

Прикладная эконометрика, 2023, т. 71, с. 5–19.

Applied Econometrics, 2023, v. 71, pp. 5–19.

DOI: 10.22394/1993-7601-2023-71-5-19

Ю.С. Трифонов<sup>1</sup>

## Моделирование премии за риск на российском фондовом рынке с учетом эффекта асимметрии

*В исследовании рассматривается моделирование премии за риск по данным трех основных фондовых индексов России. Ключевой особенностью является учет эффекта асимметрии в формировании премии за счет применения асимметричной GARCH-M модели. По результатам эмпирического анализа получены свидетельства в пользу значимого эффекта рычага в премии за риск на российском рынке. При этом данный эффект является противоположным к гипотезе и эмпирическим свидетельствам по американскому рынку, что объясняется нарушением гипотезы эффективности рынка и высокой долей иррациональных инвесторов.*

**Ключевые слова:** GARCH-M; премия за риск; эффект рычага; условная волатильность.

**JEL classification:** C18; C22; C58.

### Введение

Исследование динамики финансовых активов покрывает обширный пласт современной литературы, посвященной стохастическому моделированию, финансовой экономике и эконометрике. Моделирование доходностей финансовых инструментов позволяет строить прогнозы и делать содержательные выводы относительно поведения инвесторов в различные периоды. Отдельный раздел литературы составляют работы, посвященные моделированию изменяющейся во времени премии за риск в доходности активов. Исследование премии за риск является важной задачей в финансовой экономике, поскольку позволяет проводить декомпозицию доходности на рисковую и безрисковую составляющие, а также анализировать поведение инвесторов на микроуровне.

Согласно портфельной теории Марковица (Markowitz, 1952) и модели ценообразования CAPM (Sharpe, 1964), доходность финансовых активов зависит от премии за риск. В литературе существует множество подходов, позволяющих моделировать данную премию: как с помощью экзогенных детерминантов, так и без них. Одним из наиболее известных методов является GARCH-M (Engle et al., 1987), позволяющий моделировать изменяющуюся во времени премию за риск на основе условной волатильности. Преимуществом данного подхода выступает отсутствие необходимости определения экзогенных детерминантов премии, что может быть достаточно затруднительным (Baumeister, Killian, 2016;

<sup>1</sup> Трифонов Юрий Сергеевич — НИУ ВШЭ, Москва; ju.trifonov@gmail.com.

Потанин, Трифонов, 2021). Однако, несмотря на эффективность этой модели во многих исследованиях, она обладает существенным недостатком, выражающимся в достаточно сильном предположении о симметричной зависимости премии за риск от шоков в доходности. Иными словами, рост волатильности в периоды как подъема, так и спада на рынке оказывает идентичное влияние на премию и не учитывает знак порождающих волатильность шоков.

В работе (Bollerslev, 2022) была выдвинута гипотеза о необходимости дифференциации «хороших» и «плохих» периодов волатильности с целью получения состоятельных оценок премии за риск. Для учета такой особенности в (Trifonov, Potanin, 2022) была предложена асимметричная модификация классической GARCH-M модели, позволяющая дифференцировать вклад разных периодов волатильности при моделировании премии за риск. Модель получила название GARCH-M-GJR-LEV и была применена авторами для моделирования премии за риск в доходности индекса S&P 500. В результате было выявлено формирование более высокой премии за риск в периоды спада на рынке, чем в периоды подъема, таким образом, предложенная модель продемонстрировала свое преимущество относительно симметричных аналогов. Инвесторы на американском рынке были склонны запрашивать более высокую премию за риск в случае периодов «плохой» волатильности. Данный результат может являться следствием иррационального поведения инвесторов, порожденного психоэмоциональными факторами. Иными словами, инвесторы склонны воспринимать турбулентность на рынке вследствие спада более критично, что согласуется с гипотезой Bollerslev (2022), а также с теорией перспектив (Kahneman, Tversky, 1979).

Текущее исследование ставит перед собой цель оценить премию за риск для трех крупнейших фондовых индексов рынка России: РТС, ММВБ и индекса голубых фишек. При этом ключевым вкладом выступает учет эффекта асимметрии в формировании премии за риск. Исследование основывается на применении модели GARCH-M-GJR-LEV к рассматриваемым временным рядам доходностей на периоде с 2000 по 2023 г. Основной задачей является анализ влияния различных периодов волатильности на формирование премии за риск, а также выявление обобщенных паттернов поведения инвесторов на российском рынке, как в кризисные, так и в стабильные периоды. Особый интерес представляет сопоставление полученных результатов с выводами, полученными Trifonov, Potanin (2022) на основе американских данных. Интерес обуславливается изучением влияния степени эффективности рынка на динамику премии за риск в доходности активов.

Согласно (Хасанов, Лавриненко, 2019) и (Дорофеев, Самарский, 2016), на российском фондовом рынке присутствует высокая неэффективность. Рынок России характеризуется высокой долей иррациональных инвесторов и спекуляционных сделок, что особенно выражается в периоды финансовых кризисов (Дорофеев, Самарский, 2016). Текущее исследование сопоставляет реакцию инвесторов на «хорошую» и «плохую» волатильности при формировании премии за риск на российском и американском рынках.

Данное исследование имеет следующую структуру. В следующем разделе дается определение GARCH-M-GJR-LEV процесса, рассматриваются частные случаи предложенной спецификации, а также приводится их содержательная интерпретация. В разделе 2 описываются используемые данные, а также подход деления выборок на подвыборки. Моделирование премии за риск для рассматриваемых индексов с использованием GARCH-M-GJR-LEV приводится в разделе 3. Заключительный раздел резюмирует полученные результаты.

## 1. Методология

Согласно классическим портфельным теориям (Markowitz, 1952) и (Sharpe, 1964), ценообразование финансовых активов основывается на двух предпосылках. Во-первых, согласно модели CAPM, доходность финансового актива включает в себя безрисковую составляющую (безрисковую ставку), а также премию за риск. Во-вторых, доходность и волатильность активов имеют положительную корреляцию, т.к. при росте волатильности увеличивается рыночный риск, что влечет за собой увеличение требуемой инвесторами премии за риск.

