

Прикладная эконометрика, 2024, т. 74, с. 78–103.

Applied Econometrics, 2024, v. 74, pp. 78–103.

DOI: 10.22394/1993-7601-2024-74-78-103

Е.В. Астафьева, М.Ю. Турунцева¹

Повышение качества прогнозирования простейшими методами комбинирования отдельных прогнозов

Комбинирование прогнозов считается наиболее простым способом улучшения качества прогнозирования по сравнению с индивидуальными моделями. В данной работе проверяются возможности простейших методов комбинирования, таких как простое среднее и оценки на основе среднеквадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов, для улучшения качественных характеристик краткосрочных прогнозов пяти показателей цен на ресурсы (нефть и металлы). В основе работы лежит база прогнозов ИЭП им. Гайдара, которая обеспечивает массив первичных (объединяемых) прогнозов и позволяет строить их комбинации в режиме реального времени. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что даже самые простые методы комбинирования могут повысить точность прогнозов. Кроме этого, в случае цен на ресурсы можно даже выделить группу методов (а именно, комбинирование с весами, обратно пропорциональными среднеквадратическим ошибкам отдельных прогнозов), обеспечивающих максимальный выигрыш в качестве для большинства периодов.

Ключевые слова: комбинирование прогнозов; объединение прогнозов; цены на нефть; цены на алюминий; цены на золото; цены на никель; цены на медь.

JEL classification: C53; E31.

1. Введение

Прогнозирование экономических показателей представляет собой комплексную многоэтапную задачу, включающую целый ряд шагов и требующую от исследователя глубоких знаний в области как самой экономики, так и математических методов ее анализа и прогнозирования. Это, в свою очередь, приводит к проблеме выбора наиболее подходящей для целей прогнозирования модели, варианта решения соответствующей задачи, что порождает огромное разнообразие прогнозов даже для одного показателя. В каждом конкретном случае качество прогноза определяется выбором аналитика на каждом из этапов построения прогноза. И трудно сказать заранее, какой из прогнозов будет иметь лучшие качественные характеристики: например, корректная с точки зрения экономической теории модель с неверно оцененными параметрами может уступать по качеству прогнозирования не полностью специфицированной теоретической модели с корректировками оценок.

¹ Астафьева Екатерина Викторовна — РАНХиГС, Москва; eastafyeva@ranepa.ru.

Турунцева Марина Юрьевна — РАНХиГС, Институт Гайдара, Москва; turuntseva@iep.ru.

Прогнозирование цен на природные ресурсы, в свою очередь, обладает рядом особенностей, связанных как с их экономической спецификой, так и с их динамикой. Такие ряды относятся к числу очень плохо прогнозируемых показателей, поскольку большинство из них (если не все) обладают характерными динамическими свойствами (являются случайными блужданиями, см. рис. 1), что резко сужает возможности прогнозирования с формальной (статистической) точки зрения. Поэтому актуальным представляется анализ возможностей так называемого комбинирования, или объединения прогнозов, т.е. получения некоторого прогнозного значения из массива нескольких прогнозов, рассчитанных по простым (или не очень простым) прогнозным моделям/методам. В настоящее время комбинирование прогнозов рассматривается как наиболее простой способ повысить качество прогнозирования по сравнению с отдельными моделями. Эмпирические исследования реальных прогнозов показывают, что комбинации простых прогнозов зачастую позволяют получить существенный выигрыш в качестве прогнозирования по сравнению с отдельными прогнозами, даже оцененными на основе сложных моделей (см., например, (Clemen, 1989)). В результате объединенные прогнозы широко используются банковскими аналитиками, прогнозистами частных компаний, а также в академических исследованиях. Вместе с тем, многие авторы, например Genre et al. (2013), предостерегают от выбора одного предпочтительного метода комбинирования, а рекомендуют использовать набор методов, определяемый на основе исторического опыта применения различных комбинационных схем.

В данной статье авторы пытаются ответить на вопрос, насколько простейшие (не регрессионные) методы комбинирования прогнозов позволяют улучшить качество прогнозов цен на нефть, алюминий, золото, медь и никель. Работа организована следующим образом. Во втором разделе описаны основные понятия и методы комбинирования прогнозов. Третий раздел содержит описание данных, на основе которых построено исследование. В четвертом разделе приведены результаты эмпирических расчетов, а в заключении сформулированы основные выводы и рекомендации.

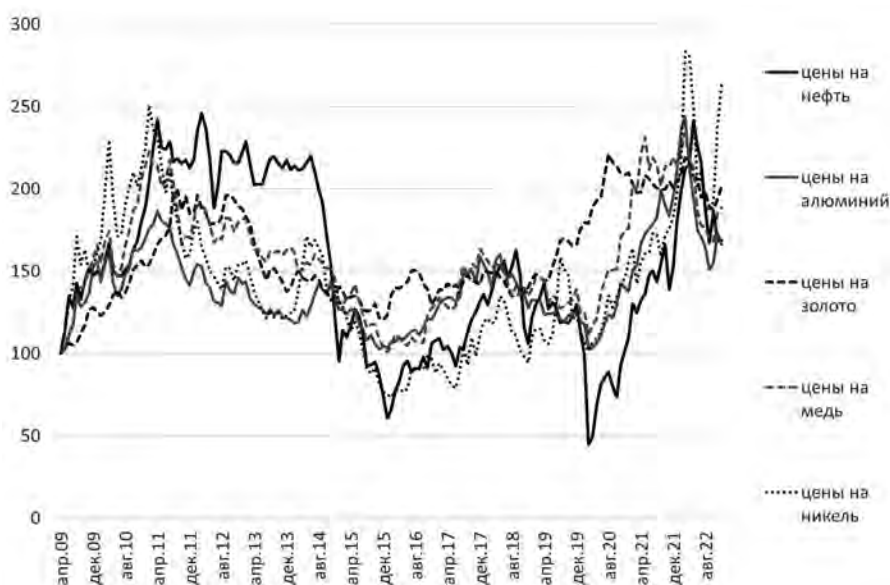


Рис. 1. Динамика цен на природные ресурсы (в % к цене за апрель 2009 г.)

2. Простейшие методы комбинирования прогнозов

Вопросы повышения качества прогнозирования являются предметом споров и обсуждений на протяжении многих лет. Среди работ, посвященных данной теме, можно выделить три основных направления: 1) совершенствование и разработка нового инструментария оценки прогнозных моделей с учетом природы исследуемых показателей и доступного массива данных; 2) изучение возможностей корректировки имеющихся прогнозов в зависимости от свойств модели и предшествующих прогнозов; 3) анализ методов комбинирования прогнозов.

Различия методов комбинирования определяются способами оценки весов. В работе (Френкель, Сурков, 2015) все методы разбиваются на семь групп на основе среднего арифметического, МНК, минимизации дисперсии ошибок, результатов ретроспективных прогнозов, факторного анализа, попарных предпочтений, квадратичного прогнозирования.

В работе (Wang et al., 2023) методы комбинирования структурированы на две большие группы в зависимости от формы представления прогнозов: точечные и вероятностные. Для первой группы в основе построения комбинированного прогноза показателя Y лежит массив индивидуальных прогнозов $\{\hat{Y}_{t+h|t}^i\}_{i=1}^n$, где $\hat{Y}_{t+h|t}^i$ — i -й индивидуальный прогноз ($i = \overline{1, n}$) на h шагов вперед, вычисленный на основе модели, оцененной по данным, доступным на момент времени t . Комбинированный прогноз $F_{t+h|t}^Y$ определяется как взвешенная сумма отдельных прогнозов:

$$F_{t+h|t}^Y = \sum_{i=1}^n w_{t+h|t}^i \hat{Y}_{t+h|t}^i, \quad (1)$$

где $w_{t+h|t}^i$ — вес i -го прогноза на h шагов, полученного в момент времени t ², n — число прогнозов в массиве. В зависимости от способов оценки весов при комбинировании точечных прогнозов авторы выделяют простейшие методы (среднее и медиана), линейные методы (минимизация ошибки комбинированного прогноза, регрессионные оценки, нелинейные схемы, использование исторической информации об ошибках, использование информационных критериев моделей), нелинейные методы и методы обучения.

Вероятностные комбинации нацелены на прогнозирование распределения вероятностей и могут объединять прогнозы плотностей, распределений, квантилей, интервальных оценок. В этой группе авторы обзора (Wang et al., 2023) выделяют такие подходы к определению весов, как линейное и нелинейное объединение в пул, байесовское усреднение моделей, правила балльных оценок калибровки и четкости.

Таким образом, разработанный в настоящее время инструментарий комбинирования прогнозов представлен широким набором методов, как сравнительно простых, так и использующих

² Как правило, сумма весов полагается равной единице. Снятие этого ограничения обычно рассматривается при оценке весов регрессионными методами (Granger, Ramanathan, 1984), поскольку для модели без константы с точки зрения минимизации внутривыборочной суммы квадратов ошибок регрессия без ограничений предпочтительнее регрессии с ограничениями, но оценки весов по регрессии без ограничений могут привести к смещению комбинированного прогноза. Альтернативой в данной ситуации является комбинирование на основе оценок, полученных по регрессии без ограничений, включающей константу.

современные средства обработки данных. Причем многочисленные эмпирические работы (Lichtendahl, Winkler, 2020; Makridakis et al., 2022; Stock, Watson, 2004) показывают, что несмотря на кажущуюся архаичность простые методы комбинирования позволяют добиться улучшения качества прогнозирования и составить конкуренцию более сложным комбинирующим схемам. Поэтому простые правила объединения прогнозов и сейчас рассматриваются не только как ориентир для оценки эффективности применения современных подходов, но и как самостоятельные методы.

В данной работе авторы ограничиваются рассмотрением простейших методов комбинирования, которые включают простое среднее и оценки на основе среднеквадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов.

