

Прикладная эконометрика, 2025, т. 79, с. 5–26.

Applied Econometrics, 2025, v. 79, pp. 5–26.

DOI: 10.22394/1993-7601-2025-79-5-26

А. В. Полбин, А. В. Шумилов¹

Наукастинг и прогнозирование ВВП России и его компонентов с помощью квантильных моделей

В работе анализируется качество вероятностного наукастинга и краткосрочного прогнозирования российского ВВП и элементов его использования в постоянных ценах (потребление, инвестиции, экспорт и импорт) на основе модели квантильной регрессии и ее «сжимающих» модификаций, направленных на снижение риска переобучения (усреднение квантильных прогнозов, частичная квантильная регрессия, регрессии с регуляризацией, байесовская квантильная регрессия). Показано, что квантильные модели с предикторами превосходят авторегрессионные и МНК-модели по интегральной метрике качества CRPS в задачах наукастинга инвестиций и потребления. При прогнозировании на 1–4 квартала вперед модели со сжатием параметров дают наилучшие прогнозы распределений ВВП и потребления на всех рассматриваемых горизонтах. Для инвестиций и импорта квантильные модели со сжатием параметров оказываются лучшими на трех горизонтах прогнозирования из четырех. Из моделей со сжатием нельзя выделить единственную модель, которая давала бы наилучшие вероятностные прогнозы макропеременных намного чаще других.

Ключевые слова: макроэкономическое прогнозирование; наукастинг; вероятностный прогноз; квантильные регрессии; методики сжатия параметров; байесовские методы; Россия.

JEL classification: C22; C53; E17; E27; F17.

1. Введение

Вероятностные прогнозы темпов экономического роста, в отличие от точечных, позволяют получить не только правдоподобное значение темпа роста ВВП, но и оценить неопределенность, которая его сопровождает. В частности, такие прогнозы дают возможность изучить риски экстремальных сценариев роста (называемые также хвостовыми рисками) и факторы этих рисков.

¹ Полбин Андрей Владимирович — Банк России; Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации; Институт Гайдара, Москва; apolbin@gmail.com.

Шумилов Андрей Валерьевич — Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Москва; ashum1@mail.ru.

Настоящая работа отражает личную позицию авторов. Содержание и результаты данного исследования не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России или указание на официальную политику или решения регулятора.

Удобным инструментом для построения вероятностных прогнозов являются квантильные регрессии. С их помощью в одной из основополагающих работ литературы по макроэкономическим хвостовым рискам (Adrian et al., 2019) было эмпирически смоделировано полное распределение будущего темпа роста реального ВВП США в зависимости от текущих финансовых и экономических условий. Авторы показали, что нижние квантили будущего темпа роста ВВП США значительно изменяются с течением времени и зависят от текущих финансовых условий намного сильнее, чем стабильные во времени верхние квантили распределения. Аналогичного рода результаты для условных распределений темпов роста ряда развитых стран и еврозоны были получены в работах (Giglio et al., 2016; Figueres, Jarociński, 2020), где использовались альтернативные показатели финансовых условий. В качестве меры хвостового риска для темпов роста ВВП в работе (Adrian et al., 2018) был предложен показатель «роста под риском», определяемый как нижний α -процентный квантиль условного распределения темпа роста (в приложениях α обычно принимается равным 5 или 10%). Концепция роста под риском, рассчитываемого на основе квантильной методики (Adrian et al., 2019), впоследствии стала активно использоваться МВФ и ЕЦБ для мониторинга макроэкономических рисков в различных странах.

В связи с ростом интереса регуляторов, в последние годы появился целый ряд работ по вероятностному наукастингу и прогнозированию ВВП и других макропеременных на основе как нестандартных квантильных моделей, так и методик, не связанных с квантильными регрессиями. Например, для прогнозирования роста под риском в работе (Brownlees, Souza, 2021) применялись авторегрессионные модели GARCH, в статье (Carriero et al., 2024) — байесовская векторная авторегрессия со стохастической волатильностью. Среди исследований с моделями первого типа можно выделить следующие.

В работе (Carriero et al., 2022a) стандартная модель квантильной регрессии по качеству прогнозирования хвостовых рисков темпа роста ВВП, инфляции и уровня безработицы в США сопоставлялась со следующим набором своих модификаций, «сжимающих» параметры: усреднением прогнозов квантильных регрессий для отдельно взятых предикторов, частичной квантильной регрессией, регрессией с ридж-регуляризацией, байесовской квантильной регрессией с вариантами априорного распределения параметров Миннесота и «подковой». Расчеты квантильных прогнозов макропеременных для горизонтов 1, 4 и 12 кварталов с помощью указанных моделей показали, что в подавляющем большинстве случаев использование методик сжатия параметров статистически значительно улучшает точность прогнозирования, измеряемую квантильной оценкой (QS) для отдельных квантилей и квантильно-взвешенными оценками непрерывной ранжированной вероятности (QW-CRPS) для всего набора рассмотренных квантилей $\{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$. Выигрыш в точности прогноза особенно значителен, когда число предикторов в модели велико. Выигрыш также увеличивается с ростом горизонта прогнозирования. Наилучшие прогнозы среди всех методик чаще всего дают модель частичной квантильной регрессии, ридж-регрессия и байесовская модель с априорным распределением Миннесоты. Исходя из этих результатов, авторы делают общий вывод о том, что исследования, использующие стандартные квантильные модели, как минимум для проверки устойчивости результатов стоит дополнять сжимающими квантильными спецификациями.