Наиболее известным методом оценивания премии за риск в доходности активов является модель CAPM, в которой премия определяется рыночным бета-показателем и избыточной доходностью актива. Однако данный подход основывается на достаточно жесткой предпосылке об инвариантности премии за риск во времени на рассматриваемой выборке, что не позволяет изучать ее динамику на краткосрочных интервалах. Особое внимание в литературе было уделено концепции моделирования изменяющейся во времени премии за риск, которая в отличие от модели CAPM меняется в зависимости от временного периода (Engle et al., 1987). За последние тридцать лет были предложены различные подходы к учету временной структуры при моделировании премии. Часть из них основывалась на использовании экзогенных факторов. Однако выбор детерминантов премии за риск является нетривиальной задачей (Потанин, Трифонов, 2021). Кроме того, оценки премии за риск могут сильно отличаться в зависимости от набора регрессоров (Baumeister, Killian, 2016). В качестве альтернативного метода оценивания Engle et al. (1987) предложили модификацию GARCH модели (GARCH-in-Mean, GARCH-M). Данный подход обладает преимуществом относительно предшествующих методов, поскольку позволяет моделировать вклад изменяющейся во времени премии за риск внутри уравнения доходности GARCH модели без использования экзогенных факторов (Потанин, Трифонов, 2021). Реализация данного метода основывается на включении в уравнение доходности условной волатильности, которая и вносит основной вклад в формирование премии за риск.

Согласно (Bollerslev, 2022), при использовании модели GARCH-M различными исследователями были обнаружены незначимость премии за риск в доходности активов и нестабильность знака оценки вклада премии за риск (Hong, Linton, 2020; Rossi, Timmermann, 2015; Bollerslev et al., 2006), что не согласуется с классическими портфельными теориями. В своей работе Bollerslev (2022) выдвинул гипотезу о том, что данные проблемы являются следствием симметричной природы спецификации модели и предложил дифференциацию между периодами «хорошей» и «плохой» волатильности при моделировании премии за риск. Идея заключается в том, что, нарушая предположение о рациональности, инвесторы склонны запрашивать более высокую премию за риск, если волатильность вызвана резким спадом на рынке, когда рост волатильности вследствие растущего рынка вызывает менее инерционное увеличение премии. Описанные два паттерна поведения инвесторов в работе названы «downside risk» и «upside potential» соответственно (Bollerslev, 2022).

Для учета описанного асимметричного влияния волатильности на формирование премии за риск в работе (Trifonov, Potanin, 2022) был предложен новый класс асимметричных GARCH-M моделей, именуемый GARCH-M-GJR-LEV. Особенностью предложенного метода является возможность учета асимметричного влияния как в уравнении дисперсии через GJR-GARCH спецификацию, так и в уравнении доходности при формировании премии за риск с помощью индикаторной функции, отражающей знак шока, вызывающего волатильность.

Пусть на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$   $\sigma$ -алгебра  $\mathcal{F}_{t-1}$  обозначает всю доступную информацию до периода  $t-1$  включительно, где  $t \in \mathbb{N}$ . Также обозначим через  $y$  вектор логарифмических доходностей размерности  $T \times 1$ , а  $\sigma$  —  $T \times 1$  вектор условных волатильностей, где  $t \in \mathbb{N}$ . Тогда без потери общности GARCH-M-GJR-LEV(1,1) процесс может быть представлен с помощью следующей системы уравнений (Trifonov, Potanin, 2022):

$$y_t = \mu + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \lambda_2 1_{t-1} \sigma_{t-1}^2 + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2),$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma 1_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2,$$

$$1_t = \begin{cases} 0, & \text{если } \varepsilon_t \geq 0, \\ 1, & \text{если } \varepsilon_t < 0, \end{cases} \quad \varepsilon_t = \sigma_t \xi_t, \quad \xi_t \sim \text{i.i.d. } \mathcal{N}(0, 1),$$

где параметры  $\omega$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  определяют динамику условной дисперсии согласно GARCH(1,1) процессу, а  $t \in \{1, \dots, T\}$ . Параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  в уравнении доходности отвечают за вклад премии за риск в доходности актива, в то время как параметр  $\gamma$  отражает эффект рычага в уравнении дисперсии. Заметим, что GARCH-M-GJR-LEV процесс является обобщением классических GJR-GARCH и GARCH-M процессов.

Введение ограничений на параметры  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\gamma$  позволяет получить каждый из частных случаев процесса. При равенстве нулю всех параметров, т.е.  $\lambda_1 = \lambda_2 = \gamma = 0$ , приведенная спецификация сводится к классическому GARCH процессу (Bollerslev, 1986). В данном случае уравнение доходности включает в себя лишь константу  $\mu$ , характеризующую математическое ожидание доходности, а также составляющую случайных шоков. Очевидно, что такая спецификация не отражает отдельный вклад премии за риск, что не позволяет моделировать ее динамику.

Рассмотрим второй частный случай GARCH-M-GJR-LEV процесса, накладывая лишь одно ограничение:  $\lambda_2 = 0$ . Тогда процесс сводится к GARCH-M-GJR<sup>2</sup> (Engle et al., 1987; Glosten et al., 1993) спецификации, особенностью которой является включение в уравнение доходности условной дисперсии  $\sigma_{t-1}^2$ , а также учет эффекта рычага в уравнении дисперсии через индикаторную функцию. Компонента  $\lambda_1 \sigma_{t-1}^2$  обычно интерпретируется как изменяющаяся во времени премия за риск (Engle et al., 1987). Согласно портфельным теориям (Markowitz, 1952; Sharpe, 1964), оценка параметра  $\lambda_1$  обычно ожидается положительной, т.к. рост волатильности актива приводит к росту доходности через увеличение требуемой премии за риск (Engle et al., 1987). В современной литературе применение процессов семейства GARCH-M для одновременного моделирования условной волатильности и премии за риск продемонстрировало преимущество над альтернативными методами. Однако данная модель характеризуется жесткой предпосылкой о симметричном влиянии условной дисперсии на изменяющуюся во времени премию за риск. Абсолютное изменение волатильности

<sup>2</sup> Аналогично (Trifonov, Potanin, 2022), в исследовании используется не классическая, а модифицированная версия GARCH-M модели, в которой премия за риск определяется как  $\lambda \sigma_{t-1}^2$ . Предыдущее значение условной волатильности используется с целью прямого сравнения модели с GARCH-M-GJR-LEV спецификацией, так как в данном случае GARCH-M модель является ее частным вариантом.