Простое среднее. Простое среднее как комбинированный прогноз $F_{t+h|t}^Y$ показателя Y , построенный в момент времени t на h шагов вперед, является, очевидно, средним арифметическим имеющегося массива прогнозов:

$$F_{t+h|t}^Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{t+h|t}^i. \quad (2)$$

В этом случае веса всех прогнозов одинаковы, и для его построения информация о значениях и качественных характеристиках прогнозов используемого массива в предыдущих периодах не нужна. Примечательно, что эмпирические исследования свойств комбинированных прогнозов часто демонстрируют парадоксальные результаты. Простые средние значения превосходят по качеству прогнозов более сложные статистические методы комбинирования (Granger, 1989; Stock, Watson, 1999; Makridakis et al., 2022), теоретические обоснования этого парадокса можно найти в (Smith, Wallis, 2009; Claeskens et al., 2016). Elliott, Timmermann (2004) утверждают, что простое усреднение прогнозов позволяет уменьшить дисперсию ошибок прогноза, поскольку веса не зависят от вторых моментов прогноза, которые лежат в основе многих более сложных методов комбинирования. Это свойство простого комбинирования прогнозов, по сути, является его главным достоинством. К числу недостатков обычно относят игнорирование потенциально полезной информации об исторической динамике прогнозов и предположение о равнозначности (взаимозаменяемости) прогнозов используемого массива. Также надо отметить, что простое среднее приводит к хорошим результатам в условиях стандартных предположений о распределении ошибок прогнозов, в частности, их нормальности. Если же предположение о нормальности ошибок нарушается, методы линейного комбинирования не позволяют получить оптимальные оценки. Например, для распределений, характеризующихся достаточно тяжелыми хвостами, более точным комбинированным прогнозом будет медиана.

Учет среднеквадратической ошибки прогнозов предыдущих периодов. Использование данных о качестве прогнозов предыдущих периодов впервые было рассмотрено Бейтсом и Грейнджером (Bates, Granger, 1969), предложившими подход, согласно которому веса отдельных прогнозов в их линейной комбинации минимизируют дисперсию ошибок комбинированных прогнозов. В соответствии с оценками авторов оптимальные веса отдельных прогнозов определяются на основе дисперсий и ковариаций ошибок прогнозов (в литературе этот метод носит название Variance-Covariance Method). Для произвольного конечного числа первичных прогнозов Reid (1969) и Granger, Newbold (1974) показали,

что при условии их несмещенности оптимальный комбинирующий весовой вектор $\bar{w}_{T+h|T}^0$ задается формулой

$$\bar{w}_{T+h|T}^0 = \frac{(\Sigma_{T+h|T})^{-1} \bar{i}}{(\bar{i})' (\Sigma_{T+h|T})^{-1} \bar{i}}, \quad (3)$$

где $\Sigma_{T+h|T}$ — ковариационная матрица ошибок h -шаговых прогнозов, а $\bar{i}$ — единичный вектор-столбец соответствующей длины.

Поскольку на практике ковариационная матрица ошибок прогнозов не известна, при расчете весов обычно используют оценки компонент матрицы, полученные по выборке прогнозов:

$$(\hat{\Sigma}_{T+h|T})_{ij} = \frac{1}{T - t_0} \sum_{t=t_0}^T e_{t|t-h}^i e_{t|t-h}^j, \quad (4)$$

где $e_{t+h|t}^i = Y_{t+h|t}^i - \hat{Y}_{t+h|t}^i$ — ошибка прогнозирования по модели i в момент времени t на h шагов вперед. Кроме этого, прогнозы часто предполагают некоррелированными, что существенно упрощает формулу расчета их весов:

$$w_{T+h|T}^i = \frac{\left[\sum_{t=t_0}^T (e_{t|t-h}^i)^2 \right]^{-1}}{\sum_{j=1}^n \left[\sum_{t=t_0}^T (e_{t|t-h}^j)^2 \right]^{-1}}. \quad (5)$$

Как видно, веса берутся обратно пропорциональными среднеквадратичной ошибке h -шагового прогноза в рассматриваемом периоде. В предположении несмещенных прогнозов массива, равенство суммы весов единице обеспечивает несмещенность комбинированного прогноза.

В эмпирических работах по комбинированию другой вариант оценки весов состоит в усреднении ошибок прогнозов предыдущих периодов с учетом их удаленности от момента прогнозирования.

При использовании всей информации о дисперсии и ковариациях, например, (Granger, Newbold, 1977), усреднение осуществляется по формуле

$$\bar{w}_{T+h|T} = \frac{(\hat{\Sigma}_{T+h|T})^{-1} \bar{i}}{(\bar{i})' (\hat{\Sigma}_{T+h|T})^{-1} \bar{i}}, \quad (\hat{\Sigma}_{T+h|T})_{ij} = \left(\sum_{t=t_0}^T \delta^t \right)^{-1} \sum_{t=t_0}^T \delta^t e_{t|t-h}^i e_{t|t-h}^j, \quad (6)$$

а без учета информации о ковариациях (Bates, Granger, 1969) по формуле

$$w_{T+h|T}^i = \frac{\left[\sum_{t=t_0}^T \delta^t (e_{t|t-h}^i)^2 \right]^{-1}}{\sum_{j=1}^n \left[\sum_{t=t_0}^T \delta^t (e_{t|t-h}^j)^2 \right]^{-1}}, \quad (7)$$

где δ — коэффициент дисконтирования. Здесь при использовании дисконтируемых ошибок они суммируются с различными весами, так что последним наблюдениям временного ряда придается больший вес.

Допущение о некоррелированности ошибок прогнозирования может привести к нестабильности весов при комбинировании прогнозов и ухудшить его прогнозные свойства. Для случая двух прогнозов можно показать (Bates, Granger, 1969), что минимальное значение дисперсии комбинированного прогноза достигается при таком весе первого прогноза:

$$w_1 = \frac{1 - \rho\varphi}{1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi}, \quad (8)$$

где $\varphi = \sigma_1/\sigma_2$, σ_1 и σ_2 — дисперсии ошибки первого и второго прогноза соответственно, ρ — коэффициент корреляции двух ошибок.

В результате, при равных дисперсиях ошибок $\sigma_1 = \sigma_2$ отношение φ равно 1, так что независимо от значения коэффициента корреляции ρ веса комбинируемых прогнозов одинаковы и равны 0.5. В случае когда дисперсии ошибок отличаются, веса отклоняются от 0.5. А поскольку

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial \rho^2} = \left(\frac{1 - \rho\varphi}{1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi} \right)'' = \left(\frac{\varphi - \varphi^3}{(1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi)^2} \right)' = \frac{4\varphi^2(1 - \varphi^2)}{(1 + \varphi^2 - 2\rho\varphi)^3}, \quad (9)$$

то и величина, и скорость отклонения растут с увеличением коэффициента корреляции, т.е. вес более чувствителен к изменениям ρ при его высоких значениях. Графическая иллюстрация нестабильности весов приведена в работе (Winkler, Clemen, 1992), где авторы отмечают, что наибольшей чувствительностью к изменению ρ характеризуются веса прогнозов с отношением φ , близким (но не равным) к единице³. Нестабильность весов, в свою очередь, ведет к увеличению колебаний дисперсии комбинированного прогноза, особенно при близких к единице значениях φ и ρ . Обоснование занижения оценки дисперсии комбинированного прогноза при объединении более чем двух прогнозов, в предположении их некоррелированности, представлено в работе (Magnus, Vasnev, 2023).

Однако теоретические объяснения влияния корреляции на качество комбинированного прогноза основаны на предположении, что ковариационная матрица объединяемых прогнозов может быть правильно оценена, что на практике реализуется не всегда, особенно в ситуациях, когда требуется объединить большое число прогнозов. В результате комбинированные прогнозы, игнорирующие корреляции, могут демонстрировать лучшее качество в сравнении с комбинациями, которые их оценивают (Winkler, Makridakis, 1983).

³ На основе формулы (8), отражающей зависимость оптимального веса первого прогноза от коэффициента корреляции и отношения дисперсий двух прогнозов, Radchenko et al. (2023) показывают, что в случае сильной положительной корреляции между прогнозами оптимальные веса могут принимать отрицательные значения (в частности, $w_1 < 0$, если $\rho > 1/\varphi$, а $1 - w_1 < 0$, если $\rho > \varphi$). Возможность отрицательности оптимальных весов сохраняется и при увеличении числа прогнозов при наличии между ними сильной положительной корреляции, которая может наблюдаться в ситуациях, когда прогнозы одновременно завышают или занижают истинное значение прогнозируемого показателя. По мнению авторов, баланс между уменьшением дисперсии комбинированного прогноза и смещением, возникающем при использовании неоптимальных весов, может быть достигнут при ослаблении ограничения на неотрицательность весов и использовании для них не нулевого, а отрицательного порогового значения.

Еще одна проблема связана с тем, что при замене ковариационной матрицы Σ ее выборочной оценкой $\hat{\Sigma}$ элементы матрицы рассматриваются как фиксированные, но неизвестные величины, оцениваемые на основе T выборочных наблюдений. В ряде работ, например, (Greene et al., 1985), отмечается, что оценка вида (3) оптимальна (с точки зрения минимизации ошибки комбинированного прогноза) только при условии, что неизвестная ковариационная матрица ошибок остается неизменной во времени. Причинами изменения ковариационной матрицы могут быть свойства прогнозных моделей, неравномерная скорость изменения качества отдельных прогнозов, а также (и очень часто) структурные изменения экономики. Один из вариантов решения проблемы неоптимальности постоянных весов состоит в расчете комбинирующих коэффициентов с помощью адаптивных алгоритмов «реального времени», которые оценивают ковариационную матрицу и вектор весов на основе скользящей подвыборки (последних V наблюдений имеющейся выборки). В соответствии с таким подходом значения весов определяются качественными характеристиками первичных прогнозов в недавнем прошлом и могут быть получены по формулам (Granger, Newbold, 1977):

$$\bar{w}_{T+h|T} = \frac{(\hat{\Sigma}_{T+h|T})^{-1} \bar{i}}{(\bar{i})' (\hat{\Sigma}_{T+h|T})^{-1} \bar{i}}, \quad (\hat{\Sigma}_{T+h|T})_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{t=T-V+1}^T e_{t|t-h}^i e_{t|t-h}^j \quad (10)$$

— на основе скользящей выборки, с учетом всей информации о дисперсии и ковариациях;

$$w_{T+h|T}^i = \frac{\left[\sum_{t=T-V+1}^T (e_{t|t-h}^i)^2 \right]^{-1}}{\sum_{j=1}^n \left[\sum_{t=T-V+1}^T (e_{t|t-h}^j)^2 \right]^{-1}} \quad (11)$$

— на основе скользящей выборки, без учета информации о ковариациях;

$$w_{T+h|T}^i = \alpha w_{T+h-1|T-1}^i + (1-\alpha) \frac{\left[\sum_{t=T-V+1}^T (e_{t|t-h}^i)^2 \right]^{-1}}{\sum_{j=1}^n \left[\sum_{t=T-V+1}^T (e_{t|t-h}^j)^2 \right]^{-1}}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (12)$$

— на основе «адаптивной» схемы, без учета информации о ковариациях.