В статье (Mitchell et al., 2022) тестировалось качество вероятностного наукастинга ВВП еврозоны на основе модели байесовской квантильной регрессии со смешанной квартально-месячной частотностью данных (U-MIDAS). Поскольку в исходный набор предикторов

входит более 100 переменных, для решения проблемы проклятия размерности была оценена байесовская модель с использованием ряда регуляризирующих априорных распределений параметров модели: LASSO, адаптивного LASSO, эластичной сети, априорных распределений Дирихле–Лапласа и «подкова», отбора предикторов стохастическим поиском. В качестве бенчмарков были взяты модель AR(1) и стандартные линейная и квантильная модели, связывающие темп роста ВВП еврозоны с двумя главными компонентами набора предикторов. Оказалось, что наиболее точные (согласно метрикам качества QW-CRPS) наукасты ВВП еврозоны дает байесовская квантильная модель с глобально-локально сжимающим априорным распределением «подкова», что указывает на то, что рассматриваемые данные имеют разреженную структуру. Модель с распределением «подкова» также лучше других предсказывает эпизоды одноквартального спада в реальном времени.

Квантильные модели со смешанной частотностью данных (квартал-месяц-неделя) использовались также для вероятностного наукастинга темпов роста ВВП США в исследовании (Carrigero et al., 2022b). Авторы сравнили по качеству наукастинга байесовскую квантильную модель и байесовскую регрессию со стохастической волатильностью (в обоих случаях использовалось априорное распределение Миннесота) с AR(1)-SV и частотными квантильными моделями. Оказалось, что первые две модели, согласно метрикам QS и CRPS, дают более точные наукасты нижнего десятипроцентного квантиля и всего распределения темпа роста ВВП США, чем бенчмарки. Точность получаемых наукастов повышается при увеличении числа финансовых и экономических предикторов.

В работе (Clark et al., 2024) была предложена непараметрическая панельная квантильная модель, где правая часть состоит из линейного и нелинейного компонентов. Последняя аппроксимируется с помощью методики байесовских аддитивных регрессионных деревьев. Тестирование прогнозных свойств модели на выборке темпов роста ВВП 11 развитых стран показало, что она улучшает качество вневыборочных прогнозов темпов роста (на 1 и 4 квартала вперед) практически для всех стран по сравнению с линейной квантильной моделью (Adrian et al., 2019), причем рост качества прогнозирования особенно отчетливо выражен в хвостах распределения.

Применительно к российским макропеременным существует обширный пласт работ на тему *точечного* наукастинга и прогнозирования с помощью различных статистических методик. Оперативные оценки и прогнозы ключевых макропоказателей строились, в частности, на основе динамической факторной модели (Поршаков и др., 2016), BVAR-модели (Демешев, Малаховская, 2016), модели коррекции ошибок (Полбин, Фокин, 2020), моделей MIDAS и MFBVAR (Станкевич, 2020, 2023; Макеева, Станкевич, 2022), методов машинного обучения (Гареев, Полбин, 2022). Тематика *вероятностного* макропрогнозирования на российских данных ранее практически не изучалась. Единственной известной нам работой данного направления является исследование (Казакова, Фокин, 2024), в котором модели квантильной и гладкой квантильной регрессий сопоставлялись с МНК-моделями по качеству интервальных прогнозов инфляции в России. Авторы показали, что при увеличении горизонта прогнозирования и сужении доверительного интервала прогнозы квантильных моделей становятся более точными относительно прогнозов МНК-моделей согласно метрике CRPS.

В настоящем исследовании анализируется качество вероятностного наукастинга и краткосрочного прогнозирования российского ВВП и элементов его использования в постоянных ценах (потребление домашних хозяйств, валовое накопление основного капитала, экспорт и импорт) на основе модели квантильной регрессии и ее «сжимающих» модификаций

(усреднение квантильных прогнозов, частичная квантильная регрессия, регрессии с регуляризацией, байесовская квантильная регрессия). По прогнозным способностям указанные модели сопоставляются с квантильной авторегрессией и МНК-моделями. В следующем разделе даются формулировки используемых моделей. Далее описываются данные, спецификации моделей, стратегии построения и оценивания качества наукастов и прогнозов. В разделе 4 обсуждаются результаты прогнозных экспериментов.

2. Модели

В используемых в данном исследовании моделях для прямого прогнозирования на h шагов вперед ($h \in \{0, 1, \dots, 4\}$, 0 соответствует наукасту) рассматривается зависимость показателя y_{t+h} в момент времени $t + h$ от набора предикторов x_t в момент t . Для получения квантильного прогнозного распределения зависимой переменной на горизонте h все квантильные модели данного раздела оцениваются отдельно для каждого квантиля τ из набора $\{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$.

