon \sim N(0, I_{79})$ размера 79×1 преобразуется в вектор пространственно скоррелированных переменных $y = (I - \rho W_1)^{-1} \varepsilon$, где $\rho > 0$ — заданное число (истинный параметр пространственной автокорреляции), W_1 — истинная матрица структуры пространственных связей;

2) для вектора y вычисляются значения статистик MI и $APLE$ при использовании матрицы W_2 (не обязательно эквивалентной матрице W_1), которые далее тестируются с использованием перестановочного теста при обработке 10000 перестановок;

3) шаги 1 и 2 повторяются при прежних параметрах ρ , W_1 , W_2 для 10000 итераций;

4) для проведенных итераций с данным набором параметров вычисляются эмпирические частоты отвержения гипотезы $H_0 : \rho = 0$ (ложной по построению эксперимента);

5) параметр ρ последовательно принимает значения 0.1, 0.4, 0.8, 0.9.

Тест Монте-Карло. Данный тест основан на моделировании референтного распределения при нулевой гипотезе отсутствия пространственной зависимости. Тестируемая гипотеза и ее альтернатива формулируются идентично случаю перестановочного теста.

Подстановка уравнения SAR модели (4), модифицированного на случай панельной структуры данных, в формулы для статистик MI_{PD} и $APLE_{PD}$ позволяет получить выражения для данных статистик как функций от истинного параметра ρ . Тогда в предположении выполнения гипотезы $H_0 : \rho = 0$ получаем:

$$APLE_{PD}(H_0 : \rho = 0) = \frac{\varepsilon' W \varepsilon}{(W \varepsilon)' W \varepsilon + (\lambda'_w \lambda_w / (NT)) \varepsilon' \varepsilon}, \quad (9)$$

$$MI_{PD}(H_0 : \rho = 0) = \frac{NT}{I'_{NT} W I_{NT}} \cdot \frac{\varepsilon' W \varepsilon}{\varepsilon' \varepsilon}, \quad (10)$$

где $\varepsilon \sim N(0, \hat{V})$, $\hat{V} = \text{diag}(\hat{\sigma}^2)$ — диагональная матрица размера $NT \times NT$ с диагональю $\hat{\sigma}^2 = ((\hat{\sigma}_{2002}^2, \dots, \hat{\sigma}_{2002}^2), \dots, (\hat{\sigma}_{2019}^2, \dots, \hat{\sigma}_{2019}^2))'$, а $\hat{\sigma}_t^2$, $t \in \{2002, \dots, 2019\}$ является выборочной кросс-секционной дисперсией наблюдений в периоде времени t . Референтные распределения оцениваются при использовании Монте-Карло симуляций в соответствии с указанными выше формулами (9) и (10). Число симуляций, проводимое для реализации описанного теста, в данной работе также составляет 10000. Как и в случае перестановочного теста, если расчетное значение статистики превосходит $\alpha\%$ -ный квантиль полученного распределения, то нулевая гипотеза не принимается на уровне значимости $\alpha\%$.

3. Результаты

Значения статистик $APLE$, MI , а также MLE оценки параметра ρ , рассчитанные на панельных данных ИПЦ российских регионов, и информация об их статистической значимости приведены в табл. 1. Расчетные значения статистик умножены на 100. В качестве временного интервала брался период 2002–2019 гг.

Таблица 1. Результаты расчетов и тестирования на статистическую значимость

Группа товаров и услуг	Мера пространственной автокорреляции	Матрицы пространственных весов						
		Матрицы обратных географических расстояний с порогом и без него						Матрица смежности
		200 км	500 км	1000 км	2000 км	3000 км	Без порога	
Группа А	$APLE$	28.22 *** +++	41.28 *** +++	57.31 *** +++	63.04 *** +++	64.39 *** +++	63.33 *** +++	40.21 *** +++
	$\hat{\rho}_{MLE}$	27.60 *** +++	38.66 *** +++	51.31 *** +++	54.37 *** +++	54.85 *** +++	53.69 *** +++	38.60 *** +++
	MI	21.91 *** +++	17.37 *** +++	13.06 *** +++	8.79 *** +++	7.76 *** +++	6.52 *** +++	17.28 *** +++
Группа В	$APLE$	23.63 *** +++	39.76 *** +++	57.33 *** +++	64.65 *** +++	65.84 *** +++	65.43 *** +++	49.47 *** +++
	$\hat{\rho}_{MLE}$	23.35 *** +++	37.88 *** +++	52.46 *** +++	56.92 *** +++	57.38 *** +++	56.64 *** +++	47.30 *** +++
	MI	25.09 *** +++	21.16 *** +++	16.55 *** +++	11.34 *** +++	10.07 *** +++	8.53 *** +++	22.57 *** +++
Группа С	$APLE$	17.22 ** ++	22.67 *** +++	28.34 *** +++	29.45 *** +++	27.58 *** ++	25.10 *** ++	10.96 *** ++
	$\hat{\rho}_{MLE}$	17.01 *** ++	21.80 *** +++	26.60 *** +++	27.29 *** +++	25.62 *** ++	23.42 *** ++	10.79 *** ++
	MI	11.99 *** ++	7.65 *** +++	4.51 *** +++	2.88 *** +++	2.34 *** ++	1.87 *** ++	3.96 *** ++
Группа D	$APLE$	-5.74	7.26	10.20 *	4.09	5.19 *	2.03	6.16
	$\hat{\rho}_{MLE}$	-5.75	7.17 ***	9.98 ***	4.04 ***	5.11 ***	2.00 ***	6.11 ***
	MI	-3.77	2.31	1.54 *	0.38	0.42 *	0.15 *	2.29