К достоинствам использования скользящей выборки данных можно отнести допущение возможности нестационарной зависимости во времени между первичными прогнозами, а к недостаткам — зависимость получаемого результата от V и отсутствие формальных способов определения его оптимального значения.

3. Описание данных и методики оценки качества прогнозов

В основе работы лежит база прогнозов, публикуемых ежемесячно в издании «Научный вестник ИЭП им. Гайдара.ру»⁴, которая содержит массивы полугодовых⁵ прогнозов, полученных шестью методами:

- $\hat{Y}_{t+h|t}^1$ ($i = 1$): *прогноз ИЭП*, ARIMA-прогноз — прогноз на основе модели авторегрессии и скользящего среднего или модели с марковскими переключениями;
- $\hat{Y}_{t+h|t}^2 = Y_{t-1}$ ($i = 2$): *наивный прогноз*, равный последнему известному на момент прогнозирования значению показателя;
- $\hat{Y}_{t+h|t}^3 = Y_{t+h-1} + \Delta$,

$$\Delta = \left(\sum_{\tau=t_0}^{t-3} Y_{\tau} - \sum_{\tau=t_0+1}^{t-2} Y_{\tau} \right) / (t - t_0 - 2)$$
 ($i = 3$): *наивный прогноз с дрейфом*, равный последнему известному на момент прогнозирования значению показателя, скорректированному на одношаговое изменение среднего значения показателя за весь период;
- $\hat{Y}_{t+h|t}^4 = Y_{t+h-12}$ ($i = 4$): *наивный сезонный прогноз*, равный значению показателя в том же месяце предыдущего года;
- $\hat{Y}_{t+h|t}^5 = \frac{1}{12} \sum_{\tau=t-1}^{t-12} Y_{\tau}$ ($i = 5$): *прогноз скользящего среднего*, равный последнему известному на момент прогнозирования среднему годовому значению показателя;
- $\hat{Y}_{t+h|t}^6$ ($i = 6$): *линейный тренд*, прогноз на основе модели линейного тренда, оцененной по данным в период до последнего известного на момент прогнозирования значения показателя.

Для целей данной работы используется база простейших прогнозов и характеристик их качества для показателей цен на нефть и металлы: нефть марки Brent (\$ за баррель), алюминий (тыс. \$ за тонну), золото (тыс. \$ за унцию), медь (тыс. \$ за тонну) и никель (тыс. \$ за тонну)⁶. Дальнейший анализ прогностических способностей комбинированных

⁴ См. <https://www.iep.ru/ru/publikacii/category/1371.html>. С августа по декабрь 2012 г. — бюллетень «Модельные расчеты краткосрочных прогнозов социально-экономических показателей РФ». С января 2013 г. по декабрь 2023 г. — регулярный раздел Научного вестника ИЭП им. Гайдара.ру. Массивы, собранные в процессе издания бюллетеня в период с 04.2006 по настоящее время, содержат для каждого месяца t прогнозы показателя на полгода вперед, полученные различными методами, и официальные статистические данные, доступные на момент прогнозирования.

⁵ Учитывая, что в период t доступны реальные значения показателя только для периода $(t - 1)$, полугодовые прогнозы цен на ресурсы представляют собой ожидаемые значения показателя на 2–7 месяцев (а не 1–6 месяцев) вперед. Таким образом, в массив фактически не входят прогнозы на 1 шаг вперед.

⁶ Фактические значения показателей взяты из базы данных МВФ (до мая 2017 г.) и с сайта <https://ru.investing.com> (с июня 2017 г.).

прогнозов осуществляется для группы простейших прогнозов (называемых далее первичными), в которую входят наивный прогноз, наивный прогноз с дрейфом, наивный сезонный прогноз и скользящее среднее. Такой выбор продиктован качественными характеристиками указанных типов прогнозирования и доступностью их реализации.

Для сравнения качества прогнозов использовалась средняя абсолютная процентная ошибка прогнозирования. Эта характеристика позволяет не только сравнивать прогнозы по разным моделям между собой и делать выводы о качестве приближения прогнозных значений к фактическим для отдельно взятой модели, но также является более устойчивой к выбросам в сравнении с другими методами нахождения ошибки прогнозирования:

$$MAPE = 100\% \cdot \frac{1}{h} \sum_{j=1}^h \left| \hat{Y}_{t+j|t} - Y_{t+j} \right| / \left| Y_{t+j} \right|, \quad (13)$$

где h — длина интервала (горизонт) прогнозирования; $\hat{Y}_{t+j|t}$ — прогнозное значение временного ряда, рассчитанное в момент времени t на j шагов вперед; Y_{t+j} — фактическое значение временного ряда в момент времени $t + j$.

Для характеристики качества комбинированных прогнозов в работе рассматривается средняя за период 04.2009–12.2022 абсолютная процентная ошибка для каждого из h -шаговых прогнозов:

$$MAPE_T^i(h) = 100\% \cdot \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \hat{Y}_{t|t-h}^i - Y_t \right| / \left| Y_t \right|$$

и средняя абсолютная процентная ошибка

$$\text{всего массива прогнозов: } MAPE_T = 100\% \cdot \frac{1}{6T} \sum_{h=1}^6 \sum_{t=1}^T \left| \hat{Y}_{t|t-h}^i - Y_t \right| / \left| Y_t \right|.$$

Помимо средних значений

для всего периода 04.2009–12.2022, в работе также рассматриваются средние значения отдельно для каждого из последних четырех лет, позволяющие проанализировать качественные характеристики прогнозов в периоды разной волатильности показателей.

Поскольку цель работы состоит в сравнении качественных свойств различных прогнозов, в большинстве таблиц приводится относительная $MAPE$, равная отношению ошибки

$$i\text{-го прогноза к ошибке наивного прогноза } RMAPE_T^i = \frac{MAPE_T^i}{MAPE_T^2},$$

которая характеризует улуч-

шение (или, напротив, ухудшение) i -го прогноза относительно наивного прогноза, взятого для сравнения в качестве базового.

Для комбинирования прогнозов в работе используются две группы способов: на основе простого усреднения (2) и на основе ошибок предыдущих периодов (18)–(19). Комбинированные прогнозы оцениваются в режиме реального времени, т.е. для каждого бюллетеня t веса прогнозов рассчитываются по данным, доступным на момент времени t : годовым прогнозам бюллетеней и истинным значениям показателя до $t - 1$ включительно.

В случае комбинирования на основе простого усреднения, веса, формирующие сумму

$$\sum_{i=1}^n w_{t+h|t}^i \hat{Y}_{t+h|t}^i,$$

вычисляются только по данным текущей прогнозной точки без учета свойств

отдельных прогнозов в предыдущие периоды. В этой группе способов обычно рассматривают простое среднее значений массива прогнозов (или усеченное среднее) и медиану. Для простого среднего веса всех прогнозов одинаковы и равны $w_{t+h|t}^j = 1/n$.

Методы комбинирования, использующие при оценке весов информацию о качественных характеристиках прогнозов предыдущих периодов, в роли основной характеристики качества используют среднеквадратичную ошибку прогнозов $MSFE$. Так как используемый в работе массив содержит данные полугодических прогнозов, то для расчетов используется несколько способов простого усреднения квадратической ошибки⁷:

- последняя доступная среднеквадратическая ошибка h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h = \frac{1}{6} \sum_{s=t-h-7}^{t-h-1} (Y_{s+h} - \hat{Y}_{s+h|s}^i)^2$; (14)

- последняя доступная среднеквадратическая ошибка полугодических прогнозов бюллетеня $MSFE_{it}^t = \frac{1}{6} \sum_{h=1}^6 (Y_{t-7+h} - \hat{Y}_{t-7+h|t-7}^i)^2$; (15)

- последняя доступная среднеквадратическая ошибка всех h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^{6h} = \frac{1}{6} \sum_{\tau=t-6}^{t-1} MSFE_{i\tau}^h$; (16)

- последняя доступная среднеквадратическая ошибка полугодических прогнозов шести бюллетеней $MSFE_{it}^{6t} = \frac{1}{6} \sum_{\tau=t-6}^{t-1} MSFE_{i\tau}^t$. (17)

Самый простой способ учесть качественные характеристики предыдущих прогнозов состоит в приравнивании комбинированного прогноза к индивидуальному прогнозу, который продемонстрировал лучшие свойства в предыдущем периоде, т.е. в сосредоточении всех весов на одном прогнозе, который имеет самую низкую среднеквадратическую ошибку:

$$w_{t+h|t}^i = \begin{cases} 1, & \text{если } i = \arg \min_j MSFE_{jt}, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (18)$$

В соответствии с рассматриваемыми в работе $MSFE$ (14)–(17), данные комбинированные прогнозы названы «последний лучший (h)», «последний лучший (t)», «последний лучший ($6h$)» и «последний лучший ($6t$)» соответственно.

Согласно другому способу, веса комбинированного прогноза полагают обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов (Fritz et al., 1984), что с учетом нормировки приводит к весам⁸

$$w_{t+h|t}^i = \frac{1/MSFE_{it}}{\sum_{j=1}^n (1/MSFE_{jt})}. \quad (19)$$

⁷ Первый способ учета ошибки прогнозирования предложен в статье (Турунцева, 2013) и несколько модифицирован для целей данной работы.

⁸ Обоснование преимуществ качественных характеристик таких комбинированных прогнозов перед индивидуальными представлено в работе (Bates, Granger, 1969) для случая объединения двух прогнозов. Выбор весов, обратно пропорциональных ошибкам, представляет собой обобщение схемы взвешивания Bates–Granger на многомерный случай в предположении некоррелированности ошибок комбинируемых прогнозов.