оказывает одинаковое влияние на увеличение доходности вне зависимости от знака шока, вызвавшего колебания на рынке. Иными словами, модель не позволяет дифференцировать премию за риск между периодами роста и спада на рынке (Trifonov, Potanin, 2022; Bollerslev, 2022). Тем не менее, GJR спецификация улавливает эффект рычага в уравнении условной дисперсии, позволяя дифференцировать вклад отрицательных и положительных шоков на формирование волатильности.

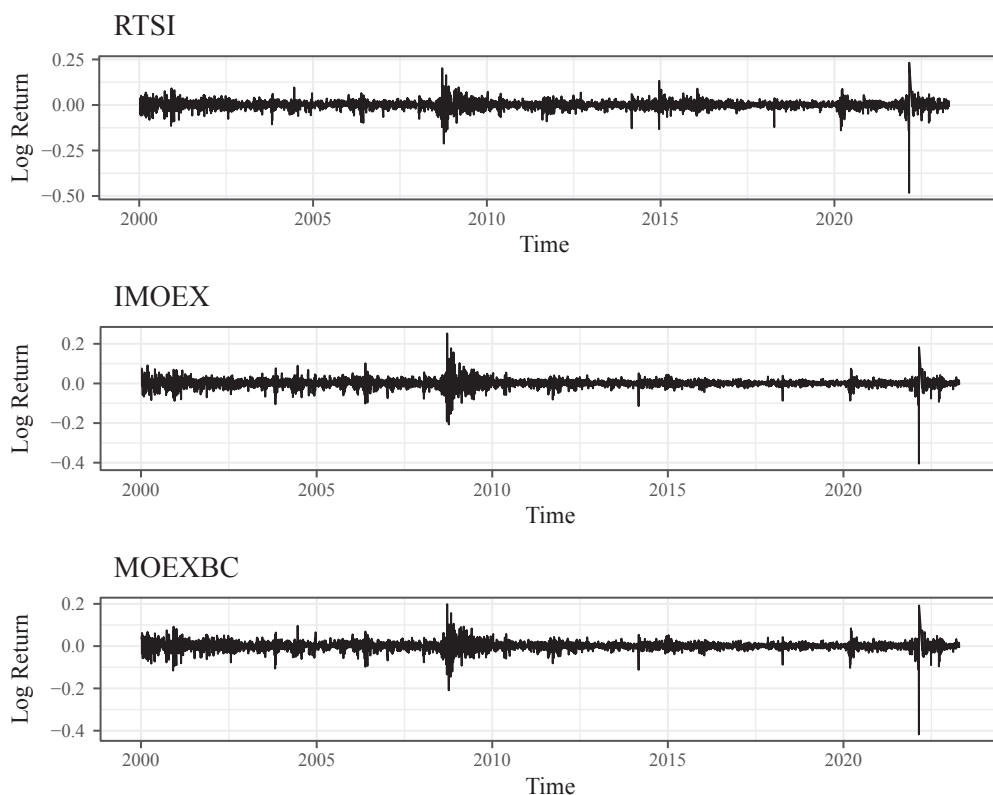
С целью учета асимметричной структуры премии за риск необходимо рассмотреть процесс GARCH-M-GJR-LEV без ограничений на параметры  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\gamma$ . В этом случае модель, в отличие от GARCH-M-GJR, позволяет улавливать эффект асимметрии при формировании премии за риск. Параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  отвечают за формирование изменяющейся во времени премии за риск в доходности актива. Наличие в спецификации компоненты  $\lambda_2 1_{t-1} \sigma_{t-1}^2$  позволяет учитывать знак шока, формирующего рост волатильности на рынке, за счет чего может быть учтена иррациональность поведения инвесторов. Так, при положительной оценке  $\lambda_2$  премия за риск будет увеличиваться более инерционно, что отражает более сильное ее увеличение при росте волатильности в период спада на рынке (Trifonov, Potanin, 2022). Наконец, наличие индикаторной функции в уравнении условной дисперсии позволяет учитывать классический эффект рычага через GJR-GARCH спецификацию (Glosten et al., 1993). Параметр  $\gamma$  отвечает за эффект асимметрии в уравнении дисперсии с целью возможности учета стилизованного факта о наличии более инерционной реакции волатильности на отрицательные шоки в доходности, чем на положительные (Black, 1976; Nelson, 1991). В результате, GARCH-M-GJR-LEV процесс позволяет как учитывать эффект асимметрии в формировании премии за риск, так и улавливать классический эффект рычага в уравнении дисперсии.

В работе (Trifonov, Potanin, 2022) свойства предложенного метода были исследованы на симулированных данных, а также было выведено аналитическое выражение для безусловной дисперсии процесса. Кроме того, авторы смогли найти статистические свидетельства в пользу наличия асимметричной структуры премии за риск на данных американского индекса S&P 500 при рассмотрении разных временных интервалов.