2.1. Квантильная регрессия (QR)

В качестве базовой модели для наукастинга и прогнозирования берется линейная квантильная регрессия (Koenker, Bassett, 1978):

$$y_{t+h} = x_t' \beta_\tau + \varepsilon_{\tau, t+h}, \quad Q_\tau(y_{t+h} | x_t) = x_t' \beta_\tau,$$

где $Q_\tau(y_{t+h} | x_t)$ — условный квантиль τ зависимой переменной y_{t+h} при заданном векторе предикторов x_t . Оценки $\hat{\beta}_\tau$ рассчитываются из условия минимизации взвешенной суммы абсолютных ошибок:

$$\hat{\beta}_\tau = \underset{\beta_\tau}{\operatorname{argmin}} \sum_{t=1}^{T-h} (\tau \cdot \mathbf{I}\{y_{t+h} \geq x_t' \beta_\tau\} \cdot |y_{t+h} - x_t' \beta_\tau| + (1 - \tau) \cdot \mathbf{I}\{y_{t+h} < x_t' \beta_\tau\} \cdot |y_{t+h} - x_t' \beta_\tau|),$$

где $\mathbf{I}\{\cdot\}$ — индикаторная функция, принимающая значение 1, если выражение в $\{\cdot\}$ истинно, и 0, если ложно.

2.2. Взвешенное усреднение квантильных прогнозов (QR-AVG)

В данной методике прогноз для горизонта h и квантиля τ рассчитывается как взвешенное среднее прогнозов, полученных из квантильных моделей с отдельно взятыми предикторами. Веса определяются на основе внутривыборочной точности таких моделей. А именно, обозначим через $x_{j,t}$ набор регрессоров, состоящий из константы, y_{t-1} и j -го элемента из полного набора предикторов x_t ($j = 1, 2, \dots, N$). Для каждого j оценивается квантильная регрессия $y_{t+h} = x_{j,t}' \beta_{j,\tau} + \varepsilon_{j,\tau,t+h}$, откуда вневыборочный квантильный прогноз для набора $x_{j,t}$ рассчитывается как $x_{j,t}' \hat{\beta}_{j,\tau}$. Вес этого прогноза ω_j принимается равным обратному значению средней квантильной оценки QS внутривыборочных прогнозов модели. Все веса нормируются

так, чтобы $\sum_{j=1}^N \omega_j = 1$. Итоговый средневзвешенный вневыборочный прогноз QR-AVG-1 для горизонта h и квантиля τ дается формулой $Q_{\tau,t+h} = \sum_{j=1}^N \omega_j x'_{j,t} \hat{\beta}_{j,\tau}$. Для сравнения также рассматриваются два дополнительных варианта взвешивания: QR-AVG-2, где для расчета весов используется только начальная, а не текущая обучающая выборка; и QR-AVG-3, где все $\omega_j = 1/N$, т. е. берется среднее арифметическое отдельных прогнозов.

2.3. Модель частичной квантильной регрессии (partial quantile regression, PQR)

Модель PQR (Giglio et al., 2016), используемая как инструмент снижения размерности пространства предикторов x_t , представляет собой адаптацию метода частичных наименьших квадратов для случая квантильной регрессии. В отличие от квантильного метода главных компонент, уменьшающего размерность на основе информации только о предикторах, методика PQR выделяет наиболее важные факторы с учетом информации о ковариации предикторов с зависимой переменной y_{t+h} . Аналогично (Giglio et al., 2016), рассматривается модель частичной квантильной регрессии с единственным фактором.

Прогноз PQR для горизонта h и квантиля τ рассчитывается согласно следующему трехшаговому алгоритму.

1. Для каждого предиктора $x_{i,t}$ из рассматриваемого набора x_t оценивается τ -квантильная регрессия y_{t+h} на $x_{i,t}$ и константу². Оценки коэффициентов $\hat{\gamma}_i$ при предикторах $x_{i,t}$ сохраняются для дальнейшего использования.

2. Для каждого момента t обучающей выборки ($t = 1, 2, \dots, T$) рассчитывается кросс-секционная ковариация $\hat{f}_{\tau,t} = \text{cov}(x_t, \hat{\gamma})$, где $x_t = (x_{1,t}, x_{2,t}, \dots, x_{N,t})$, $\hat{\gamma} = (\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2, \dots, \hat{\gamma}_N)$. Полученный временной ряд $\hat{f}_{\tau,t}$ ($t = 1, 2, \dots, T$) является оценкой латентного фактора $f_{\tau,t}$ для набора предикторов x_t .

3. Оценивается τ -квантильная регрессия y_{t+h} на оценку фактора $\hat{f}_{\tau,t}$, y_{t-1} и константу, откуда стандартным образом строится итоговый PQR-прогноз.

2.4. Квантильные регрессии с регуляризацией

Основная идея квантильных моделей с регуляризацией заключается в добавлении в оптимизируемый функционал некоторого штрафа на размер параметров, что сдвигает коэффициенты ближе к нулю по сравнению со стандартным оцениванием. Задача τ -квантильной регрессии y_{t+h} на x_t (предикторы предварительно должны быть стандартизированы) со штрафом общего вида записывается как

$$\hat{\beta}_{\tau} = \underset{\beta_{\tau}}{\operatorname{argmin}} \left[\frac{1}{T-h} \sum_{t=1}^{T-h} \left(\tau \cdot \mathbb{I}\{y_{t+h} \geq x'_t \beta_{\tau}\} \cdot |y_{t+h} - x'_t \beta_{\tau}| + (1-\tau) \cdot \mathbb{I}\{y_{t+h} < x'_t \beta_{\tau}\} \cdot |y_{t+h} - x'_t \beta_{\tau}| \right) + \lambda \cdot P(\beta_{\tau}) \right],$$

² Все переменные $x_{i,t}$ предварительно стандартизируются, т. е. приводятся в виду с нулевым средним значением и единичным стандартным отклонением.