Для таких комбинаций, наряду со среднеквадратической ошибкой, часто рассматриваются дисконтированные суммы ошибок прогнозов, в которых вклад отдельных ошибок зависит от удаленности соответствующего прогноза от момента оценки. Так же как и в случае среднеквадратической ошибки прогноза, в работе рассматривается несколько видов дисконтированных сумм:

- последняя доступная дисконтированная сумма ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев
- последняя доступная дисконтированная сумма ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня

$$DSFE_{it}^h = \sum_{s=t-h-7}^{t-h-1} \delta_1^{t-h-s-1} (Y_{s+h} - \hat{Y}_{s+h|s}^i)^2; \quad (20)$$

$$DSFE_{it}^t = \sum_{h=1}^6 \delta_2^h (Y_{t-7+h} - \hat{Y}_{t-7+h|t-7}^i)^2, \quad (21)$$

где δ_1, δ_2 — коэффициенты дисконтирования. При $\delta_1 = \delta_2 = 1$ ошибки включаются в сумму с одинаковыми весами независимо от лага между прогнозируемым периодом и моментом оценки, т.е. взвешивание без дисконтирования эквивалентно взвешиванию на основе $MSFE$. Соответствующие указанным формулам (20) и (21) комбинированные прогнозы называются «дисконтированный прогноз (h)» и «дисконтированный прогноз (t)».

В предыдущих методах, основанных на $MSFE$, усреднение ошибки осуществляется на основе данных шести предыдущих периодов, т.е. при расчетах рассматривается скользящая выборка длины 6. Но длина выборки V сама является параметром, определяющим значения весов комбинированных прогнозов. Поэтому, наряду с дисконтированными прогнозами, в работе рассматривается комбинированный прогноз («оптимальный»), веса которого находятся в соответствии с (19), для ошибки, задаваемой формулой

$$MSFE_{it}^h(V) = \frac{1}{V} \sum_{s=t-h-V-1}^{t-h-1} (Y_{s+h} - \hat{Y}_{s+h|s}^i)^2, \quad (22)$$

где V выбирается из условия минимизации средней за рассматриваемый период абсолютной процентной ошибки.

4. Анализ качества комбинированных прогнозов цен на природные ресурсы

Прежде чем переходить к анализу свойств методов комбинирования, рассмотрим прогностические свойства имеющихся массивов прогнозов цен на ресурсы. Полученные результаты (табл. 1) показывают, что для всего рассматриваемого периода (04.2009–12.2022), несмотря на различия значений ошибок для отдельных показателей, можно выделить общие тенденции: (1) результаты оценки подтверждают очевидный факт роста ошибки прогноза с увеличением горизонта прогнозирования; (2) с ростом горизонта прогнозирования различия в качестве отдельных прогнозов уменьшаются; (3) в большинстве случаев из группы первичных прогнозов лучшие качества демонстрируют наивные прогнозы (для цен на золото — наивные прогнозы с дрейфом); (4) за исключением одношаговых и шестистаговых прогнозов цен на алюминий, прогнозы ИЭП уступают по качеству лучшему из первичных прогнозов.

Таблица 1. Средняя абсолютная процентная ошибка первичных прогнозов цен на ресурсы (04.2009–12.2022), в %

Ресурсы	Метод прогнозирования	Горизонт прогнозирования, мес.						Весь массив
		1	2	3	4	5	6	
Нефть	Прогноз ИЭП	12.06	15.87	18.84	21.80	24.31	27.63	20.08
	Наивный прогноз	11.72	14.74	17.20	19.25	20.98	22.92	17.80
	Наивный прогноз с дрейфом	11.91	15.00	17.69	19.81	21.81	23.91	18.35
	Наивный сезонный прогноз	32.60	32.60	32.60	32.60	32.60	32.60	32.60
	Скользящее среднее	20.22	22.17	24.08	25.88	27.72	29.43	24.92
Алюминий	Прогноз ИЭП	6.15	7.85	9.19	10.92	12.35	13.46	9.99
	Наивный прогноз	6.18	7.69	9.04	10.60	12.14	13.48	9.85
	Наивный прогноз с дрейфом	6.34	8.00	9.43	11.02	12.64	14.07	10.25
	Наивный сезонный прогноз	18.55	18.55	18.55	18.55	18.55	18.55	18.55
	Скользящее среднее	12.03	13.18	14.29	15.26	16.10	16.91	14.63
Золото	Прогноз ИЭП	4.61	5.91	6.71	7.73	8.95	9.87	7.30
	Наивный прогноз	4.28	5.38	6.22	7.20	8.10	8.96	6.69
	Наивный прогноз с дрейфом	4.32	5.33	6.10	6.99	7.86	8.69	6.55
	Наивный сезонный прогноз	11.78	11.78	11.78	11.78	11.78	11.78	11.78
	Скользящее среднее	7.96	8.71	9.40	10.04	10.69	11.36	9.69
Медь	Прогноз ИЭП	7.35	9.46	10.91	12.31	13.81	15.32	11.53
	Наивный прогноз	6.63	8.54	9.97	10.99	12.11	13.38	10.27
	Наивный прогноз с дрейфом	6.76	8.78	10.38	11.60	12.68	14.08	10.71
	Наивный сезонный прогноз	19.78	19.78	19.78	19.78	19.78	19.78	19.78
	Скользящее среднее	12.13	13.46	14.67	15.78	16.76	17.67	15.08
Никель	Прогноз ИЭП	10.72	13.35	15.39	17.31	19.35	21.32	16.24
	Наивный прогноз	9.83	12.71	14.59	16.20	18.05	19.67	15.17
	Наивный прогноз с дрейфом	10.02	13.09	15.31	17.11	19.15	20.84	15.92
	Наивный сезонный прогноз	25.07	25.07	25.07	25.07	25.07	25.07	25.07
	Скользящее среднее	16.67	18.17	19.47	20.69	21.78	22.82	19.94

Примечание. Серым фоном выделены лучшие по качеству прогнозы.

Вместе с тем, как средние значения ошибок отдельных прогнозов, так и выбор лучшего метода прогнозирования отличаются в зависимости от рассматриваемого периода усреднения⁹. Расчет ошибок отдельно для последних четырех лет показывает, что в случае цен на *нефть* наивные прогнозы демонстрируют лучшие качественные характеристики в 2020–2022 гг., а в 2019 г. уступают по качеству скользящему среднему.

Для цен на *алюминий* наивные прогнозы оказываются лучшими только в 2022 г., в 2019 и 2021 гг. наивные прогнозы уступают по качеству наивным прогнозам с дрейфом, а в 2020 г. преимущества перед остальными методами демонстрирует наивный сезонный прогноз.

Наивные прогнозы оказываются лучшими для цен на *золото* в 2021 г. В 2019 и 2020 гг. лучшие качественные характеристики имеет наивный прогноз с дрейфом, в 2022 г. — наивный сезонный прогноз. Кроме этого, в 2021–2022 гг. для цен на золото отсутствует тенденция

⁹ Результаты соответствующих оценок для 2019–2022 гг. доступны по запросу у авторов.

к уменьшению различий качества отдельных прогнозов с ростом шага прогнозирования, а в 2019–2021 гг. прогнозы ИЭП превосходят по качеству лучший из первичных прогнозов.

В случае цен на *медь* рост ошибки и уменьшение различий качества отдельных прогнозов с увеличением шага прогнозирования сохраняется для всех периодов, кроме 2019 г., для которого расхождения в ошибках прогнозов, полученных разными методами, увеличиваются по мере увеличения лага между прогнозируемым периодом и моментом прогнозирования. Характерные для всего рассматриваемого периода качественные преимущества наивных прогнозов (с дрейфом и без него) в сравнении с остальными прогнозами воспроизводятся и в оценках ошибок для отдельных лет. Исключение составляют только прогнозы на 1–3 шага вперед в 2019 г. и на 4–6 шагов вперед в 2020 г., полученные на основе скользящего среднего.

Для цен на *никель* рост ошибки прогнозов с увеличением шага прогнозирования также сопровождается неоднородными изменениями относительного качества отдельных прогнозов для оценок по годам (сокращение расхождений в ошибках прогнозов наблюдается не для всех рассматриваемых периодов и методов прогнозирования). Для 2021 г. в группе простейших прогнозов лучшие качества демонстрируют наивные прогнозы. Для 2019 и 2022 гг. наиболее предпочтительным (с точки зрения прогностических свойств) методом прогнозирования оказывается скользящее среднее, а в 2020 г. — наивный сезонный прогноз.

При оценке способности прогнозов угадывать направление изменения показателя (рост или снижение по сравнению с предыдущим периодом) наивный прогноз и скользящее среднее не рассматриваются, т.к. данные методы предполагают постоянство прогнозируемого значения независимо от шага. Результаты оценивания для оставшихся способов прогнозирования представлены в табл. 2.

Таблица 2. Доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя (04.2009–12.2022)

Ресурсы	Метод прогнозирования	Горизонт прогнозирования, мес.						Весь массив
		1	2	3	4	5	6	
Нефть	Прогноз ИЭП	0.53	0.48	0.54	0.47	0.53	0.50	0.51
	Наивный прогноз с дрейфом	0.44	0.44	0.44	0.44	0.41	0.44	0.43
	Наивный сезонный прогноз	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57
Алюминий	Прогноз ИЭП	0.41	0.42	0.33	0.30	0.28	0.26	0.33
	Наивный прогноз с дрейфом	0.48	0.48	0.45	0.44	0.44	0.46	0.46
	Наивный сезонный прогноз	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45
Золото	Прогноз ИЭП	0.31	0.39	0.38	0.43	0.35	0.38	0.38
	Наивный прогноз с дрейфом	0.48	0.52	0.51	0.51	0.47	0.50	0.50
	Наивный сезонный прогноз	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49
Медь	Прогноз ИЭП	0.51	0.38	0.47	0.48	0.44	0.50	0.46
	Наивный прогноз с дрейфом	0.46	0.45	0.48	0.45	0.44	0.44	0.46
	Наивный сезонный прогноз	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
Никель	Прогноз ИЭП	0.40	0.36	0.37	0.31	0.27	0.27	0.33
	Наивный прогноз с дрейфом	0.51	0.52	0.51	0.50	0.50	0.48	0.50
	Наивный сезонный прогноз	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55

Примечание. Серым фоном выделены методы, правильно предсказывающие направление изменения показателя более чем в половине случаев.