Примечание. ***, **, * — значимость на уровне 1, 5 и 10% соответственно, в перестановочном тесте для $APLE$ и $Moran's I$ и в z -тесте для $\hat{\rho}_{MLE}$.

+++, ++, + — значимость на уровне 1, 5 и 10% соответственно, в Монте-Карло тесте для $APLE$ и $Moran's I$ и в LR -тесте для $\hat{\rho}_{MLE}$.

Из приведенных в табл. 1 результатов следует, что статистика $APLE$ (в предположении, что наиболее близкой к истинному значению параметра пространственной автокорреляции ρ является его MLE оценка) может считаться весьма точным приближением (количественной оценкой) степени пространственной автокорреляции, что подтверждается близостью ее значений к $\hat{\rho}_{MLE}$ (особенно для непродуктивных товаров). Однако отметим

два наблюдения, следующие из результатов расчетов. Во-первых, средняя разность между расчетными значениями $APLE$ и $\hat{\rho}_{MLE}$ возрастает с ростом порогового значения в матрицах обратных расстояний. *Ad hoc* объяснение базируется на том, что по построению $APLE$ является аппроксимацией $\hat{\rho}_{MLE}$ при малых значениях истинного оцениваемого параметра ρ . Расширение структуры пространственных связей, возникающее при повышении значения порога для формирования пространственных весов, потенциально увеличивает значение истинного параметра пространственной автокорреляции ρ и обуславливает наблюдаемый эффект в силу особенностей $APLE$ аппроксимации. Во-вторых, значения $APLE$ имеют тенденцию быть выше значений $\hat{\rho}_{MLE}$, что также присуще данному показателю и не противоречит результатам авторов статистики. Поведение статистики MI , в свою очередь, соответствует другим анализируемым показателям при росте порогового значения: ее обратное значение увеличивается с ростом порога. Данный факт объясняется следующим соображением: как отмечено выше, MI представляет собой оценку параметра θ модели $WZ = \theta Z + \xi$, указанное уравнение можно преобразовать к виду $Z = \tilde{\theta} WZ + \tilde{\theta} \xi$ (где $\tilde{\theta} = 1/\theta$), который уже близок к SAR модели (4). Соответственно, оценка $\tilde{\theta}$ примерно равна обратному значению MI и по смыслу похожа на параметр пространственной автокорреляции ρ в SAR модели (4).

Наличие положительной пространственной автокорреляции, с точки зрения статистической значимости результатов, подтверждается и является явно выраженным для общей инфляции, а также инфляции продовольственных и непродовольственных товаров. Напротив, для инфляции услуг имеется ее фрагментарная значимость, однако, по мнению автора, это не может являться подтверждением существования пространственной зависимости для данного типа инфляционных процессов, протекающих в регионах России. На текущий момент трудно привести доводы в обоснование возможности существования значимой положительной пространственной автокорреляции региональных ИПЦ услуг.

В целом приведенные результаты свидетельствуют, во-первых, о том, что наиболее схожими по динамике и полученным значениям являются рассчитанные показатели для общей инфляции и инфляции продовольственных товаров. Из этого следует, что значимой детерминантной пространственной автокорреляции общих инфляционных процессов на региональном уровне является пространственная автокорреляция региональной динамики цен на продовольственные товары. Во-вторых, расширение структуры пространственных связей (кроме случая отсутствия порогового значения) в целом определяет направление изменения показателей $APLE$ и $\hat{\rho}_{MLE}$ (в том числе статистики MI) в случае инфляции общей, продовольственных и непродовольственных товаров. Однако рост значений показателей пространственной автокорреляции замедляется с ростом расстояния между регионами, а при отсутствии порогового значения несколько снижается. Данный факт косвенно подтверждает гипотезу о гетерогенности пространственной автокорреляции (пространственных связей), заключающейся в том, что существует некая предельная дистанция между регионами, начиная с которой сила пространственной связи снижается, что эквивалентно более слабому влиянию удаленных регионов друг на друга. В свою очередь, такой вывод является доводом о важности корректной параметризации структуры пространственных связей, используемой для квантификации силы пространственной автокорреляции, о ее непосредственном влиянии на итоговый результат.