где $P(\beta_\tau)$ — штрафная функция, $\lambda \geq 0$ — штрафной коэффициент. При малых λ оценки β_τ близки к оценкам обычной квантильной регрессии. При $\lambda \rightarrow \infty$ ненулевой остается только оценка коэффициента при константе (т. к. она не штрафует).

В настоящей работе используются три популярные методики регуляризации — LASSO, ридж (RIDGE) и «эластичная сеть» (EN). В регрессии LASSO (Tibshirani, 1996) штраф равен сумме абсолютных значений коэффициентов при предикторах: $P(\beta_\tau) = \|\beta_\tau\|_1$. В штрафной функции ридж-регрессии суммируются квадраты значений коэффициентов модели: $P(\beta_\tau) = 0.5 \cdot \|\beta_\tau\|_2^2$. Штрафная функция методики «эластичная сеть» (Zou, Hastie, 2005) представляет собой выпуклую комбинацию штрафов LASSO и ридж: $P(\beta_\tau) = \alpha \|\beta_\tau\|_1 + (1 - \alpha) \cdot 0.5 \cdot \|\beta_\tau\|_2^2$, где $\alpha \in [0, 1]$. В приложениях с не слишком длинными выборками весовой параметр α обычно никак не оптимизируется, и его значение устанавливается на среднем уровне 0.5. Мы также будем считать, что $\alpha = 0.5$.

При использовании ридж-регуляризации коэффициенты при предикторах становятся ближе к нулю по сравнению со стандартной квантильной регрессией, но не обращаются в нуль. Метод LASSO также стягивает коэффициенты модели ближе к нулю, но теперь при достаточно больших значениях штрафного параметра λ некоторые из коэффициентов обнуляются (тем самым, помимо сжатия параметров, осуществляется еще и отбор предикторов). Данная методика, таким образом, более эффективна, чем ридж, в тех случаях, когда лишь часть предикторов обладает существенной прогнозной силой. Недостатком LASSO является то, что если некоторые регрессоры сильно коррелированы между собой, часто отбирается только один из них. Тогда целесообразно использовать методику EN, представляющую собой компромиссный вариант между LASSO- и ридж-регрессиями.

В квантильных моделях с регуляризацией для каждого горизонта h и квантиля τ значение штрафного параметра λ выбирается путем перебора по сетке так, чтобы минимизировать среднюю квантильную оценку QS псевдовневыборочного прогноза $Q_{\tau, t+h}$ на валидационной выборке.

2.5. Байесовская квантильная регрессия

В модели байесовской квантильной регрессии $y_{t+h} = x'_{t+h} \beta_\tau + \varepsilon_{\tau, t+h}$ предполагается, что ошибка имеет следующее составное представление (Kozumi, Kobayashi, 2011)³:

$$\varepsilon_{\tau, t+h} = \xi z_{\tau, t+h} + \omega \sqrt{\sigma_\tau z_{\tau, t+h}} u_{\tau, t+h},$$

где переменная $z_{\tau, t+h}$ имеет экспоненциальное распределение со средним σ_τ , $u_{\tau, t+h} \sim N(0, 1)$, а параметры ξ и ω являются функциями от квантиля τ :

$$\xi = \frac{1 - 2\tau}{\tau(1 - \tau)}, \quad \omega^2 = \frac{2}{\tau(1 - \tau)}.$$

³ Такое представление необходимо для того, чтобы условные апостериорные распределения параметров модели могли быть выражены аналитически с помощью функции максимального правдоподобия.

В методиках байесовского сжатия параметров обычно полагается, что $\beta_\tau \sim N(0_K, \Lambda_*)$, где ковариационная матрица Λ_* управляет степенью сжатия коэффициентов к нулю, K — число регрессоров. В качестве конкретного сжимающего априорного распределения в настоящей работе используется распределение «подкова» HSBQR (Carvalho et al., 2010; Kohns, Szendrei, 2024):

$$\beta_{\tau,j} \mid \lambda_j^2, v^2 \sim N(0, \lambda_j^2 v^2), \quad \lambda_j \sim C_+(0,1), \quad v \sim C_+(0,1), \quad j \in \{1, 2, \dots, K\},$$

так что $\Lambda_* = v^2 \text{diag}(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_K^2)$. Здесь $C_+(0,1)$ — полураспределение Коши, λ_j — локальный параметр сжатия коэффициента $\beta_{\tau,j}$, v — глобальный параметр сжатия β_τ .