По результатам оценок способности прогнозов угадывать направление изменения показателя можно сказать, что для цен на нефть лучшие результаты демонстрирует наивный сезонный прогноз (доля совпадений составляет примерно 57%). Прогнозы цен на алюминий и на медь за редким исключением правильно определяют будущий рост или снижение в сравнении с предыдущим периодом менее чем в половине случаев. Для цен на золото лучшие результаты демонстрирует наивный прогноз с дрейфом, который правильно определяет рост или снижение показателя в сравнении с предыдущим периодом в среднем в половине случаев. Для цен на никель лучшие результаты демонстрирует наивный сезонный прогноз (доля совпадений примерно 55%), но и наивный прогноз с дрейфом также обеспечивает правильное направление изменений более чем в половине случаев.

Поскольку в большинстве случаев минимальную ошибку демонстрируют наивные прогнозы, далее анализ прогностических способностей комбинированных прогнозов осуществляется на основе относительного MAPE в сравнении с наивным прогнозом (в случаях когда наивный прогноз уступает другим способам прогнозирования, сравнение с лучшим методом оговаривается отдельно).

Рассмотрим характеристики качества прогнозов, полученных простейшими методами комбинирования (табл. 3).

Как видно из таблицы 3, для всего рассматриваемого периода наилучшие прогнозные свойства для всех показателей показывают два метода комбинирования: h -дисконтирование и оптимальный. При этом отметим, что за исключением цены на никель, ни один из методов комбинирования ни одного показателя не дает улучшения по сравнению с наивным прогнозом для горизонта прогнозирования, равного единице.

Также нужно отметить сходство параметров наилучших методов комбинирования. Для всех рассматриваемых показателей минимальную среднюю ошибку оптимального прогноза обеспечивает выборка единичной длины ($V = 1$). То есть лучшие результаты получены при построении весов на основе информации о последнем доступном прогнозе.

При комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ лучшее качество комбинированных прогнозов наблюдается при близком к нулю значении коэффициента дисконтирования — параметр δ_1

Таблица 3. Относительная MAPE простейших комбинированных прогнозов цен на нефть и металлы (04.2009–12.2022)

Ресурсы	Метод комбинирования	Параметр	Горизонт прогнозирования, мес.						Весь массив
			1	2	3	4	5	6	
Нефть	Простое среднее	—	1.37*	1.23*	1.15*	1.1*	1.08*	1.08*	1.15*
	Медиана	—	1.17*	1.12*	1.07*	1.04*	1.05*	1.05*	1.07*
	Последний лучший (t)	—	1.32*	1.29*	1.27	1.23*	1.19*	1.13*	1.23*
	Последний лучший (h)	—	1.03*	1.01*	1.08*	1.07*	1.07*	1.04*	1.05*
	Последний лучший ($6t$)	—	1.39*	1.29*	1.23*	1.15*	1.13*	1.14*	1.2*
	Последний лучший ($6h$)	—	1.21*	1.14*	1.1*	1.07*	1.04*	0.99*	1.08*
	Дисконтированный (t)	0.24	1.18	1.13*	1.11*	1.06*	1.05*	1.06*	1.09*
	Дисконтированный (h)	0.05	1	0.97	0.97*	0.96	0.96	0.94	0.96*
	Оптимальный	1	1.01	0.97	0.98*	0.97	0.96*	0.95	0.97*

Окончание табл. 3

Ресурсы	Метод комбинирования	Параметр	Горизонт прогнозирования, мес.						Весь массив
			1	2	3	4	5	6	
Алюминий	Простое среднее	—	1.46*	1.33*	1.25*	1.19*	1.12*	1.08*	1.21*
	Медиана	—	1.26*	1.21*	1.17*	1.14*	1.09*	1.07*	1.14*
	Последний лучший (t)	—	1.44	1.46	1.43	1.38	1.31	1.26	1.36
	Последний лучший (h)	—	1.08*	1.11*	1.11*	1.13*	1.10*	1.06*	1.10*
	Последний лучший ($6t$)	—	1.59	1.52	1.45	1.38	1.32	1.25	1.39*
	Последний лучший ($6h$)	—	1.3*	1.21*	1.13*	1.05*	0.96*	0.9*	1.06*
	Дисконтированный (t)	0.23	1.34*	1.31*	1.27*	1.19*	1.13*	1.1*	1.20*
	Дисконтированный (h)	0.01	1.03*	0.99*	0.96*	0.94*	0.91*	0.93*	0.95*
	Оптимальный	1	1.03*	0.98*	0.96*	0.94*	0.91*	0.93*	0.95
Золото	Простое среднее	—	1.44*	1.29*	1.23*	1.17*	1.12*	1.07	1.19*
	Медиана	—	1.28*	1.21*	1.18*	1.14*	1.11*	1.07	1.15*
	Последний лучший (t)	—	1.22	1.16*	1.12*	1.09*	1.06*	1.03*	1.10*
	Последний лучший (h)	—	1.04*	1.00*	0.98*	0.91*	0.9*	0.88*	0.94*
	Последний лучший ($6t$)	—	1.35*	1.26*	1.21*	1.15*	1.10*	1.08*	1.17*
	Последний лучший ($6h$)	—	1.22*	1.08*	0.98*	0.89*	0.85*	0.83*	0.94*
	Дисконтированный (t)	0.62	1.18*	1.11	1.11	1.08	1.06	1.04	1.09
	Дисконтированный (h)	0.03	1.00	0.97	0.93	0.91	0.92	0.91	0.93
	Оптимальный	1	1.01	0.97	0.93	0.91	0.92	0.91	0.93
Медь	Простое среднее	—	1.43*	1.24*	1.16*	1.15*	1.13*	1.12*	1.18*
	Медиана	—	1.21*	1.12*	1.08*	1.09*	1.1*	1.1*	1.11*
	Последний лучший (t)	—	1.46	1.36	1.31*	1.32	1.30	1.23	1.31*
	Последний лучший (h)	—	1.07*	1.09*	1.09*	1.15*	1.14*	1.11*	1.11*
	Последний лучший ($6t$)	—	1.33*	1.27*	1.23*	1.21*	1.17*	1.14*	1.21*
	Последний лучший ($6h$)	—	1.24*	1.15*	1.11*	1.07*	1.01*	0.97*	1.07*
	Дисконтированный (t)	0.14	1.22*	1.13*	1.09*	1.08*	1.09*	1.07*	1.10*
	Дисконтированный (h)	0.02	1.02	1.00	0.99	0.98	0.98*	0.96	0.99*
	Оптимальный	1	1.02	0.99	0.99	0.99	0.99*	0.97	0.99*
Никель	Простое среднее	—	1.29*	1.16*	1.11*	1.1*	1.05*	1.03	1.10*
	Медиана	—	1.17	1.10	1.07	1.07*	1.04	1.02	1.07*
	Последний лучший (t)	—	1.27	1.19	1.17	1.14*	1.12*	1.09*	1.15*
	Последний лучший (h)	—	1.06*	1.06*	1.04*	1.02*	0.97*	0.93*	1.00
	Последний лучший ($6t$)	—	1.28	1.20	1.19	1.18	1.16	1.15	1.19*
	Последний лучший ($6h$)	—	1.30	1.16*	1.11*	1.04*	0.96*	0.89*	1.05*
	Дисконтированный (t)	0.57	1.15*	1.09*	1.05*	1.05*	1.04*	1.03*	1.06*
	Дисконтированный (h)	0.01	0.98	0.87	0.87	0.87	0.84	0.85	0.87
	Оптимальный	1	0.98	0.86	0.87	0.87	0.83	0.85	0.87

Примечание. Для всех прогнозов относительная MAPE считается на основе наивного прогноза.

Серым фоном выделены методы комбинирования, улучшающие наивный прогноз.

В столбце «Параметр» для прогнозов «Дисконтированный (t)» и «Дисконтированный (h)» указаны коэффициенты дисконтирования δ_1 , δ_2 , для прогноза «Оптимальный» — длина скользящей выборки V , минимизирующие среднюю за рассматриваемый период абсолютную процентную ошибку комбинированного прогноза.

* — различия с наивным прогнозом значимы с вероятностью ошибки 0.05 (на основе теста знаков).

колеблется от 0.01 до 0.05, что также говорит о том, что для комбинирования используется информации только о последнем доступном прогнозе.

Однако оценки по годам показывают несколько иную картину¹⁰. Для цены на нефть методы комбинирования на основе простого усреднения первичных прогнозов для большинства рассматриваемых лет (за исключением 2021 г.) оказываются предпочтительнее наивного прогноза (а в 2019 г. и скользящего среднего), т. е. дают качественный выигрыш в сравнении с лучшим из первичных прогнозов. При этом для всех рассматриваемых периодов, кроме 2022 г., ошибка прогноза по медиане меньше ошибки простого среднего.

В случае выбора лучшего прогноза цены на нефть на основе $MSFE$ результаты различаются в зависимости от способа усреднения ошибки и от периода. При выборе на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов бюллетеня («Последний лучший (t)») ошибка комбинированных прогнозов превышает ошибку наивного прогноза для всех периодов. То же можно сказать и про «Последний лучший ($6t$)». Выбор на основе $MSFE$ h -шаговых прогнозов за шесть месяцев («Последний лучший (h)» и «Последний лучший ($6h$)») оказываются предпочтительнее наивных прогнозов в 2022 и 2020 гг. соответственно, причем преимущества обоих методов перед наивными прогнозами увеличиваются по мере роста шага прогнозирования.

Комбинированные прогнозы цен на нефть с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов, в большинстве случаев превосходят по качеству наивные прогнозы (а для 2019 г. скользящее среднее). При этом для всех комбинированных прогнозов данной группы исключение составляет 2021 г. Различия качества методов по годам реализуются также и в выборе оптимального значения параметра, обеспечивающего минимум средней за рассматриваемый период абсолютной процентной ошибки комбинированного прогноза.

При комбинировании цен на нефть на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ для 2019 и 2021 гг. лучшее качество комбинированных прогнозов наблюдается при близких к нулю значениях коэффициента дисконтирования (0.03 и 0.02 соответственно). При таких коэффициентах вклад прогнозов предшествующих периодов быстро обнуляется по мере их удаления от момента оценивания, так что комбинирующие веса почти полностью определяются информацией о последнем доступном прогнозе. В 2020 г., напротив, лучшее качество h -дисконтированных прогнозов достигается при $\delta_1 = 1$, т. е. при взвешивании без дисконтирования. Таким образом, если прогнозы с разным шагом h объединяются с весами, определяемыми ошибками предыдущих h -шаговых прогнозов, то при оценке этих ошибок удаленность соответствующего прогноза от момента оценки не учитывается. В 2022 г. оптимальное значение коэффициента дисконтирования составляет 0.26.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов цен на нефть бюллетеня $DSFE_{it}^t$ для всех рассматриваемых периодов, кроме 2020 г., уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. В 2019 г. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании без дисконтирования ($\delta_2 = 1$). Для 2020–2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0.15, 0.38 и 0.78 соответственно.