Выявление факта существования положительной значимой пространственной автокорреляции (пространственной зависимости) среди исследуемых объектов, смысловое содержание которой приведено в разделе 1, не является целью пространственного анализа. Основной

его целью является оценка косвенных эффектов, порождаемых пространственными связями. Для этого, а также иллюстрации практической значимости полученных результатов, используем приведенные в табл. 1 статистически значимые оценки $\hat{\rho}_{MLE}$ для оценивания так называемых *усредненных эффектов* (LeSage, Pace, 2009). Если модель (4) описывает процесс региональной инфляционной динамики, то ее вектор случайных компонентов ε можно интерпретировать как некий обуславливающий региональную инфляцию интегральный фактор, представляемый, например, как линейная комбинация (из K векторов) конкретных детерминант: $\varepsilon = \sum_{k=1}^K X_k \beta_k$. Если теперь переписать модель (4) в виде

$$Z = (I_N - \rho W)^{-1} \sum_{k=1}^K X_k \beta_k \quad (11)$$

и допустить одномоментное, одинаковое для всех регионов изменение вектора X_k (k -й объясняющей переменной) на величину Δ , то искомые эффекты определяются следующим образом:

- усредненный *прямой* эффект — $AE_{dir} = \frac{1}{N} \text{tr}(A) \cdot \beta_k$, где $A = (I_N - \hat{\rho}_{MLE} W)^{-1}$;
- усредненный *общий* эффект — $AE_{tot} = \frac{1}{N} 1'_N A 1_N \cdot \beta_k$;
- усредненный *косвенный* эффект — $AE_{ind} = AE_{tot} - AE_{dir}$.

Усредненный прямой эффект интерпретируется следующим образом. Если определяющая инфляцию k -я переменная i -го региона изменится на величину Δ , то темп инфляции i -го региона изменится на величину $a_{ii} \beta_k \Delta$ (i -й диагональный элемент матрицы A , умноженный на скаляр β_k и на величину приращения переменной). В таком случае усредненный прямой эффект от изменения данной (k -й) переменной составит $AE_{dir} \Delta$. Усредненный общий эффект: изменение определяющей инфляцию k -й переменной во всех регионах на одинаковую величину Δ приведет к изменению инфляции в i -м регионе на $\beta_k \sum_{i=1}^N a_{ij} \Delta$ (i -й элемент вектора $A 1_N$, умноженный на скаляр β_k и на величину приращения переменной), а в среднем по всем регионам данный эффект будет равен $AE_{tot} \Delta$. Усредненный косвенный эффект инкапсулирует влияние межрегиональных пространственных связей (опосредованных матрицей пространственных весов W) и позволяет получить оценку того, какая часть общего эффекта обуславливается именно пространственной зависимостью, реализовавшейся в форме положительной пространственной автокорреляции. Результаты расчетов указанных эффектов для оценок $\hat{\rho}_{MLE}$ (коэффициентов-мультипликаторов перед скалярами β_k) приведены в табл. 2.

Из таблицы 2 следует, что расширение структуры пространственных связей, опосредованное увеличением порога, используемого при формировании матрицы пространственных весов W , приводит к росту усредненных мультипликаторов косвенного эффекта (за исключением группы D), несмотря на то что непосредственно MLE оценка параметра ρ при переходе от максимального порога к его отсутствию демонстрирует немонотонность. Данный результат является ожидаемым, поскольку немонотонность параметра автокорреляции сглаживается вкладом пространственных весов, добавляемых в модель (11) при расширении обозначенного порога. Итоговое значение и направление косвенного эффекта зависят от параметра β_k .

Таблица 2. Результаты расчетов усредненных мультипликаторов для значений $\hat{\rho}_{MLE}$

Группа товаров и услуг	Эффект	Матрицы пространственных весов						Матрица смежности
		Матрицы обратных географических расстояний с порогом и без него						
		200 км	500 км	1000 км	2000 км	3000 км	Без порога	
Группа А	AE_{tot}	1.06	1.27	1.56	1.78	1.85	1.89	1.48
	AE_{dir}	1.00	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02
	AE_{ind}	0.06	0.26	0.55	0.77	0.84	0.88	0.46
Группа В	AE_{tot}	1.05	1.26	1.58	1.86	1.94	2.00	1.68
	AE_{dir}	1.00	1.01	1.02	1.02	1.02	1.01	1.04
	AE_{ind}	0.05	0.25	0.56	0.84	0.92	0.99	0.64
Группа С	AE_{tot}	1.03	1.12	1.20	1.25	1.24	1.24	1.10
	AE_{dir}	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	AE_{ind}	0.03	0.12	0.20	0.25	0.24	0.24	0.10
Группа D	AE_{tot}	—	1.03	1.06	1.03	1.04	1.02	1.05
	AE_{dir}	—	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	AE_{ind}	—	0.03	0.06	0.03	0.04	0.02	0.05