Целью данного исследования является анализ основных фондовых индексов России на наличие асимметричной премии за риск в их доходности. Анализ реализуется применением модели GARCH-M-GJR-LEV. Основным интерес представляет исследование поведения инвесторов в зависимости от периодов подъема и спада на рынке, отражающегося в динамике премии за риск. Согласно исследованиям (Хасанов, Лавриненко, 2019) и (Дорофеев, Самарский, 2016), поведение инвесторов на фондовом рынке России в значительной степени зависит от субъективных психоэмоциональных факторов. В особенности, присутствием иррационального поведения характеризуются периоды финансовых кризисов, когда на рынке наблюдается повышенный уровень спекуляций, а также панические настроения инвесторов, приводящие к еще большей нестабильности и падению цен на активы (Хасанов, Лавриненко, 2019; Дорофеев, Самарский, 2016). Иными словами, гипотеза эффективного рынка (Fama, 1970) не выполняется, вследствие чего рынок России склонен к формированию финансовых пузырей. Поэтому интересным представляется сопоставление результатов моделирования премии за риск для разных типов волатильности для российского и американского рынков.

## 2. Описание данных

Настоящее исследование сфокусировано на моделировании изменяющейся во времени премии за риск на данных российского фондового рынка, в качестве которых выступают логарифмические доходности индекса РТС, индекса ММВБ, а также индекса голубых фишек ММВБ<sup>3</sup>. Таким образом, исследование покрывает наиболее крупные, ликвидные и узнаваемые акции на рынке России. Источником данных для каждого из временных рядов выступает ресурс Investing.com. Общий исследуемый временной ряд покрывает данные с начала 2000 г. по март 2023 г., а в качестве рассматриваемых цен выступают дневные цены закрытия. Динамика лог-доходностей рассматриваемых индексов представлена на рис. 1. Однако столь длительные временные интервалы обычно могут характеризоваться наличием структурных сдвигов, поэтому в работе также рассматриваются пятилетние интервалы, на которых модель оценивается с плавающим окном. Подобный подход также позволяет удостовериться в устойчивости полученных результатов во времени.



**Рис. 1.** Динамика доходностей индексов РТС, ММВБ и индекса голубых фишек

<sup>3</sup> Далее для обозначения каждого из индексов в таблицах и на графиках используются их тикеры с московской биржи: RTSI для индекса РТС, IMOEX для индекса ММВБ и MOEXBC для индекса голубых фишек ММВБ.



### 3. Эмпирический анализ

#### 3.1. Анализ по всей выборке

В данном разделе приводятся результаты анализа рассматриваемых индексов на всем исследуемом временном горизонте. С целью содержательного сравнения симметричного и асимметричного моделирования премии за риск для каждого из индексов оцениваются GARCH-M-GJR модель, учитывающая эффект асимметрии лишь в уравнении дисперсии, а также асимметричная GARCH-M-GJR-LEV, позволяющая учитывать эффект рычага при моделировании премии за риск. Результаты оценивания каждой из моделей по всем индексам представлены в табл. 1.

По всем рассматриваемым индексам результаты являются сопоставимыми, наибольший интерес для данной работы представляют оценки параметров  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . В первую очередь отметим, что параметр  $\lambda_2$  является статистически значимым при любом разумном уровне значимости для индексов РТС и индекса голубых фишек. Для индекса ММББ параметр также является значимым на 5%-ном уровне значимости. Кроме того, для каждого из индексов оценки отрицательны, а в случае РТС и ММББ сопоставимы по абсолютному значению. Поскольку параметр  $\lambda_2$  в модели GARCH-M-GJR-LEV отвечает за асимметричное влияние дисперсии на формирование премии за риск, были найдены статистические свидетельства в пользу наличия эффекта рычага в уравнении доходности. Данный результат согласуется с гипотезой (Bollerslev, 2022) и эмпирическими свидетельствами (Trifonov, Potanin, 2022).

**Таблица 1.** Результаты оценивания моделей GARCH-M-GJR и GARCH-M-GJR-LEV по всей выборке

Параметр	Индекс					
	RTSI		IMOEX		MOEXBC	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
$\mu$	0.0736** (0.0301)	0.0688** (0.0304)	0.0784*** (0.0209)	0.0761*** (0.0207)	0.0768*** (0.0239)	0.0856*** (0.0005)
$\omega$	0.1055*** (0.0089)	0.1169*** (0.0098)	0.0406*** (0.0028)	0.0409*** (0.0030)	0.0619*** (0.0044)	0.0654*** (0.0043)
$\alpha$	0.0536*** (0.0069)	0.0512*** (0.0069)	0.0807*** (0.0057)	0.0809*** (0.0059)	0.0737*** (0.0071)	0.0735*** (0.0069)
$\beta$	0.8685*** (0.0068)	0.8639*** (0.0071)	0.8802*** (0.0039)	0.8797*** (0.0042)	0.8725*** (0.0049)	0.8692*** (0.0049)
$\lambda_1$	-0.0041 (0.0069)	0.0052 (0.0097)	-0.0061 (0.0064)	0.0067 (0.0095)	-0.0049 (0.0071)	0.0009*** (0.0001)
$\gamma$	0.1076*** (0.0069)	0.1162*** (0.0072)	0.0737*** (0.0064)	0.0742** (0.0118)	0.0813*** (0.0071)	0.0873*** (0.0066)
$\lambda_2$		-0.0245*** (0.0106)		-0.0265** (0.0118)		-0.0138*** (0.0013)
AIC	23318.361	23309.25	21523.64	21522.15	21676.02	21674.62

Примечание. \*\*\* —  $p < 0.01$ , \*\* —  $p < 0.05$ , \* —  $p < 0.1$ , в скобках указаны оценки стандартных ошибок.

(1) — модель GARCH-M-GJR, (2) — модель GARCH-M-GJR-LEV.

Оценки стандартных ошибок получены методом внешнего произведения градиента (Gradient Outer Product).

Тем не менее, знак оценки  $\lambda_2$  является отрицательным для ключевых российских индексов, что прямо противоположно результатам, полученным в Trifonov, Potanin (2022) для американского рынка. Отрицательное значение оценки может указывать на то, что инвесторы на российском рынке склонны требовать более низкую премию за риск при росте волатильности вследствие спада на рынке, чем вследствие роста котировок. Иными словами, результат свидетельствует в пользу иррационального поведения инвесторов, однако, в отличие от американского фондового рынка, агенты склонны воспринимать рост волатильности в периоды резкого подъема более рискованным, чем в случае периодов спада.