¹⁰ Оценки доступны по запросу у авторов.

Оценки оптимального прогноза цен на нефть свидетельствуют, что минимальное значение средней ошибки для 2019 и 2021 гг. достигается при единичной длине выборки, т.е. при определении весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания. Для 2022 г. оптимальная длина выборки, минимизирующая $MSFE$, равна 2, для 2020 г. — 8. Эти результаты полностью соответствуют выводам, полученным при оценке h -дисконтированных прогнозов, что подтверждается почти полным совпадением средних ошибок двух данных способов построения комбинированных прогнозов.

При рассмотрении средних ошибок прогнозирования цен на алюминий для отдельных лет¹¹ методы, основанные на простом усреднении первичных прогнозов, обеспечивают выигрыш в качестве прогнозирования по сравнению с наивным прогнозом только в 2020 и 2022 гг. Кроме этого, в 2020 г. они превосходят по качеству наивный сезонный прогноз (лучший из первичных прогнозов в данном периоде). И для всех рассматриваемых периодов медиана оказывается качественно предпочтительнее простого среднего.

Группа методов выбора лучшего прогноза на основе $MSFE$ обеспечивает качественный выигрыш в сравнении с наивным прогнозом (и с лучшим из первичных прогнозов) только в 2020 г. и 2022 гг. Во всех случаях минимальную ошибку демонстрирует метод «Последний лучший ($6h$)» (комбинирование на основе среднеквадратической ошибки h -шаговых прогнозов). В 2020 г. «Последний лучший (t)» и «Последний лучший ($6t$)» превосходят по качеству наивные прогнозы только при прогнозировании на 5 и 6 шагов вперед.

Комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов, чаще, чем другие простейшие методы комбинирования, превосходят по качеству наивные прогнозы (а также лучший первичный прогноз). При этом для всех комбинированных прогнозов данной группы исключение составляют 2019 и 2021 гг.

При комбинировании на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ для 2021 и 2022 гг. лучшее качество комбинированных прогнозов наблюдается при практически нулевых значениях коэффициента дисконтирования (составивших в обоих случаях 0.01). В 2019 и 2020 гг. значения коэффициента несколько выше (0.07 и 0.09 соответственно), но также близки к нулю, т.е. комбинирующие веса почти полностью определяются информацией о прогнозе в последнем доступном периоде.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок годовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ для всех рассматриваемых периодов уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы характеризуются более высоким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами для всех периодов, кроме 2020 г. Еще одно отличие состоит в нестабильности коэффициента дисконтирования по периодам. В 2020 г. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании без дисконтирования ($\delta_2 = 1$), а для 2021 г. — при взвешивании с близким к нулю коэффициентом ($\delta_1 = 0.01$). Для 2019 и 2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0.84 и 0.74 соответственно.

Оценки оптимального прогноза свидетельствуют, что минимальное значение средней ошибки для всех периодов достигается при единичной длине выборки. Таким образом, наименьшая ошибка прогнозов достигается при определении весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания. Поэтому результаты оптимального прогноза почти полностью совпадают с результатами h -дисконтированных прогнозов.

¹¹ Результаты доступны по запросу у авторов.

Оценки качественных характеристик простейших комбинированных прогнозов цен на золото для последних лет¹² показывают, что методы простого усреднения первичных прогнозов превосходят по качеству наивный прогноз только в 2021 и 2022 гг. Однако в 2022 г. они уступают наивному сезонному прогнозу (лучшему из первичных прогнозов в данном периоде). Кроме этого, в случае цен на золото в 2022 г. нарушается отмеченное для всех рассмотренных ранее показателей и периодов соотношение качества простого среднего и медианы: здесь ошибка прогноза по медиане больше ошибки простого среднего.

Методы комбинирования, основанные на выборе в соответствии с $MSFE$, превосходят по качеству наивные прогнозы для всех периодов, кроме 2021 г., причем выигрыш в качестве обеспечивают не все прогнозы группы. Для всего периода и для 2019 г. меньшие (в сравнении с наивными прогнозами) расхождения с прогнозируемыми значениями показателя демонстрирует только выбор на основе $MSFE$ h -шаговых прогнозов за шесть месяцев («Последний лучший (h)» и «Последний лучший ($6h$)»), в 2020 г. — список методов, превосходящих по качеству наивные прогнозы, шире и включает выбор на основе $MSFE$ полу-годовых прогнозов бюллетеня («Последний лучший (t)»), в 2022 г. — все методы группы. Но несмотря на качественные преимущества в сравнении не только с наивными прогнозами, но и методами простого усреднения, по сравнению с лучшим из первичных прогнозов методы данной группы демонстрируют преимущества только для всего периода и для 2019 г.

Результаты оценок ошибок комбинированных прогнозов с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов, показывают, что для всех рассматриваемых периодов, кроме 2020 г., они превосходят по качеству наивные прогнозы (а во многих случаях и лучший из комбинируемых прогнозов).

Лучшее качество прогнозов, скомбинированных на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$, для 2020 и 2022 гг. наблюдается при близких к нулю значениях коэффициента дисконтирования (0.01 в обоих случаях), т. е. при расчете весов с быстрым обнулением вклада наблюдений по мере их удаления от момента оценивания. В 2019 и 2021 гг. веса комбинируемых прогнозов также почти полностью определяются информацией о последнем доступном прогнозе, но значения коэффициентов несколько выше (0.09 и 0.08 соответственно).

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полу-годовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ во всех случаях, за редким исключением, уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы характеризуются более низким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами только в 2021–2022 гг. В 2019 и 2021 гг. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании с единичным коэффициентом ($\delta_2 = 1$), так что при расчете весов для комбинирования ошибки предшествующих прогнозов не дисконтируются. Для 2020 и 2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования равны 0.29 для обоих годов.

В случае оптимального прогноза значение параметра V , минимизирующего отклонения прогнозируемого значения показателя от реального, в большинстве случаев равно 1. Исключение составляет 2021 г., для которого минимальная средняя ошибка достигается при длине выборки, равной 11. Так что оценки оптимального прогноза подтверждают выводы, полученные для h -дисконтированных прогнозов, о качественном предпочтении определения весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания.

¹² Результаты доступны по запросу у авторов.

Для цен на медь простейшие способы комбинирования уступают по качеству наивным прогнозам при рассмотрении не только всего периода, но и большинства отдельных лет¹³. Методы, основанные на простом усреднении первичных прогнозов, обеспечивают выигрыш в ошибке прогнозирования в сравнении с комбинируемыми прогнозами только для 2019 г. Методы выбора лучшего прогноза на основе $MSFE$ для всех рассматриваемых временных интервалов не дают выигрыша в качестве прогнозирования в сравнении с первичными прогнозами.

Использование для объединения отдельных прогнозов весов, обратно пропорциональных их квадратическим ошибкам, позволяет улучшить прогностические свойства комбинированных прогнозов в сравнении с простейшими методами комбинирования. Но и они не обеспечивают качественного превосходства по сравнению с первичными прогнозами для всех рассматриваемых периодов: методы комбинирования обратно пропорционально $MSFE$ уступают по качеству наивным прогнозам в 2021 г.

Худшие результаты в данной группе методов комбинирования демонстрирует комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$. Они превосходят по качеству наивные прогнозы только в 2019 г., при этом минимум ошибки достигается в случае комбинирования без дисконтирования ($\delta_2 = 1$). Для остальных периодов значения параметра, минимизирующего ошибку, напротив, небольшие: 0.14 для 2021 г., 0.06 и 0.01 для 2022 и 2020 гг.

Прогнозы, скомбинированные на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$, и оптимальные прогнозы демонстрируют стабильность параметра, минимизирующего расхождение прогнозируемых и реальных значений. Независимо от периода, минимальная ошибка оптимальных прогнозов достигается при единичной длине выборки, h -дисконтированных прогнозов — при $\delta_1 = 0.01 - 0.02$ (исключение составляет только 2022 г., для которого значение параметра составляет 0.15). Таким образом, в обоих случаях лучшие результаты получены для весов, использующих данные только самого последнего прогноза, доступного на момент оценивания, и поэтому средние ошибки двух данных способов построения комбинированных прогнозов почти полностью совпадают.

По результатам оценки прогностических свойств простейших способов комбинирования цен на никель¹³ для 2021 г. ни один из методов простого усреднения не позволяет получить выигрыш в качестве прогнозирования в сравнении с наивным прогнозом (одновременно являющимся лучшим из комбинируемых первичных прогнозов). Для 2019 и 2022 гг. методы комбинирования на основе простого усреднения первичных прогнозов оказываются предпочтительнее в сравнении не только с наивным прогнозом, но и со скользящим средним, т. е. дают качественный выигрыш в сравнении с лучшим из первичных прогнозов. В 2020 г. они также превосходят по качеству наивный прогноз, но уступают лучшему из первичных — наивному сезонному прогнозу.

Методы выбора лучшего прогноза на основе $MSFE$ в большинстве случаев уступают по качеству методам простого усреднения. Исключение составляет только выбор на основе $MSFE$ полугодовых прогнозов шести бюллетеней («Последний лучший (6t)») в 2020 г. Кроме этого, для всех временных интервалов ошибки прогнозов, полученных на основе выбора в соответствии с $MSFE$, остаются выше ошибки лучшего из первичных прогнозов.

¹³ Результаты доступны по запросу у авторов.

Как и ранее, комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными квадратическим ошибкам отдельных прогнозов, демонстрируют качественные преимущества в сравнении с простейшими методами комбинирования. В большинстве случаев они превосходят по качеству наивные прогнозы (исключение составляет 2021 г.). Различия качества методов по годам реализуются также и в выборе оптимального значения параметра, обеспечивающего минимум $MSFE$.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок h -шаговых прогнозов за шесть месяцев $MSFE_{it}^h$ для 2020 и 2022 гг. позволяет получить выигрыш в качестве не только в сравнении с наивным, но и с лучшим из первичных прогнозов. Минимальная ошибка h -дисконтированных прогнозов для 2021 г. наблюдается при близких к нулю значениях коэффициента дисконтирования (0.01), т.е. при использовании весов, почти полностью определяемых на основе значений последнего доступного прогноза. Для остальных лет при расчете весов комбинируемых прогнозов более удаленные от момента оценивания данные не игнорируются — оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0.15, 0.25 и 0.19 для 2019, 2020 и 2022 гг. соответственно.