Заключение

В данной работе проведен анализ региональных инфляционных процессов продовольственных товаров, непродовольственных товаров, услуг и полного набора потребительской корзины, которые наблюдались в 79 регионах России с 2002 по 2019 г., на предмет выявления и количественной оценки пространственной автокорреляции. Для анализа использовалась панельная структура данных, модифицированные показатели пространственной автокорреляции MI , $APLE$ и оценка параметра автокорреляции SAR модели (4) методом максимального правдоподобия.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о наличии выраженной статистически значимой положительной пространственной автокорреляции общей инфляции, инфляции продовольственных и непродовольственных товаров. Расчетные значения пространственной автокорреляции увеличиваются при расширении структуры пространственных связей, параметризованных матрицами обратных географических расстояний с пороговыми значениями (под расширением понимается увеличение пороговых значений), что свидетельствует о гетерогенности пространственной зависимости. Непосредственно учет пространственной автокорреляции необходим при моделировании инфляционных процессов, протекающих в региональных экономиках, поскольку пространственная зависимость (в том числе в форме пространственной автокорреляции) сама по себе является фактором, объясняющим динамику цен.

В работе также проведен сравнительный анализ указанных выше показателей. Показано, что статистика $APLE$, разработанная для оценки силы и степени именно пространственной автокорреляции, является хорошей альтернативой MI (которая сама по себе не является мерой пространственной автокорреляции) при проведении пространственного анализа. Также приведены результаты оценки мощности перестановочного теста для статистик $APLE$ и MI при использовании матриц пространственных весов, сформированных для российского

географического пространства. На основании изложенного, целесообразно, по мнению автора, использовать *APLE* в качестве основного показателя и экспресс-теста на пространственную автокорреляцию, по крайней мере, для анализа матриц пространственных весов, аналогичных применяемым в данной работе.

Список литературы

- Айвазян С. А., Березняцкий А. Н., Бродский Б. Е. (2016). Региональные модели ценовых индексов. *Экономика и математические методы*, 52 (4), 24–46.
- Глушенко К. П. (2007). Ценовые взаимодействия российских региональных рынков. *Пространственная экономика*, 1, 48–60.
- Глушенко К. П. (2010). Закон единой цены в российском экономическом пространстве. *Прикладная эконометрика*, 17 (1), 3–19.
- Иванова В. И. (2014). Региональная конвергенция доходов населения: пространственный анализ. *Пространственная экономика*, 4, 100–119.
- Кириллов А. М. (2017). Инфляция цен на продовольственные товары в регионах России: пространственный анализ. *Пространственная экономика*, 4, 41–58.
- Кириллов А. М., Суляндзига П. Б. (2015). Об инфляционных взаимосвязях между регионами. *Вестник Тихоокеанского Государственного Университета*, 37 (2), 191–198.
- Кудрин А. (2009). Мировой финансовый кризис и его влияние на Россию. *Вопросы экономики*, 1, 9–27.
- Кудрин А. (2007). Инфляция: российские и мировые тенденции. *Вопросы экономики*, 10, 4–26.
- Тимирьянова В. М. (2017). Пространственная связь индекса потребительских цен и равновесности региональных рынков товаров. *Пространственная экономика*, 2, 95–109.
- Цыплаков А. А. (2000). Статистический анализ динамики региональных уровней цен. *Вестник НГУ: Социально-экономические науки*, 1 (1), 5–19.
- Юдаева К. В. (2014). О возможностях, целях и механизмах денежно-кредитной политики в текущей ситуации. *Вопросы экономики*, 9, 4–12.
- Anselin L. (2013). *Spatial econometrics: Methods and models*. Springer.
- Arbia G. (2006). *Spatial econometrics: Spatial foundations and applications to regional convergence*. Springer-Verlag.
- Baybuza I. (2018). Inflation forecasting using machine learning methods. *Russian Journal of Money and Finance*, 77 (4), 42–59.
- Burridge P. (1980). On the Cliff–Ord test for spatial correlation. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 42 (1), 107–108.
- Cliff A. D., Ord J. K. (1972). Testing for spatial autocorrelation among regression residuals. *Geographical Analysis*, 4 (3), 267–284.
- Cliff A. D., Ord J. K. (1973). *Spatial autocorrelation*. London: Pion.
- Cliff A. D., Ord J. K. (1981). *Spatial processes — models and applications*. London: Pion.
- Fackler P. L., Goodwin B. K. (2001). Spatial price analysis. In: B. L. Gardner, G. C. Rausser (eds.), *Handbook of Agricultural Economics*, v. 1, 971–1024.
- Gluschenko K. (2016). Distribution dynamics of Russian regional prices. *Empirical Economics*, 51 (3), 1193–1213.