Графическая иллюстрация изменения премии за риск в зависимости от шока доходности представлена на рис. 2.

Для индекса РТС и индекса голубых фишек премия за риск склонна увеличиваться при росте волатильности вследствие положительных шоков в доходности. В свою очередь, во время спадов на рынке инвесторы склонны запрашивать дисконт (отрицательную премию). Хотя данный результат представляется достаточно интересным, необходимо убедиться в его стабильности во времени и уменьшить (минимизировать) возможность влияния структурных сдвигов.

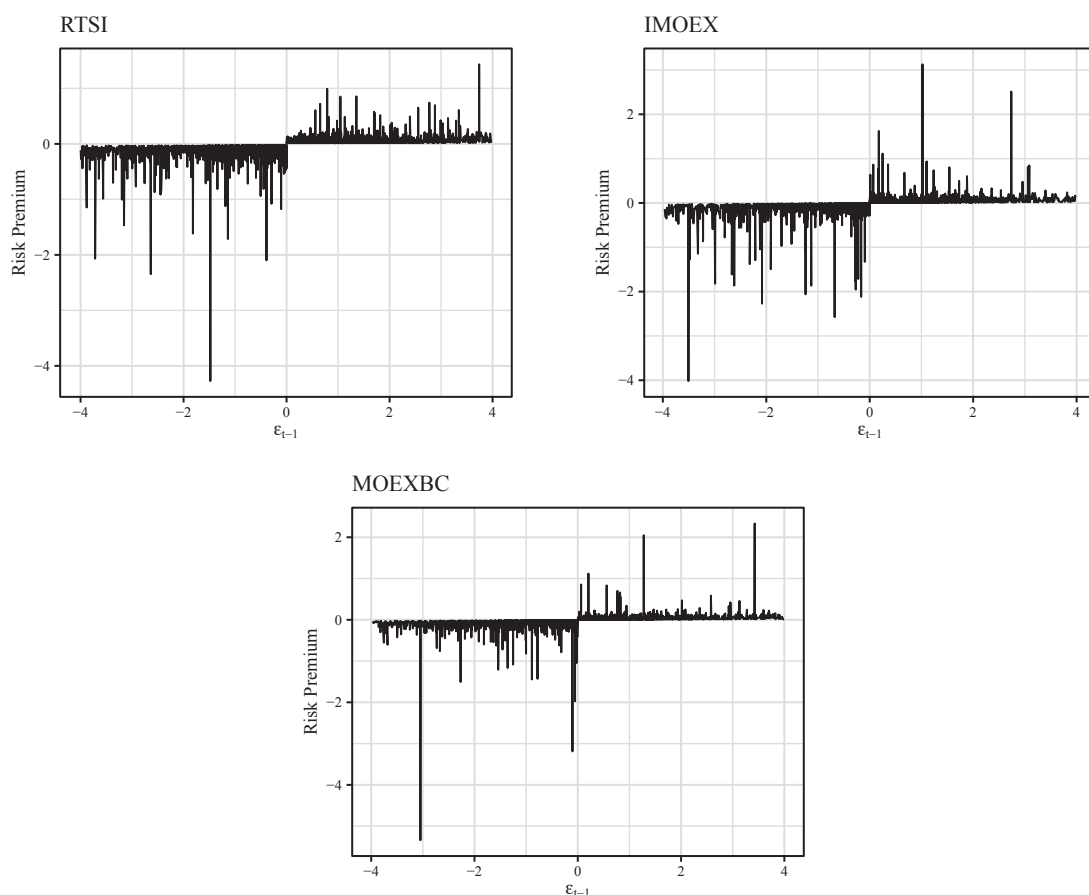


Рис. 2. Динамика премии за риск в зависимости от шоков в доходности индексов



Наконец, важно отметить незначимость параметра  $\lambda_1$  в модели GARCH-M-GJR для каждого из рассматриваемых индексов. При моделировании премии с использованием симметричной спецификации исследователи могут неправильно интерпретировать данный результат как отсутствие премии за риск в доходности индексов, что противоречит постулатам финансовой экономики. Тем не менее, подобная ошибочная интерпретация может быть вызвана невозможностью учета асимметричной реакции премии за риск на волатильность (Bollerslev, 2022). Применяя модель GARCH-M-GJR-LEV, возможно уловить наличие премии за риск с помощью учета эффекта рычага. Наконец, оценка параметра  $\gamma$ , отвечающего за эффект асимметрии в уравнении дисперсии, также является статистически значимой и положительной для каждого из индексов в обеих моделях. Данный результат согласуется со стилизованным фактом, что волатильность на рынке растет более инерционно в случае отрицательных шоков доходности (Black, 1976).

### 3.2. Анализ индексов с пятилетним окном

Оценивание модели GARCH-M-GJR-LEV на всей выборке хоть и обладает преимуществом в виде снижения дисперсии оценок за счет большого количества наблюдений, однако может приводить к некорректным результатам ввиду возможного наличия структурных сдвигов на рассматриваемых временных рядах (Борзых, Языков, 2019). Для проверки на устойчивость ранее полученных результатов в текущем разделе приводятся результаты применения модели с пятилетним окном для каждого из индексов. Таким образом, для каждого рассматриваемого индекса выборка была разделена на следующие пять интервалов: 2000–2004, 2005–2009, 2010–2014, 2015–2019 и 2020–2023. Отметим, что хотя последний период составляет чуть более 3 лет, результаты для этого временного промежутка являются интересными, поскольку он покрывает как коронакризис, так и период международной политической нестабильности. Основной целью данного анализа является исследование стабильности во времени оценок параметров, отвечающих за динамику премии за риск, а также их сопоставимости между индексами. Результаты применения модели GARCH-M-GJR-LEV приведены в табл. 2.