Комбинирование на основе последней доступной дисконтированной суммы ошибок полугодовых прогнозов бюллетеня $DSFE_{it}^t$ для всех рассматриваемых периодов уступает по качеству h -дисконтированным прогнозам. Кроме этого, t -дисконтированные прогнозы характеризуются более высоким уровнем ошибки в сравнении с наивными прогнозами для 2021 г. В 2019–2020 гг. лучшее качество t -дисконтированных прогнозов достигается при взвешивании без дисконтирования ($\rho > \varphi$). Для 2021 и 2022 гг. оптимальные значения коэффициента дисконтирования составляют 0.51 и 0.83 соответственно.

По результатам оценки оптимального прогноза минимальное значение средней ошибки для 2020 г. достигается при длине выборки 2, для всех остальных периодов — при длине выборки 1. Использование выборки единичной длины означает определение весов на основе значений последнего прогноза, доступного на момент оценивания. Этим объясняется почти полное совпадение средних ошибок оптимального и h -дисконтированного прогнозов в 2021 г.

Еще одной характеристикой качества служит доля прогнозов, угадывающих направление изменения (рост или снижение в сравнении с предыдущим периодом) показателя (табл. 4).

Полученные оценки показывают, что лучшие результаты для цен на нефть демонстрирует простое среднее, которое, независимо от шага прогнозирования, обеспечивает долю совпадений на уровне примерно 57%. При этом, с точки зрения этого показателя комбинированные прогнозы не превышают по качеству лучший из первичных. Несколько ниже (в среднем 51–52%) доля прогнозов, угадывающих направление изменений показателя, для группы дисконтированных прогнозов, но все они характеризуются низкой долей совпадений для одношаговых прогнозов.

Оценки для цены алюминия говорят о том, что комбинирование прогнозов не улучшает их способности правильно предсказывать рост или снижение показателя в сравнении с предыдущим периодом. Все простейшие методы объединения прогнозов правильно определяют направление изменения показателя менее чем в половине случаев.

Результаты оценок для цены золота свидетельствуют, что в среднем простейшие методы комбинирования не приводят к тому, что прогнозы чаще угадывают рост или снижение показателя в сравнении с первичными прогнозами — практически во всех случаях доля прогнозов, угадывающих направление изменений, не превышает 50%.

Таблица 4. Доля прогнозов цен, угадывающих направление изменений показателя (04.2009–12.2022)

Ресурсы	Метод комбинирования	Горизонт прогнозирования, мес.						Весь массив
		1	2	3	4	5	6	
Нефть	Простое среднее	0.57	0.57	0.57	0.58	0.58	0.57	0.57
	Медиана	0.25	0.24	0.24	0.25	0.27	0.34	0.27
	Последний лучший (t)	0.19	0.18	0.15	0.14	0.15	0.16	0.16
	Последний лучший (h)	0.25	0.17	0.16	0.18	0.17	0.19	0.18
	Последний лучший (6t)	0.10	0.10	0.08	0.08	0.09	0.08	0.09
	Последний лучший (6h)	0.21	0.20	0.20	0.19	0.19	0.21	0.20
	Дисконтированный (t)	0.45	0.51	0.54	0.52	0.51	0.52	0.51
	Дисконтированный (h)	0.49	0.52	0.51	0.52	0.53	0.51	0.51
	Оптимальный	0.5	0.54	0.51	0.52	0.54	0.49	0.52
Алюминий	Простое среднее	0.43	0.43	0.44	0.44	0.44	0.44	0.43
	Медиана	0.21	0.2	0.21	0.23	0.28	0.32	0.24
	Последний лучший (t)	0.22	0.21	0.23	0.24	0.24	0.26	0.23
	Последний лучший (h)	0.25	0.24	0.27	0.31	0.23	0.23	0.25
	Последний лучший (6t)	0.15	0.18	0.19	0.18	0.16	0.18	0.17
	Последний лучший (6h)	0.24	0.26	0.25	0.27	0.27	0.26	0.26
	Дисконтированный (t)	0.44	0.47	0.44	0.41	0.42	0.44	0.44
	Дисконтированный (h)	0.42	0.47	0.46	0.48	0.41	0.44	0.45
	Оптимальный	0.47	0.43	0.43	0.44	0.45	0.44	0.44
Золото	Простое среднее	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48	0.48
	Медиана	0.23	0.21	0.22	0.21	0.26	0.32	0.24
	Последний лучший (t)	0.26	0.26	0.27	0.28	0.28	0.28	0.27
	Последний лучший (h)	0.34	0.32	0.32	0.33	0.30	0.31	0.32
	Последний лучший (6t)	0.22	0.24	0.21	0.22	0.22	0.24	0.23
	Последний лучший (6h)	0.30	0.31	0.31	0.32	0.32	0.32	0.31
	Дисконтированный (t)	0.45	0.49	0.47	0.45	0.48	0.48	0.47
	Дисконтированный (h)	0.42	0.41	0.45	0.45	0.44	0.49	0.44
	Оптимальный	0.41	0.41	0.44	0.45	0.47	0.48	0.44
Медь	Простое среднее	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47	0.47
	Медиана	0.21	0.2	0.22	0.22	0.22	0.29	0.23
	Последний лучший (t)	0.19	0.22	0.21	0.21	0.21	0.22	0.21
	Последний лучший (h)	0.18	0.22	0.21	0.23	0.24	0.24	0.22
	Последний лучший (6t)	0.15	0.14	0.16	0.15	0.14	0.12	0.14
	Последний лучший (6h)	0.20	0.20	0.21	0.22	0.22	0.22	0.21
	Дисконтированный (t)	0.48	0.5	0.48	0.47	0.46	0.53	0.49
	Дисконтированный (h)	0.45	0.48	0.5	0.52	0.55	0.53	0.51
	Оптимальный	0.45	0.48	0.49	0.51	0.55	0.51	0.5
Никель	Простое среднее	0.55	0.55	0.54	0.54	0.54	0.55	0.54
	Медиана	0.33	0.34	0.32	0.34	0.38	0.41	0.35
	Последний лучший (t)	0.25	0.22	0.19	0.19	0.20	0.22	0.21
	Последний лучший (h)	0.26	0.25	0.28	0.25	0.22	0.17	0.24
	Последний лучший (6t)	0.14	0.13	0.15	0.14	0.15	0.15	0.14
	Последний лучший (6h)	0.27	0.25	0.26	0.25	0.24	0.24	0.25
	Дисконтированный (t)	0.44	0.55	0.53	0.51	0.53	0.54	0.52
	Дисконтированный (h)	0.44	0.52	0.45	0.51	0.55	0.49	0.49
	Оптимальный	0.44	0.51	0.44	0.48	0.55	0.49	0.49

Примечание. Серым фоном выделены методы комбинирования, правильно предсказывающие направление изменения показателя более чем в половине случаев.

Для цены на медь полученные оценки показывают, что доля прогнозов, правильно угадывающих направление изменений показателя, превышает 50% только при использовании весов, рассчитанных на основе дисконтированных сумм ошибок прогнозов (дисконтированного (h) и оптимального прогнозов), но только в случае прогнозов с шагом, превышающим 4.

По результатам оценок для цены никеля наибольшую долю совпадений обеспечивает простое среднее. Независимо от шага прогнозирования, оно правильно угадывает рост или снижение показателя примерно в 54% случаев. Правильно предсказывает направление изменений более чем в половине случаев (52%) и дисконтированный прогноз (t), но он демонстрирует низкий процент совпадений для одношаговых прогнозов.

Необходимо также отметить, что с точки зрения данного критерия качества медиана и методы выбора лучшего прогноза на основе *MSFE* являются плохими способами усреднения, поскольку доля угаданных с их помощью направлений изменения цен чаще всего не превосходит 30%.

4. Заключение

Представленные в работе оценки показывают, что для цен на ресурсы даже самые простые методы комбинирования прогнозов можно рассматривать как способ повышения точности прогнозирования по сравнению с отдельными моделями. В большинстве случаев (за исключением отдельных периодов для некоторых показателей) существует метод объединения, обеспечивающий качественные преимущества перед всеми первичными прогнозами. Необходимо также отметить, что за редким исключением выигрыш от комбинирования прогнозов (согласно *MAPE*) увеличивается при увеличении горизонта прогнозирования — если комбинированный прогноз лучше базового (наивного), то с увеличением горизонта прогнозирования это преимущество растет.

Суммируя результаты оценок качества простейших комбинированных прогнозов цен на нефть, алюминий, золото и медь, можно заключить, что при усреднении ошибки для всего периода (04.2009–12.2022), начиная с горизонта планирования $h = 2$ «дисконтированный (h)» и «оптимальный» методы комбинирования улучшают первичный базовый прогноз по *MAPE*. Однако при этом невозможно выбрать способ комбинирования (и даже группу способов), который обеспечивает лучший результат одновременно для разных лет (2019–2022 гг.). Комбинированные прогнозы цен на никель обладают теми же свойствами, за исключением того, что дисконтированный (h)» и «оптимальный» методы комбинирования позволяют получить улучшения относительно наивного прогноза уже при горизонте $h = 1$.

Несколько иные результаты показывает доля прогнозов, правильно предсказывающих направление изменения показателя. Данная характеристика очень неустойчива относительно горизонта прогнозирования: для всех показателей и для всех методов в ее динамике нельзя выявить тенденцию к возрастанию или убыванию. При этом однозначно можно констатировать, что хуже всего «работают» такие методы комбинирования, как медиана и «последний лучший». Поэтому, с учетом того, что и по *MAPE* эти методы не давали улучшения по сравнению с наивным прогнозом, можно говорить о том, что их не следует использовать для прогнозирования показателей цен на ресурсы в краткосрочном периоде. Лучшие

с точки зрения MAPE методы комбинирования демонстрируют бóльшую (в сравнении с первичными прогнозами) долю прогнозов, правильно угадывающих рост или снижение показателя, только для цен на медь. Для цен нефти и никеля лучшие характеристики показывает простое среднее.