Griffith D. (2006). Hidden negative spatial autocorrelation. *Journal of Geographical Systems*, 8 (4), 335–355.

LeSage J. P., Pace R. K. (2009). *Introduction to spatial econometrics*. Boca Raton: CRC Press.

Li H., Calder C. A., Cressie N. (2007). Beyond Moran's I: Testing for spatial dependence based on the spatial autoregressive model. *Geographical Analysis*, 39 (4), 357–375.

Li H., Calder C. A., Cressie N. (2012). One-step estimation of spatial dependence parameters: Properties and extensions of the APLE statistic. *Journal of Multivariate Analysis*, 105 (1), 68–84.

Ord K. (1975). Estimation methods for models of spatial interaction. *Journal of the American Statistical Association*, 70 (349), 120–126.

Поступила в редакцию 12.03.2021;
принята в печать 29.10.2021.

Kirillov A. M. A study on spatial autocorrelation: Case of Russian regional inflation. *Applied Econometrics*, 2021, v. 64, pp. 5–22.

DOI: 10.22394/1993-7601-2021-64-5-22

Andrew Kirillov

AO «ALFA-BANK»; Moscow, Russian Federation;
akirillov@nes.ru, amkirillov@alfabank.ru

A study on spatial autocorrelation: Case of Russian regional inflation

We apply APLE statistic to explore spatial autocorrelation of Russian regional inflationary processes. APLE is discussed to be the fine alternative to Moran's I. To conduct this study we modify statistics of spatial dependence for panel data structure. We use time series of Russian regional CPIs (i.e. quantitative measure of inflation) of food, non-food, services baskets. We find evidence to confirm the hypothesis of the existence of spatial autocorrelation of regional inflationary processes on the horizon of our study.

Keywords: regional inflation; consumer price index; spatial autocorrelation; APLE; Moran's I; regions of Russia.

JEL classification: C21.

References

Aivazian S. A., Bereznyatskiy A. N., Brodsky B. E. (2016). Econometric models of regional consumer price indices. *Economics and Mathematical Methods*, 52 (4), 24–46 (in Russian).

Anselin L. (2013). *Spatial econometrics: Methods and models*. Springer.

Arbia G. (2006). *Spatial econometrics: Spatial foundations and applications to regional convergence*. Springer-Verlag.

Baybuza I. (2018). Inflation forecasting using machine learning methods. *Russian Journal of Money and Finance*, 77 (4), 42–59.

Burridge P. (1980). On the Cliff–Ord test for spatial correlation. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 42 (1), 107–108.

- Cliff A. D., Ord J. K. (1972). Testing for spatial autocorrelation among regression residuals. *Geographical Analysis*, 4 (3), 267–284.
- Cliff A. D., Ord J. K. (1973). *Spatial autocorrelation*. London: Pion.
- Cliff A. D., Ord J. K. (1981). *Spatial processes — models and applications*. London: Pion.
- Fackler P. L., Goodwin B. K. (2001). Spatial price analysis. In: B. L. Gardner, G. C. Rausser (eds.), *Handbook of Agricultural Economics*, v. 1, 971–1024.
- Gluschenko K. (2016). Distribution dynamics of Russian regional prices. *Empirical Economics*, 51 (3), 1193–1213.
- Gluschenko K. (2010). The law of one price in the Russian economic space. *Applied Econometrics*, 17 (1), 3–19 (in Russian).
- Gluschenko K. (2007). Price linkages of Russian regional markets. *Spatial Economics*, 1, 48–60 (in Russian).
- Griffith D. (2006). Hidden negative spatial autocorrelation. *Journal of Geographical Systems*, 8 (4), 335–355.
- Ivanova V. I. (2014). Regional convergence of income: Spatial analysis. *Spatial Economics*, 4, 100–119 (in Russian).
- Kirillov A. M. (2017). Spatial analysis of food inflation in Russian regions. *Spatial Economics*, 4, 41–58 (in Russian).
- Kirillov A. M., Sulyandziga P. B. (2015). Inflationary relationships among regions. *Bulletin of the Pacific National University*, 37 (2), 191–198 (in Russian).
- Kudrin A. (2009). Global financial crisis and its impact on Russia. *Voprosy Ekonomiki*, 1, 9–27 (in Russian).
- Kudrin A. (2007). Inflation: Recent trends in Russia and in the world. *Voprosy Ekonomiki*, 10, 4–26 (in Russian).
- LeSage J. P., Pace R. K. (2009). *Introduction to spatial econometrics*. Boca Raton: CRC Press.
- Li H., Calder C. A., Cressie N. (2007). Beyond Moran's I: Testing for spatial dependence based on the spatial autoregressive model. *Geographical Analysis*, 39 (4), 357–375.
- Li H., Calder C. A., Cressie N. (2012). One-step estimation of spatial dependence parameters: Properties and extensions of the APLE statistic. *Journal of Multivariate Analysis*, 105 (1), 68–84.
- Ord K. (1975). Estimation methods for models of spatial interaction. *Journal of the American Statistical Association*, 70 (349), 120–126.
- Timiryanova V. M. (2017). Spatial relation of the consumer price index and the equilibrium of regional goods markets. *Spatial Economics*, 2, 95–109 (in Russian).
- Tsyplakov A. A. (2000). Statisticheskii analiz dinamiki regional'nykh urovney tsen. *Vestnik NGU: Sotsial'no-ekonomicheskie nauki*, 1 (1), 5–19 (in Russian).
- Yudaeva K. (2014). On the opportunities, targets and mechanisms of monetary policy under the current conditions. *Voprosy Ekonomiki*, 9, 4–12 (in Russian).