Априорное распределение «подкова» характеризуется большой вероятностной массой, сконцентрированной в окрестности нуля (т. е. маленькие по модулю коэффициенты модели сильно сжимаются к нулю) и тяжелыми хвостами (большие по модулю коэффициенты сжимаются к нулю относительно слабо). Соответственно, сжатие параметров на основе данного распределения обычно наиболее эффективно тогда, когда только некоторые из предикторов обладают значимой прогнозной силой. Модель с априорным распределением «подкова» показала свою эффективность при вероятностном прогнозировании ВВП еврозоны и США в случаях, когда набор предикторов велик (Mitchell et al., 2022; Kohns, Szendrei, 2024). Еще одним достоинством этого распределения является то, что при его использовании не нужно подбирать значения никаких гиперпараметров.

Байесовская квантильная регрессия оценивается с помощью семплирования Гиббса, где общее число итераций марковской цепи для каждого квантиля τ берется равным 35000. Первые 10000 итераций отбрасываются, а оставшиеся 25000 используются для получения апостериорных распределений параметров квантильной модели. Квантильный прогноз y_{t+h} рассчитывается как $x_t' \hat{\beta}_\tau$, где $\hat{\beta}_\tau$ — вектор средних значений апостериорных распределений параметров $\beta_{\tau,j}$.

2.6. Интервальное прогнозирование на основе линейной регрессии (OLS)

Полученный из МНК-оценивания стандартной линейной регрессии $y_{t+h} = x_t' \beta + \varepsilon_{t+h}$ точечный прогноз зависимой переменной для $t = t_*$ имеет вид $\hat{y}_{t_*,h} = x_{t_*}' \hat{\beta}_\tau$. Состоятельная оценка дисперсии ошибки этого прогноза рассчитывается как $V = s^2 x_{t_*}' (X'X)^{-1} x_{t_*} + s^2$, где $s^2 = \sum_{t=1}^T e_t^2 / (T - K)$, e_t — остатки регрессии, K — число регрессоров. Тогда доверительный интервал (*интервальный прогноз*) для $y_{t_*,h}$ с заданным уровнем доверия $(1 - \alpha)$, $\alpha \in (0, 0.5)$, имеет вид

$$\left(\hat{y}_{t_*,h} - t_{1-\alpha/2}(T-K) \cdot \sqrt{V}, \hat{y}_{t_*,h} + t_{1-\alpha/2}(T-K) \cdot \sqrt{V} \right),$$

где $t_{1-\alpha/2}(T-K)$ есть $(1 - \alpha/2)$ -квантиль распределения Стьюдента с $T - K$ степенями свободы.

В рамках методики интервального МНК-прогнозирования для сопоставления с прогнозами квантильных моделей точечный прогноз $\hat{y}_{t_*,h}$ считается медианным прогнозом

для y_{t+h} , а нижняя (верхняя) граница интервального прогноза с уровнем доверия $(1 - \alpha)$ является прогнозом квантиля $\tau = \alpha/2$ (соответственно, $\tau = 1 - \alpha/2$) для y_{t+h} .

3. Данные и методология наукастинга и прогнозирования

В настоящем исследовании используются квартальные данные за период 2001–2023 гг. по ВВП и 4 элементам его использования в постоянных ценах (потребление домашних хозяйств, валовое накопление основного капитала, экспорт и импорт)⁴ и 11 предикторам, отражающим экономические и финансовые условия. Полный список переменных представлен в табл. 1.

Таблица 1. Используемые переменные

Показатель	Источник
ВВП в постоянных ценах	Росстат
Потребление домашних хозяйств в постоянных ценах	Росстат
Валовое накопление основного капитала в постоянных ценах	Росстат
Экспорт в постоянных ценах	Росстат
Импорт в постоянных ценах	Росстат
Среднеквартальная ставка по межбанковским однодневным кредитам MIACR	ЦБ РФ
Среднеквартальный курс российского рубля к доллару США	ЦБ РФ
Денежный агрегат M2 на конец квартала	ЦБ РФ
Реальная среднеквартальная мировая цена на нефть марки Brent	IMF
Индекс промышленного производства по ОКВЭД	Росстат
Оборот розничной торговли в постоянных ценах	Росстат
Индекс потребительских цен	Росстат
Уровень безработицы населения в возрасте 15–72 лет	Росстат
Среднеквартальный индекс московской биржи IMOEX	Investing.com
Реальная средняя цена 1 кв. м общей площади квартир на первичном рынке жилья	Росстат
Отношение кредитов частному нефинансовому сектору к ВВП	BIS

Все переменные, кроме ставки межбанковского кредитования MIACR (формальные тесты не отвергают гипотезы о стационарности ряда MIACR и об отсутствии в нем сезонности), приведены к сезонно-дифференцированному виду $\ln(x_t/x_{t-4})$. Такое преобразование позволяет избавиться от сезонности в данных без применения сложных методик, затрудняющих прогнозирование.

Данные по ВВП и его компонентам публикуются с запаздыванием в 3 и более месяца относительно конца отчетного периода. Для 10 из 11 предикторов задержка выхода данных не превышает 1 месяца. Оставшаяся переменная отношения кредитов частному нефинансовому сектору к ВВП имеет задержку 5 месяцев, т. е. ее значение за квартал t не может быть

⁴ Представленные в официальной статистике ряды ВВП и его компонентов в ценах разных лет за различные периоды времени объединялись в единые ряды на основе предпосылки о том, что темпы роста каждого показателя к соответствующему кварталу предыдущего года одинаковы для двух разных наборов базовых цен.