Результаты оценивания по индексу РТС демонстрируют статистически значимый отрицательный вклад параметра  $\lambda_2$  в формирование премии за риск на всех рассмотренных периодах. Данный результат согласуется с анализом по всей выборке и говорит о том, что инвесторы склонны запрашивать более высокую премию за риск в случае волатильности, вызванной периодами подъема. При этом параметр  $\lambda_1$  является статистически значимым лишь в периоды 2000–2004 и 2005–2009 гг. Это говорит о том, что в остальные периоды инвесторы склонны запрашивать более высокую премию за риск только если волатильность растет по причине растущего рынка (т.е. вызвана положительными шоками в доходности актива), а периоды снижения не вызывают значимого роста премии за риск. В свою очередь, оценки  $\lambda_1$  в периоды 2000–2004 и 2005–2009 гг. отличаются по знаку. Подобный результат, вероятно, является следствием мирового финансового кризиса 2008 г., приходящегося на второй временной интервал. Положительное значение параметра свидетельствует о том, что в периоды «хорошей» волатильности во время кризиса рынок был склонен воспринимать периоды роста более критично, увеличивая премию за риск. Такое поведение инвесторов может быть следствием пессимистичности рынка во время кризиса, т.к. в периоды

**Таблица 2.** Результаты оценивания модели GARCH-M-GJR-LEV для разных индексов с непересекающимися пятилетними окнами

Параметр	Период				
	2000–2004	2005–2009	2010–2014	2015–2019	2020–2023
<i>RTSI</i>					
$\mu$	0.2524*** (0.0787)	0.1456** (0.0583)	0.0437 (0.0864)	0.0511*** (0.0039)	0.0851 (0.0846)
$\omega$	0.2107*** (0.0442)	0.1202*** (0.0128)	0.1213*** (0.0267)	0.0151*** (0.0044)	0.2514*** (0.0380)
$\alpha$	0.0906*** (0.0231)	0.0645*** (0.0160)	0.0001 (0.0104)	0.0182** (0.0080)	0.00772 (0.0204)
$\beta$	0.8220*** (0.0212)	0.8633*** (0.0112)	0.8913*** (0.0182)	0.9382*** (0.0096)	0.8099*** (0.0228)
$\lambda_1$	–0.0173* (0.0096)	0.0188** (0.0085)	–0.0040 (0.0324)	0.0082 (0.0061)	–0.0020 (0.0190)
$\gamma$	0.1047*** (0.0274)	0.0811*** (0.0183)	0.1480*** (0.0171)	0.0847*** (0.0122)	0.2684*** (0.0218)
$\lambda_2$	–0.0279*** (0.0004)	–0.0388** (0.0159)	–0.0619** (0.0299)	–0.0324*** (0.0010)	–0.0408* (0.0231)
<i>MOEX</i>					
$\mu$	0.3313*** (0.0014)	0.1513** (0.0609)	0.0583 (0.0994)	0.0642 (0.0495)	0.0958 (0.0615)
$\omega$	0.2415*** (0.0490)	0.1421*** (0.0175)	0.1359*** (0.0198)	0.01654*** (0.0045)	0.1376*** (0.0243)
$\alpha$	0.08650*** (0.0160)	0.07805*** (0.0174)	0.00001 (0.0260)	0.0728*** (0.0130)	0.0288 (0.0210)
$\beta$	0.8375*** (0.0187)	0.8489*** (0.0138)	0.8514*** (0.0175)	0.9064*** (0.0144)	0.7959*** (0.0213)
$\lambda_1$	–0.0032*** (0.0008)	–0.0158 (0.0125)	0.0092 (0.0413)	0.0637 (0.0676)	–0.0103 (0.0275)
$\gamma$	0.0606*** (0.0152)	0.0867*** (0.0225)	0.1582*** (0.0404)	0.0262 (0.0226)	0.2524*** (0.0305)
$\lambda_2$	–0.0812*** (0.0157)	0.0362** (0.0175)	–0.0699* (0.0389)	–0.1508*** (0.0534)	–0.0300 (0.0274)
<i>MOEXBC</i>					
$\mu$	0.2671*** (0.0575)	0.1499*** (0.0542)	0.0617 (0.0848)	0.0506 (0.0538)	0.0757 (0.0687)
$\omega$	0.2357*** (0.0474)	0.1279*** (0.0177)	0.1126*** (0.0197)	0.0162*** (0.0044)	0.1839*** (0.0337)
$\alpha$	0.0950*** (0.0251)	0.0687*** (0.0187)	0.0001 (0.0138)	0.0730*** (0.0113)	0.0337 (0.0215)
$\beta$	0.8134*** (0.0218)	0.8579*** (0.0166)	0.8798*** (0.0207)	0.9136*** (0.0132)	0.7785*** (0.0246)
$\lambda_1$	–0.0012** (0.0005)	–0.0046 (0.0135)	–0.0196 (0.0453)	0.0953 (0.0621)	–0.0071 (0.0252)
$\gamma$	0.0989*** (0.0281)	0.0842*** (0.0216)	0.1335*** (0.0219)	0.0137 (0.0207)	0.2649*** (0.0329)
$\lambda_2$	–0.0497*** (0.0001)	0.0069 (0.0196)	–0.0414 (0.0397)	–0.1443*** (0.0459)	–0.0189 (0.0269)

Примечание. \*\*\* —  $p < 0.01$ , \*\* —  $p < 0.05$ , \* —  $p < 0.1$ , в скобках указаны оценки стандартных ошибок. Оценки стандартных ошибок получены методом внешнего произведения градиента (Gradient Outer Product).

роста большое число агентов ожидает снижения котировок в будущем. Данный результат хорошо согласуется с выводами (Дорофеев, Самарский, 2016) о том, что в кризисные периоды российский фондовый рынок особенно подвержен «информационной турбулентности» с присутствием большого числа сделок, вызванных психоэмоциональными факторами и спекулятивными мотивами.