Received 12.03.2021; accepted 29.10.2021.

Приложение 1

Перестановочный тест для *APLE*: эмпирические частоты (в %) отвержения ложной гипотезы $H_0: \rho = 0$, тестируемой против верной $H_1: \rho \neq 0$.

Параметры модели		Матрицы, применяемые в расчетах, и уровни статистической значимости																							
		W200				W500				W1000				W2000				W3000				WMID			
		10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
Матрица ρ																									
W200		0.9 96.2	94.1	87.1	93.2	90.2	82.2	92.9	90.0	82.6	93.2	90.4	83.7	93.4	90.4	83.4	93.3	90.6	83.4	93.3	90.6	83.4	93.3	90.6	83.4
		0.8 90.4	85.4	71.3	83.9	77.8	63.0	83.3	77.0	63.9	84.3	77.8	64.7	84.0	77.8	64.6	84.2	78.3	64.9	84.2	78.3	64.9	84.2	78.3	64.9
		0.4 44.8	31.9	13.8	38.7	27.3	11.2	37.7	25.9	11.1	38.5	27.5	12.4	37.8	26.9	11.8	38.2	27.5	11.8	38.2	27.5	11.8	38.2	27.5	11.8
		0.1 15.8	8.9	2.2	14.7	8.2	2.0	14.3	8.0	1.8	14.1	7.7	2.1	14.4	7.8	1.9	14.4	7.7	2.0	14.4	7.7	2.0	14.4	7.7	2.0
W500		0.9 98.4	97.5	95.0	99.5	99.1	97.5	99.3	98.6	93.6	99.1	98.5	94.3	99.1	98.5	94.2	99.2	98.6	95.6	96.3	94.2	99.2	98.6	95.6	96.3
		0.8 94.0	90.6	81.2	96.6	94.7	87.7	96.3	93.7	84.2	95.6	93.0	83.0	95.6	92.7	83.5	95.7	93.1	83.5	95.7	93.1	83.5	95.7	93.1	83.5
		0.4 45.7	33.0	14.5	54.6	42.3	20.6	51.0	38.7	18.7	51.5	39.6	19.4	51.0	38.6	18.9	51.6	39.5	19.2	33.1	21.7	7.6			
		0.1 15.5	8.4	2.0	16.9	9.7	2.4	16.5	8.9	2.3	16.8	9.7	2.6	16.7	9.3	2.3	17.2	9.9	2.6	12.7	7.0	1.7			
W1000		0.9 91.8	87.9	77.8	94.8	91.7	79.4	91.4	81.1	50.5	93.2	85.4	54.6	92.1	85.0	55.3	92.9	85.7	58.7	86.2	80.5	67.0			
		0.8 79.4	71.7	53.3	85.9	79.6	61.1	86.7	75.8	52.0	85.8	77.2	49.7	85.0	76.3	50.7	84.3	75.8	50.4	70.1	59.4	39.2			
		0.4 32.1	21.1	7.8	38.8	27.2	10.9	40.1	28.2	11.0	40.4	28.3	11.3	40.3	28.2	11.0	40.0	27.9	11.1	26.6	16.5	5.5			