использовано для наукастинга макроэкономических показателей в том же квартале. Поэтому в выборку предикторов x_i эта переменная включается с лагом в один квартал.

Псевдовневыборочные наукастинг ($h = 0$) и прогнозирование квантилей ВВП и его компонентов на горизонтах h от 1 до 4 кварталов с помощью той или иной модели из раздела 2 осуществляются согласно следующей схеме. Пусть вся выборка имеет длину T , в обучающую выборку (где известны все значения y_t и регрессоров x_t) входят точки $1, 2, \dots, S$, а в тестовую — $S + 1, S + 2, \dots, T$. По информации о регрессорах в точке $S + 1$ и коэффициентам оцененной на обучающей выборке модели строится прямой прогноз квантиля τ на h шагов вперед для точки $S + 1 + h$. Затем к обучающей выборке добавляется точка $S + 1$, и по информации о регрессорах в точке $S + 2$ и оценкам модели на увеличенной обучающей выборке строится прогноз квантиля τ на горизонте h для точки $S + 2 + h$. Так продолжается до тех пор, пока длина обучающей выборки не сравняется с $T - h$. В итоге получим $T - S - h$ прямых прогнозов квантиля τ на h шагов вперед.

В качестве тестовой в нашем исследовании берется выборка с 1 кв. 2016 г. по 4 кв. 2023 г.⁵, которой соответствуют 32 наукаста и 28 прогнозов на 4 квартала вперед для каждого квантиля того или иного макропоказателя. При этом для моделей с регуляризацией (LASSO, RIDGE и EN) валидационной является выборка 2012–2015 гг., где производится подбор штрафного параметра по сетке от 0 до 25 с шагом 0.01.

Чтобы оценить качество прогнозирования для отдельно взятых квантилей, используется метрика *квантильной оценки* QS (Giacomini, Komunjer, 2005):

$$QS_{\tau,t+h} = (y_{t+h} - Q_{\tau,t+h})(\tau - I\{y_{t+h} \leq Q_{\tau,t+h}\}),$$

где y_{t+h} — фактическое значение макропоказателя, $Q_{\tau,t+h}$ — прогноз квантиля τ . Данная метрика всегда неотрицательна, и чем она меньше, тем прогноз $Q_{\tau,t+h}$ считается более точным.

Для оценивания качества прогнозирования на полном наборе квантилей рассматриваются четыре варианта оценки непрерывной ранжированной вероятности CRPS (Gneiting, Raftery, 2007; Gneiting, Ranjan, 2011), являющейся обобщением функции потерь в виде абсолютного значения ошибки для точечных прогнозов:

$$CRPS_{t+h} = \frac{2}{K-1} \sum_{j=1}^{K-1} w(\tau_j) QS_{\tau_j,t+h},$$

где $\tau_j = j/K$, $w(\tau_j)$ — вес квантиля τ_j . Для всех расчетов берется $K = 10$, которому соответствует набор квантилей $\{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$. В стандартном варианте этой оценки (CRPS) веса квантилей одинаковы: $w(\tau_j) = 1$. В левосторонней метрике (CRPS-L) нижние квантили имеют большие веса, чем верхние: $w(\tau_j) = (1 - \tau_j)^2$. В правосторонней метрике (CRPS-R), наоборот, большее значение придается верхним квантилям: $w(\tau_j) = \tau_j^2$. В центральном варианте (CRPS-C) наибольшие веса имеют центральные квантили: $w(\tau_j) = \tau_j(1 - \tau_j)$.

Псевдовневыборочные квантильные прогнозы ВВП и его компонентов, полученные с помощью разных методик, сопоставляются между собой по итогам расчета средних значений статистик QS_{τ} , CRPS, CRPS-C, CRPS-L и CRPS-R на тестовой выборке. Поскольку

⁵ Данные по экспорту и импорту в постоянных ценах за 2023 год временно недоступны, поэтому для этих двух зависимых переменных тестовая выборка заканчивается на 4 квартале 2022 года.

интересным дополнительным вопросом исследования является сравнение качества точечных (медианных) прогнозов используемых моделей, на тестовой выборке рассчитываются также метрики квадратного корня среднеквадратичной ошибки точечных прогнозов (RMSE)⁶.

Все модели из раздела 2 рассматриваются в спецификациях с полным набором 11 предикторов и с коротким набором предикторов (в обоих случаях в число регрессоров добавляются лаг зависимой переменной y_{t-1} и константа⁷). Далее будем различать эти спецификации путем добавления к названию окончания «-F» или «-S» соответственно. Предикторы для короткого набора отбираются методом пошагового включения переменных. В нем на первом шаге на тестовой выборке строятся наукасты стандартных квантильных моделей с отдельно взятыми предикторами из полного набора (с добавлением лага зависимой переменной и константы), и в короткий набор включается предиктор x_1 , модель с которым дает лучший по CRPS наукаст. На шаге 2 рассчитываются наукасты квантильных моделей для пар предикторов (x_1 и какой-то из остальных) с включением y_{t-1} и константы. Если наименьшее значение CRPS наукастов всех таких моделей меньше CRPS первого шага с предиктором x_1 , то включаем в короткий набор соответствующий предиктор x_2 (иначе процедура включения предикторов завершается). На шаге 3 рассматриваются модели с тремя предикторами (x_1 , x_2 и один из других) и т. д. Полученные с помощью такой методики короткие наборы предикторов для разных зависимых переменных представлены в табл. 2.