Чтобы суммировать все полученные результаты, построим «рейтинг» методов комбинирования, упорядочив их в соответствии с увеличением значения средней за период абсолютной процентной ошибки. Присвоим каждому прогнозу ранг (чем он меньше, тем точнее прогноз) и рассмотрим для каждого метода его ранг для всего периода, средний ранг за последние четыре года, а также средние ранги по группам способов комбинирования (выделены курсивом в табл. 5).

Результаты ранжировки (табл. 5) позволяют выделить следующее. Во всех случаях лучшими по качеству (обладают наименьшими рангами) являются комбинированные прогнозы с весами, обратно пропорциональными дисконтированным ошибкам отдельных прогнозов. Прогнозы этой группы — дисконтированный (*h*) и оптимальный — демонстрируют минимальный ранг не только в сравнении с другими методами комбинирования, но и в сравнении с первичными прогнозами, а также прогнозами ИЭП. Во всех случаях худшее качество демонстрируют методы, приписывающие весь вес одному прогнозу, который имеет самую низкую среднеквадратическую ошибку прогноза в предыдущем периоде. Полученный результат вполне согласуется с выводами, сделанными на основе MAPE, и позволяют рекомендовать

Таблица 5. Средний (по годам) и по всему периоду ранг метода комбинирования

	Нефть		Алюминий		Золото		Медь		Никель	
	Средний	Все	Средний	Все	Средний	Все	Средний	Все	Средний	Все
<i>Прогноз ИЭП</i>	8.5	9	6.3	4	6.5	7	7.0	9	8.8	9
Наивный прогноз	5.0	3	5.3	3	5.0	6	3.5	3	4.0	3
Наивный прогноз с дрейфом	7.3	4	5.0	5	5.5	5	5.0	4	6.3	6
Наивный сезонный прогноз	13.8	14	12.0	14	10.8	14	13.8	14	9.8	14
Скользящее среднее	10.0	13	12.5	13	9.8	13	12.0	13	4.3	13
<i>Первичные прогнозы</i>	9.0	8.5	8.7	8.8	7.8	9.5	8.6	8.5	6.1	9.0
Простое среднее	7.0	10	8.5	10	10.3	12	8.5	10	7.3	10
Медиана	5.5	6	7.3	8	9.0	10	6.8	7	7.8	8
<i>Простое усреднение</i>	6.3	8.0	7.9	9.0	9.6	11.0	7.6	8.5	7.5	9.0
Последний лучший (<i>t</i>)	11.3	12	10.8	11	8.5	9	11.3	12	12.8	11
Последний лучший (<i>h</i>)	6.3	5	5.5	7	6.0	3	8.8	8	8.8	4
Последний лучший (<i>6t</i>)	11.3	11	11.5	12	9.8	11	8.3	11	10.5	12
Последний лучший (<i>6h</i>)	8	7	4.5	6	6	4	9	5	9.25	5
<i>Последний лучший</i>	9.2	8.8	8.1	9.0	7.6	6.8	9.3	9.0	10.3	8.0
Дисконтированный (<i>t</i>)	5.0	8	8.0	9	8.5	8	5.8	6	6.8	7
Дисконтированный (<i>h</i>)	3.3	1	4.0	2	4.8	1	2.8	1	4.3	1
Оптимальный	3.0	2	4.0	1	4.8	2	2.8	2	4.8	2
<i>Дисконтированный</i>	3.8	3.7	5.3	4.0	6.0	3.7	3.8	3.0	5.3	3.3

Примечание. Серым фоном выделены методы комбинирования, обладающие минимальными рангами, и, таким образом, являющиеся лучшими в сравнении с остальными по своим качественным свойствам.

«дисконтированный (h)» и «оптимальный» методы комбинирования для улучшения качества краткосрочных прогнозов цен на природные ресурсы.

Благодарности. Статья подготовлена в рамках НИР Государственного задания РАНХиГС 2024 г.

Astafyeva E. V., Turuntseva M. Yu. Forecast evaluation improving using the simplest methods of individual forecasts' combination. *Applied Econometrics*, 2024, v. 74, pp. 78–103.

DOI: 10.22394/1993-7601-2024-74-78-103

Ekaterina Astafyeva

Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPa),
Moscow, Russian Federation;
Eastafyeva@ranepa.ru

Marina Turuntseva

Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPa), Gaidar
Institute, Moscow, Russian Federation;
turuntseva@ranepa.ru

Forecast evaluation improving using the simplest methods of individual forecasts' combination

Combining forecasts is considered the easiest way to improve the forecast quality compared to individual models. In this paper, we test the capabilities of the simplest methods of combination, such as simple averages and estimates based on the standard error of previous forecasts, to improve the performance of short-run forecasts of five resource price indicators (oil and metals). The basis of the work is the Gaidar Institute forecasts database, which provides the database of primary forecasts and allows you to calculate their combinations in real time. Based on the obtained results we conclude that even the simplest methods of combination are a way to improve the accuracy of forecasts. In addition, in the case of resource prices, one can even single out a group of methods (namely, combining with weights inversely proportional to the squared errors of individual forecasts) that provide the maximum gain in quality for the most periods.

Keywords: forecast combinations; oil prices; aluminum prices; gold prices; nickel prices; copper prices.

JEL classification: C53; E31.

References

- Turuntseva M. (2013). Should we try to correct the possible forecast errors? *Gaidar Institute's Nauchny Vestnik*, 2, 38–45 (in Russian). [Турунцева М. (2013). Нужно ли пытаться исправить потенциальные ошибки прогнозирования? *Научный вестник ИЭП им. Гайдара*, 2, 38–45.]
- Frenkel A., Surkov A. (2015) Methodological approaches to improvement of forecast accuracy by combining forecasts. *Voprosy statistiki*, 8, 17–36 (in Russian). DOI: 10.34023/2313-6383-2015-0-8-17-36. [Френкель А. А., Сурков А. А. (2015). Методологические подходы к улучшению точности прогнозирования путем объединения прогнозов. *Вопросы статистики*, 8, 17–36. DOI: 10.34023/2313-6383-2015-0-8-17-36.]

- Bates J. M., Granger C. W. J. (1969). The combination of forecasts. *Operational Research Quarterly*, 20 (2), 451–468. DOI: 10.2307/2982011.
- Claeskens G., Magnus J. R., Vasnev A. L., Wang W. (2016). The forecast combination puzzle: A simple theoretical explanation. *International Journal of Forecasting*, 32 (3), 754–762. DOI: 10.13140/2.1.2532.2887.
- Clemen R. T. (1989). Combining forecasts: A review and annotated bibliography. *International Journal of Forecasting*, 5 (4), 559–583. DOI: 10.14807/ijmp.v4i1.59.
- Elliott G., Timmermann A. (2004). Optimal forecast combinations under general loss functions and forecast error distributions. *Journal of Econometrics*, 122 (1), 47–79. DOI: 10.1016/j.jeconom.2003.10.019.
- Fritz R. G., Brandon C., Xander J. (1984). Combining time-series and econometric forecast of tourism activity. *Annals of Tourism Research*, 11 (2), 219–229. DOI: 10.1016/0160-7383(84)90071-9.
- Genre V., Kenny G., Meyler A., Timmermann A. (2013). Combining expert forecasts: Can anything beat the simple average? *International Journal of Forecasting*, 29 (1), 108–121. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2012.06.004.
- Granger C. W. J. (1989). Combining forecasts — twenty years later. *Journal of Forecasting*, 8 (3), 167–173. DOI: 10.1002/for.3980080303.
- Granger C. W. J., Newbold P. (1974). Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *Journal of The Royal Statistical Society: Series A (General)*, 137 (2), 131–164. DOI: 10.2307/2344546.
- Granger C. W. J., Newbold P. (1977). *Forecasting economic time series*. New York: Academic Press.
- Granger C. W. J., Ramanathan R. (1984). Improved methods of combining forecasting. *Journal of Forecasting*, 3 (2), 197–204. DOI: 10.1002/for.3980030207.
- Greene M. N., Howrey E. P., Hymans S. H. (1985). The use of outside information in econometric forecasting. In: E. Kuh and D. A. Belsley (eds.). *Model Reliability*. Cambridge: MIT Press.
- Lichtendahl Jr. K. C., Winkler R. L. (2020). Why do some combinations perform better than others? *International Journal of Forecasting*, 36 (1), 142–149. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2019.03.027.
- Magnus J. R., Vasnev A. L. (2023). On the uncertainty of a combined forecast: The critical role of correlation. *International Journal of Forecasting*, 39 (4), 1895–1908. DOI: 10.13140/RG.2.2.18601.52328.
- Makridakis S., Spiliotis E., Assimakopoulos V. (2022). The M5 accuracy competition: Results, findings and conclusions. *International Journal of Forecasting*, 38, 1346–1364. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2021.11.013.
- Radchenko P., Vasnev A., Wang W. (2023). Too similar to combine? On negative weights in forecast combination. *International Journal of Forecasting*, 39 (1), 18–38. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2021.08.002.
- Reid D. J. (1969). *A comparative study of time-series prediction techniques on economic data*. Ph.D. Thesis, University of Nottingham.
- Smith J., Wallis K. F. (2009). A simple explanation of the forecast combination puzzle. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 71 (3), 331–355. DOI: 10.1111/j.1468-0084.2008.00541.x.
- Stock J. H., Watson M. W. (1999). Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44, 293–375. DOI: 10.1016/S0304-3932(99)00027-6.

- Stock J. H., Watson M. W. (2004). Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. *Journal of Forecasting*, 23, 405–430. DOI: 10.1002/for.928.
- Winkler R. L., Clemen R. T. (1992). Sensitivity of weights in combining forecasts. *Operations Research*, 40 (3), 609–614. DOI: 10.1287/opre.40.3.609.
- Winkler R. L., Makridakis S. (1983). The combination of forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, 146 (2), 150–157. DOI: 10.2307/2982011.
- Wang X., Hyndman R. J., Li F., Kang Y. (2023). Forecast combinations: An over 50-year review. *International Journal of Forecasting*, 39 (4), 1518–1547. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2022.11.005.

Поступила в редакцию 07.08.2023;
принята в печать 21.01.2024.

Received 07.08.2023;
accepted 21.01.2024

Е. В. Астафьева, М. Ю. Турунцева