		0.1 14.0	7.2	1.7	14.4	7.7	2.1	15.1	8.2	2.1	15.6	8.3	1.9	15.4	8.4	2.2	15.0	8.3	2.0	12.4	6.3	1.4			
W2000		0.9 85.1	79.5	64.5	89.1	82.4	52.5	69.8	54.2	25.0	67.5	50.7	21.8	65.0	48.6	20.9	68.3	50.5	21.9	75.3	66.3	46.9			
		0.8 69.3	59.2	37.4	75.9	66.2	41.1	69.8	54.6	24.5	72.6	58.1	26.2	69.8	54.6	24.5	70.6	55.2	25.5	55.0	43.1	22.5			
		0.4 27.0	16.6	5.2	31.3	20.2	6.8	33.4	21.8	7.5	33.5	22.1	7.1	33.8	22.2	7.5	33.6	21.9	7.3	21.7	12.7	3.7			
		0.1 12.8	6.8	1.4	14.0	7.4	1.8	14.3	7.6	1.9	14.1	7.8	1.6	14.2	7.6	1.6	14.4	7.8	1.9	12.2	6.3	1.4			
W3000		0.9 83.7	76.8	59.2	86.4	77.8	42.5	63.6	47.5	20.5	59.4	43.6	17.4	58.1	42.2	17.2	57.6	42.3	17.9	72.7	62.6	40.9			
		0.8 66.7	56.2	34.3	73.4	62.3	36.1	68.6	53.7	24.2	68.4	52.4	22.3	66.2	50.7	21.5	64.8	49.1	21.7	52.2	40.1	19.6			
		0.4 26.3	16.8	4.8	29.8	19.2	6.4	31.5	20.8	6.8	31.6	20.6	6.6	32.1	20.5	6.6	31.6	20.0	6.6	19.9	11.6	3.2			
		0.1 12.8	6.4	1.4	13.7	7.4	1.6	13.7	7.4	1.6	14.0	7.4	1.5	14.1	7.4	1.9	13.3	7.0	1.6	11.6	6.2	1.5			
WMID		0.9 81.4	73.9	55.4	82.2	67.8	31.4	54.8	39.8	17.0	51.5	37.4	15.5	48.3	34.8	14.5	49.1	35.3	15.1	66.2	54.6	30.8			
		0.8 64.6	53.3	31.4	70.3	58.4	29.9	63.7	48.1	21.5	62.5	46.6	20.1	60.2	44.4	18.5	59.1	43.8	18.5	47.5	34.7	15.6			
		0.4 25.6	15.6	4.8	30.1	19.3	6.2	31.0	20.1	6.7	30.7	19.5	6.4	30.3	20.0	6.4	30.9	19.9	6.0	19.6	11.5	3.1			
		0.1 13.4	6.9	1.4	13.4	7.2	1.6	13.8	7.3	1.7	13.4	7.3	1.7	13.2	6.8	1.5	13.1	6.9	1.6	11.8	6.0	1.3			
WBIN		0.9 82.3	75.6	60.2	97.6	95.9	89.1	94.9	90.8	78.3	97.5	94.9	83.6	97.2	94.5	83.4	97.5	95.1	84.0	100	100	99.9			
		0.8 68.9	59.0	39.0	92.4	88.3	76.7	93.3	89.5	76.8	94.1	90.7	77.5	94.3	90.8	77.8	94.5	91.3	78.0	99.8	99.6	98.3			
		0.4 28.4	18.5	6.4	45.7	34.1	16.1	47.6	35.6	17.1	49.0	36.8	17.2	48.4	36.7	17.0	49.1	37.3	17.2	75.0	63.3	37.8			
		0.1 13.5	7.2	1.5	16.2	9.0	2.3	16.5	9.2	2.1	16.1	9.3	2.4	16.4	9.1	2.3	16.0	9.1	2.4	21.1	12.0	3.2			