Таблица 2. Выбранные короткие наборы предикторов для разных зависимых переменных

Зависимая переменная	Набор предикторов
ВВП	1) Оборот розничной торговли; 2) индекс промышленного производства; 3) индекс цен на покупку жилья
Потребление домашних хозяйств	1) Оборот розничной торговли; 2) уровень безработицы; 3) курс российского рубля к доллару США; 4) отношение кредитов частному нефинансовому сектору к ВВП
Валовое накопление основного капитала	1) Индекс промышленного производства; 2) индекс цен на покупку жилья; 3) мировая цена на нефть; 4) денежный агрегат M2
Экспорт	Индекс московской биржи IMOEX
Импорт	1) Индекс промышленного производства; 2) оборот розничной торговли; 3) курс российского рубля к доллару США; 4) индекс цен на покупку жилья

Модели с предикторами по своим прогностическим свойствам дополнительно сопоставляются с квантильной авторегрессионной моделью первого порядка AR(1), служащей бенчмарком, а также с методикой интервального прогнозирования на основе МНК-оценивания авторегрессии с одним лагом AR(1)-OLS.

⁶ Другой используемой в работе мерой качества точечного прогнозирования является среднее значение введенной выше статистики $QS_{0.5}$, с точностью до постоянного множителя совпадающее со средней абсолютной ошибкой точечного прогноза (MAE).

⁷ Отметим, что в описаниях моделей QR-AVG и PQR в разделе 2 лаг зависимой переменной и константа в набор x_t не входят и учитываются отдельно.

4. Эмпирические результаты

Результаты расчета усредненных на тестовой выборке статистик качества для наукастов и прогнозов альтернативных моделей сезонно-дифференцированного ВВП приведены в табл. 3⁸. Для эталона AR(1) даны абсолютные значения показателей качества, для остальных моделей — значения показателей относительно AR(1). Полужирным шрифтом выделено наименьшее значение метрики качества среди всех моделей, а серым фоном — наименьшее значение метрики среди моделей с одним и тем же набором предикторов.

Как видно из таблицы, при $h = 0$ все квантильные модели с предикторами, за исключением PQR, обладают существенно более высоким качеством наукастинга отдельно взятых квантилей и распределения ВВП в целом, чем квантильная авторегрессия и модель AR(1)-OLS. Среди моделей с полным набором предикторов лучшей для большинства квантилей оказывается модель с регуляризацией LASSO. Факт преимущества LASSO перед другими методиками указывает на то, что рассматриваемые данные имеют разреженную структуру, т. е. лишь некоторые из предикторов важны для наукастинга ВВП. Действительно, стандартная квантильная модель QR с коротким набором предикторов (куда входят оборот розничной торговли, индекс промышленного производства и индекс цен жилье) превосходит модели с полным набором по всем статистикам качества. При этом методы сжатия параметров для короткого набора предикторов уступают этой модели по всем интегральным показателям качества. Наилучшие среди всех моделей наукасты 10% квантиля ВВП (т. е. роста под риском), распределения ВВП в целом (метрика CRPS), его центра (CRPS-C) и правого хвоста (CRPS-R) дает модель OLS интервального прогнозирования на основе линейной регрессии с коротким набором предикторов (ее преимущество перед QR-S является существенным только в случае роста под риском, где улучшение качества составляет 19%).

На горизонте одного квартала ($h = 1$) квантильные модели с предикторами, как и прежде, прогнозируют ВВП в целом точнее, чем AR(1), но могут уступать бенчмарку в качестве прогнозирования крайних квантилей 10 и 90%. Если раньше модель с коротким набором предикторов была абсолютным лидером по каждой метрике качества, то сейчас из таких моделей только PQR-S лучше всех остальных прогнозирует рост под риском, а модель HSBQR-S — правый хвост распределения ВВП. Наиболее точные прогнозы распределения ВВП в целом, его левого хвоста и центра дает модель с регуляризацией ридж с полным набором независимых переменных, т. е. пространство предикторов для такого горизонта прогнозирования становится более плотным.

При $h = 2$ преимущество моделей с предикторами над AR(1) или AR(1)-OLS не является безоговорочным, и многие из них хуже прогнозируют левый хвост распределения ВВП, чем две последние модели. В отличие от случая $h = 1$, лидерами по всем метрикам качества оказываются модели сжатия параметров с полным набором предикторов. Модель LASSO-F точнее остальных прогнозирует рост под риском и левый хвост распределения ВВП, байесовская

⁸ При наукастинге и прогнозировании ВВП и других макропоказателей методики взвешенного усреднения прогнозов для отдельных предикторов QR-AVG-1 и QR-AVG-2 обладают примерно одинаковыми предсказательными свойствами и, как правило, ненамного превосходят простое усреднение QR-AVG-3. Для экономии места приводятся результаты лишь для одного из вариантов усреднения, QR-AVG-2 (где веса рассчитываются по исходной обучающей выборке), поскольку относительно QR-AVG-1 он дает чуть лучшие по CRPS прогнозы для большего числа комбинаций «зависимая переменная–горизонт–набор предикторов».