Результаты по индексу ММВБ также демонстрируют значимый отрицательный вклад асимметричной компоненты премии за риск во все рассматриваемые периоды, кроме интервала с 2005 по 2009 г., когда вклад являлся положительным, а также интервала 2020–2023 гг., демонстрирующего незначимость параметра  $\lambda_2$ . Несмотря на то что результаты по большинству периодов согласуются с выводами, полученными по всей выборке, особый интерес представляет период с 2005 по 2009 г. Положительный знак оценки  $\lambda_2$  в этот период свидетельствует о росте премии за риск в периоды «плохой» волатильности. Данный результат может быть обусловлен мировым финансовым кризисом 2008 г., вследствие чего инвесторы были склонны более критично оценивать периоды снижения на рынке и, соответственно, запрашивать более высокую премию за риск. Далее, параметр  $\lambda_1$  оказался незначимым во все периоды, кроме окна с 2000 по 2004 г., когда были найдены свидетельства в пользу отрицательного вклада. Таким образом, почти по всем периодам результат является устойчивым и согласуется с выводами на основе анализа полной выборки.

На основании анализа индекса голубых фишек сложно сделать столь же однозначные выводы, как для РТС и ММВБ. Результаты для временных интервалов 2000–2004 и 2015–2019 гг. демонстрируют значимый и отрицательный вклад асимметричной компоненты премии за риск, что согласуется как с другими индексами, так и результатами оценивания по всей выборке. Однако на остальных периодах не было выявлено значимого эффекта асимметрии в уравнении доходности, о чем свидетельствует незначимый параметр  $\lambda_2$ .

Наконец, на подавляющем большинстве периодов для каждого из индексов была получена значимая и положительная оценка параметра  $\lambda\sigma_{t-1}^2$ , отвечающего за эффект рычага в уравнении условной дисперсии. Таким образом, были найдены статистические подтверждения стилизованного факта асимметричного влияния дисперсии на шоки в доходности на российских данных. Иными словами, волатильность увеличивается более сильно в случае негативных шоков доходности активов, чем в случае положительных, что согласуется с предыдущими исследованиями по зарубежным рынкам (Nelson, 1991; Black, 1976).

По результатам анализа можно сделать вывод, что на российском рынке инвесторы склонны формировать дисконт в случае периодов «плохой» волатильности. Данные свидетельства являются устойчивыми как на большинстве периодов, так и по трем ключевым индексам фондового рынка России. Полученный результат может быть связан с высокой долей иррациональных инвесторов на российском рынке и фактом его недооцененности (Дорофеев, Самарский, 2016; Хасанов, Лавриненко, 2019). Ввиду того, что фондовый рынок России склонен к формированию финансовых пузырей, в периоды подъемов («хорошая» волатильность) инвесторы склонны ожидать падения рынка впоследствии и формируют премию за риск. Иными словами, общие панические настроения отражаются в иррациональных действиях инвесторов, приводя к формированию премии за риск в периоды роста и дисконта — в случае падения рынка. Полученный результат является противоположным к аналогичным выводам по американскому рынку, где инвесторы склонны запрашивать более высокую премию за риск в периоды плохой волатильности (Trifonov, Potanin, 2022).

## Заключение

В данном исследовании рассмотрено моделирование изменяющейся во времени премии за риск на российском фондовом рынке. Основной новизной работы является учет асимметричного влияния волатильности на запрашиваемую инвесторами премию с помощью применения модели GARCH-M-GJR-LEV, которая позволила учесть различие вкладов «хороших» и «плохих» периодов волатильности в формирование премии.

В результате эконометрического анализа индексов РТС, ММВБ и индекса голубых фишек были найдены статистические свидетельства о наличии значимого эффекта асимметрии в уравнении доходности на большинстве из рассматриваемых периодов с 2000 по 2023 г. Однако у оценки параметра, отвечающего за эффект асимметрии в динамической премии за риск, был получен положительный знак. Этот результат противоположен эмпирическим свидетельствам по американскому рынку и может быть связан с тем, что на российском рынке инвесторы склонны запрашивать более высокую премию за риск в случае растущего рынка, в то время как периоды спадов зачастую характеризуются наличием дисконта. Полученные результаты являются индикатором наличия высокой доли иррациональных инвесторов на фондовом рынке России, а также спекулятивного мотива в сделках. Данные паттерны поведения инвесторов особенно проявляются в кризисные периоды.

Результаты настоящего исследования характеризуются стабильностью во времени за счет рассмотрения подвыборок с плавающим окном на периоде с 2000 по 2023 г. Кроме того, они согласуются с выводами существующей литературы по фондовому рынку РФ (Дорофеев, Самарский, 2016; Хасанов, Лавриненко, 2019), отражающими как проблему психоэмоциональных факторов при принятии инвестиционных решений, так и преобладание спекуляционных сделок. Наконец, полученные результаты отчасти указывают на причины сильной недооцененности активов на фондовом рынке России.

## Список литературы

- Борзых Д. А., Языков А. А. (2019). KS-метод обнаружения структурного сдвига в GARCH(1,1) моделях. *Прикладная эконометрика*, 54, 90–104. DOI: 10.24411/1993-7601-2019-10005.
- Дорофеев М. Л., Самарский Г. В. (2016). Моделирование процессов финансовых пузырей на российском фондовом рынке. *Финансы и кредит*, 22 (15), 45–62.
- Потанин Б. С., Трифонов Ю. С. (2021). Влияние ожиданий инвесторов на цену нефти. *Прикладная эконометрика*, 63, 76–90. DOI: 10.22394/1993-7601-2021-63-76-90.
- Хасанов Р. Х., Лавриненко А. О. (2019). Оценка стоимости российского фондового рынка. *Финансы и кредит*, 25 (11), 2606–2624. DOI: 10.24891/fe.25.11.2606.
- Baumeister C., Killian L. (2016). A general approach to recovering market expectations from futures prices with an application to crude oil. *CESifo Working Paper Series* No. 5782. DOI: 10.2139/ssrn.2754033.
- Black F. (1976). Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the 1976 Meeting of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 177–181.
- Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307–327. DOI: 10.1016/0304-4076(86)90063-1.