Примечание. W200, W500, W1000, W2000, W3000 — матрицы обратных географических расстояний с пороговыми значениями 200, 500, 1000, 2000, 3000 км соответственно; WMID — матрица обратных географических расстояний без порога; WBIN — матрица смежности.

Приложение 2

Перестановочный тест для $M1$: эмпирические частоты (в %) отвержения ложной гипотезы $H_0: \rho = 0$, тестируемой против верной $H_1: \rho \neq 0$.

Параметры модели		Матрицы, применяемые в расчетах, и уровни статистической значимости																	
		W200			W500			W1000			W2000			W3000			WMID		
Матрица	ρ	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%
W200	0.9	95.4	92.8	86.8	92.8	90.1	83.8	92.4	89.3	82.1	92.0	88.8	81.4	91.8	88.4	81.3	92.9	89.6	82.7
	0.8	88.8	83.7	72.5	84.2	78.3	66.6	81.0	74.1	61.2	81.7	74.9	61.8	82.1	75.8	62.7	82.6	76.4	63.1
	0.4	44.7	33.6	15.9	38.7	27.7	12.8	35.5	24.8	10.3	36.2	25.1	10.3	37.1	25.8	11.3	37.1	26.2	11.6
	0.1	15.6	8.9	2.1	14.8	8.1	2.1	14.1	7.9	2.0	14.7	7.8	1.8	14.8	8.1	1.9	14.6	7.6	1.8
W500	0.9	98.5	97.7	95.2	99.2	98.7	97.4	99.0	98.5	96.5	98.9	98.2	96.1	99.0	98.4	96.3	99.1	98.5	96.6
	0.8	93.9	90.6	82.5	96.1	94.3	88.4	95.4	92.6	85.3	94.8	92.0	84.4	95.2	92.6	85.4	95.2	92.5	85.4
	0.4	45.3	33.7	16.3	53.5	41.6	22.4	50.6	38.0	19.4	49.7	37.3	18.1	49.5	37.5	18.3	50.7	38.7	20.0
	0.1	15.2	8.3	2.2	17.9	10.4	2.8	16.7	9.6	2.5	16.4	9.3	2.5	16.7	9.3	2.4	16.3	9.3	2.3
W1000	0.9	91.7	88.5	79.3	94.4	91.7	85.6	95.2	93.0	87.3	94.9	92.5	86.9	94.3	91.8	86.0	95.2	92.9	87.6
	0.8	80.2	73.2	56.7	86.5	80.9	67.5	87.9	82.6	70.1	87.1	81.5	69.4	86.8	81.0	67.8	86.9	81.6	69.1
	0.4	32.9	22.3	8.5	39.8	28.4	13.1	41.6	29.7	14.2	41.0	29.6	13.5	40.1	28.9	13.6	41.5	29.6	13.4
	0.1	13.9	7.5	1.8	15.7	8.9	2.2	15.3	8.6	2.0	15.1	8.2	2.1	14.9	8.2	2.1	15.3	8.5	2.0
W2000	0.9	85.0	79.3	65.9	89.8	85.7	76.8	90.6	86.9	78.6	91.2	87.7	80.0	90.6	86.7	79.0	90.9	87.3	79.4
	0.8	69.9	60.2	40.6	76.8	69.1	52.8	79.1	71.8	57.0	79.9	72.7	58.0	79.9	72.4	57.6	79.8	72.8	57.7
	0.4	28.2	18.4	6.3	32.7	22.2	8.6	34.0	23.6	9.9	35.6	24.7	10.3	34.7	23.6	9.7	35.3	24.6	9.8
	0.1	13.4	6.8	1.6	13.7	7.5	1.8	13.9	7.5	1.8	14.2	7.6	1.9	14.0	7.6	1.9	13.5	7.6	1.8
W3000	0.9	83.9	77.9	64.3	88.5	84.3	74.1	88.7	84.4	74.6	89.5	85.2	76.0	89.3	85.4	76.6	89.4	85.3	76.2
	0.8	67.7	57.7	38.0	75.0	66.3	49.5	76.1	69.1	52.8	77.1	69.8	53.8	77.0	69.2	53.1	77.1	69.7	53.7
	0.4	27.8	18.3	6.1	31.0	20.8	7.9	32.9	22.2	8.7	33.7	23.1	9.6	34.3	23.3	9.5	33.5	23.4	9.5
	0.1	12.4	6.6	1.5	13.9	7.8	1.9	13.9	7.4	1.8	14.2	7.9	1.9	13.9	7.9	1.9	14.4	8.1	2.1
WMID	0.9	82.4	75.6	61.1	87.0	81.8	71.2	87.6	83.3	73.1	87.6	82.7	73.1	87.7	83.3	73.5	87.7	83.3	73.5
	0.8	66.2	55.8	35.0	73.1	63.9	46.8	74.3	66.0	48.8	75.1	66.7	49.9	74.7	66.4	49.5	74.6	65.8	49.7
	0.4	27.3	17.2	6.1	30.6	20.0	7.7	30.7	20.9	7.7	31.8	21.5	8.4	32.2	21.6	8.5	31.6	21.5	8.5
	0.1	12.9	7.4	1.7	14.1	8.0	2.0	14.2	7.9	1.9	14.1	8.0	1.8	14.1	7.7	1.7	13.9	7.6	2.0
WBIN	0.9	73.7	63.5	40.5	92.7	88.8	78.5	92.0	88.4	79.8	90.5	86.9	77.7	90.2	86.7	77.5	91.4	87.9	78.3
	0.8	62.0	48.9	25.1	87.1	80.5	63.6	86.3	80.1	65.3	83.6	76.9	61.9	84.2	77.6	61.9	85.5	79.4	63.8
	0.4	27.9	16.9	4.5	44.6	32.1	13.4	43.8	30.8	13.4	42.9	30.4	12.9	42.5	30.2	12.8	44.4	31.9	13.7
	0.1	12.8	6.7	1.4	15.3	8.3	2.0	15.2	8.3	2.0	15.5	8.3	2.0	15.4	8.2	2.0	15.2	8.3	1.9

Примечание. W200, W500, W1000, W2000, W3000 — матрицы обратных географических расстояний с пороговыми значениями 200, 500, 1000, 2000, 3000 км соответственно; WMID — матрица обратных географических расстояний без порога; WBIN — матрица смежности.