- Bollerslev T. (2022). Realized semi(co)variation: Signs that all volatilities are not created equal. *Journal of Financial Econometrics*, 20 (2), 219–252. DOI: 10.1093/jffinec/nbab025.
- Bollerslev T., Litvinova J., Tauchen G. (2006). Leverage and volatility feedback effects in high-frequency data. *Journal of Financial Econometrics*, 4 (3), 353–384. DOI: 10.1093/jffinec/nbj014.
- Engle R. F., Lilien D. M., Robins R. P. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. *Econometrica*, 55 (2), 391–407. DOI: 10.2307/1913242.
- Fama E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25 (2), 383–417. DOI: 10.2307/2325486.
- Glosten L. R., Jagannathan R., Runkle D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48 (5), 1779–1801. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1993.tb05128.x.
- Hong S. Y., Linton O. (2020). Nonparametric estimation of infinite order regression and its application to the risk-return tradeoff. *Journal of Econometrics*, 219 (2), 389–424. DOI: 10.1016/j.jeconom.2020.03.009.
- Kahneman D., Tversky A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47 (2), 263–292. DOI: 10.2307/1914185.
- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91. DOI: 10.2307/2975974.
- Nelson D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59 (2), 347–370. DOI: 10.2307/2938260.
- Rossi A. G., Timmermann A. (2015). Modeling covariance risk in Merton's ICAPM. *The Review of Financial Studies*, 28 (5), 1428–1461. DOI: 10.1093/rfs/hhv015.
- Sharpe W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19 (3), 425–442. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x.
- Trifonov J., Potanin B. (2022). GARCH-M model with an asymmetric risk premium: Distinguishing between 'good' and 'bad' volatility periods. <https://ssrn.com/abstract=4277261>. DOI: 10.2139/ssrn.4277261.

Поступила в редакцию 30.06.2023;  
принята в печать 31.08.2023.

Trifonov Ju. S. Modeling the risk premium in the Russian stock market considering the asymmetry effect. *Applied Econometrics*, 2023, v. 71, pp. 5–19.

DOI: 10.22394/1993-7601-2023-71-5-19

**Juri Trifonov**

HSE University, Moscow, Russian Federation;  
[ju.trifonov@gmail.com](mailto:ju.trifonov@gmail.com)

## Modeling the risk premium in the Russian stock market considering the asymmetry effect

The study examines the risk premium modeling for three major Russian stock market indices. The key feature is accounting for the asymmetry effect in the risk premium via the asymmetric GARCH-M model. The empirical analysis provided evidence favoring a significant leverage effect in the risk

premium in the Russian market. However, the effect sign is contrary to the hypothesis and the empirical evidence in the American market. These findings are probably explained by the violation of the efficient market hypothesis and the presence of a high proportion of irrational investors in the Russian stock market.

**Keywords:** GARCH-M; risk premium; leverage effect; conditional volatility.

**JEL classification:** C18; C22; C58.

## References

- Borzykh D., Yazykov A. (2019). The new KS method for a structural break detection in GARCH(1,1) models. *Applied Econometrics*, 54, 90–104 (in Russian). DOI: 10.24411/1993-7601-2019-10005.
- Dorofeev M., Samarskii G. (2016). Financial bubbles process modeling in the russian stock market. *Finance and Credit*, 22 (15), 45–62 (in Russian).
- Potantin B. S., Trifonov Ju. S. (2021). The influence of investors' expectations on oil prices. *Applied Econometrics*, 63, 76–90 (in Russian). DOI: 10.22394/1993-7601-2021-63-76-90.
- Khasanov R. Kh., Lavrinenko A. O. (2019). Valuation of the russian stock market. *Finance and Credit*, 25 (11), 2606–2624 (in Russian). DOI: 10.24891/fc.25.11.2606.
- Baumeister C., Killian L. (2016). A general approach to recovering market expectations from futures prices with an application to crude oil. *CESifo Working Paper Series* No. 5782. DOI: 10.2139/ssrn.2754033.
- Black F. (1976). Studies of stock price volatility changes. *Proceedings of the 1976 Meeting of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 177–181.
- Bollerslev T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31 (3), 307–327. DOI: 10.1016/0304-4076(86)90063-1.
- Bollerslev T. (2022). Realized semi(co)variation: Signs that all volatilities are not created equal. *Journal of Financial Econometrics*, 20 (2), 219–252. DOI: 10.1093/jjfinec/nbab025.
- Bollerslev T., Litvinova J., Tauchen G. (2006). Leverage and volatility feedback effects in high-frequency data. *Journal of Financial Econometrics*, 4 (3), 353–384. DOI: 10.1093/jjfinec/nbj014.
- Engle R. F., Lilien D. M., Robins R. P. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. *Econometrica*, 55 (2), 391–407. DOI: 10.2307/1913242.
- Fama E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25 (2), 383–417. DOI: 10.2307/2325486.
- Glosten L. R., Jagannathan R., Runkle D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48 (5), 1779–1801. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1993.tb05128.x.
- Hong S. Y., Linton O. (2020). Nonparametric estimation of infinite order regression and its application to the risk-return tradeoff. *Journal of Econometrics*, 219 (2), 389–424. DOI: 10.1016/j.jeconom.2020.03.009.
- Kahneman D., Tversky A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47 (2), 263–292. DOI: 10.2307/1914185.
- Markowitz H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77–91. DOI: 10.2307/2975974.



- Nelson D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59 (2), 347–370. DOI: 10.2307/2938260.
- Rossi A. G., Timmermann A. (2015). Modeling covariance risk in Merton's ICAPM. *The Review of Financial Studies*, 28 (5), 1428–1461. DOI: 10.1093/rfs/hhv015.
- Sharpe W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19 (3), 425–442. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x.
- Trifonov J., Potanin B. (2022). GARCH-M model with an asymmetric risk premium: Distinguishing between 'good' and 'bad' volatility periods. <https://ssrn.com/abstract=4277261>. DOI: 10.2139/ssrn.4277261.

Received 30.06.2023; accepted 31.08.2023