модель HSBQR-F — центр распределения, модель эластичной сети EN-F — распределение в целом и его правый хвост.

На горизонте $h = 3$ ни одна из моделей с предикторами уже не может превзойти по качеству прогнозирования роста под риском бенчмарк AR(1). Лидерами по качеству прогнозирования остальных отдельно взятых квантилей являются только квантильные модели с полным набором предикторов. Что касается интегральных статистик качества, то, согласно им, на указанном горизонте модель эластичной сети EN-F лучше всех остальных методик прогнозирует распределение ВВП в целом, его центр, левый и правый хвосты.

При $h = 4$ метрики качества прогнозирования нижних и центральных квантилей для модели QR (как с полным, так и с коротким набором предикторов) относительно модели авторегрессии AR(1) ухудшаются по сравнению со случаем $h = 3$. Для 10% квантиля, как и в предыдущем случае, лучшей по качеству является модель AR(1), квантили 20–40% точнее всех прогнозирует ее МНК-вариант AR(1)-OLS, а для остальных квантилей лидером является модель сжатия параметров с полным набором предикторов. Модель с регуляризацией ридж точнее всех других прогнозирует распределение ВВП в целом и его правый хвост. Байесовская модель HSBQR лучше остальных прогнозирует центр распределения.

Таким образом, в случае наукастинга ВВП по интегральным метрикам качества наилучшей оказывается МНК-модель с коротким набором предикторов OLS-S. При этом для отдельных квантилей можно достичь улучшения на основе модели квантильной регрессии QR, оцениваемой на том же наборе предикторов (квантили 20–40%), или на основе квантильных моделей с регуляризацией того или иного вида (LASSO для квантиля 90%, байесовская для квантиля 50%). При прогнозировании ВВП от 1 до 4 кварталов квантильные модели со сжатием параметров всегда являются лидерами по интегральным метрикам (за исключением случая левого хвоста распределения при $h = 4$), причем с ростом горизонта прогнозирования лидерство по метрикам качества постепенно переходит от моделей с коротким набором предикторов к моделям с полным набором.

Таблицы со статистиками качества наукастинга и прогнозирования компонентов ВВП из-за ограничений объема представлены в препринте настоящей статьи⁹. Для переменной потребления домохозяйств основные результаты таковы. На всех рассматриваемых горизонтах от нуля до четырех кварталов квантильные модели со сжатием параметров оказываются наилучшими среди всех как минимум по трем из четырех интегральных метрик качества. В случае наукастинга лидером по CPRS является модель с коротким набором предикторов LASSO-S, при прогнозировании — различные сжимающие модели с полным набором предикторов. В частности, байесовская HSBQR-F и модель с регуляризацией LASSO-F лидируют по всем интегральным статистикам качества на горизонтах 1 и 4 квартала соответственно.

По качеству прогнозирования распределения *валового накопления капитала* в целом квантильные модели сжатия параметров с коротким набором предикторов оказываются лучшими на четырех из пяти рассмотренных горизонтов (и лишь при $h = 3$ лидирует OLS-S). Для наукастинга — это модель с регуляризацией RIDGE-S, для горизонтов прогнозирования 1, 2 и 4 квартала — модель усреднения квантильных прогнозов QR-AVG-S, причем на горизонте 4 квартала она лидирует по всем интегральным метрикам качества прогнозирования.

Из экспериментов по изучению прогнозных свойств различных квантильных моделей *экспорта* можно сделать следующие выводы. При наукастинге две лучшие модели по качеству

⁹ Препринт доступен по адресу: <https://mpira.ub.uni-muenchen.de/125440/>.

Таблица 3. Статистики качества наукастинга и прогнозирования ВВП

AR(1)		Полный набор предикторов								Короткий набор предикторов								
		QR	QR- AVG	PQR	RIDGE	LASSO	EN	HSBQR	OLS	QR	QR- AVG	PQR	RIDGE	LASSO	EN	HSBQR	OLS	
Наукаст																		
QS 0.1	7.52E-03	0.882	0.358	0.810	0.886	0.606	0.295	0.259	0.371	0.251	0.245	0.674	0.899	0.411	0.261	0.265	0.253	0.199
QS 0.2	9.53E-03	0.894	0.353	0.808	0.849	0.617	0.320	0.331	0.362	0.336	0.250	0.674	0.899	0.396	0.283	0.370	0.272	0.266
QS 0.3	9.40E-03	1.023	0.433	0.865	0.956	0.708	0.385	0.492	0.411	0.450	0.302	0.729	0.997	0.416	0.338	0.428	0.326	0.336
QS 0.4	9.38E-03	1.033	0.452	0.878	0.988	0.745	0.477	0.516	0.427	0.515	0.354	0.736	0.991	0.461	0.364	0.481	0.361	0.380
QS 0.5	9.24E-03	1.008	0.496	0.891	0.959	0.727	0.454	0.504	0.457	0.537	0.383	0.741	1.015	0.463	0.406	0.414	0.377	0.396
QS 0.6	8.86E-03	1.019	0.542	0.896	0.958	0.579	0.497	0.496	0.469	0.528	0.401	0.747	1.022	0.467	0.396	0.457	0.389	0.388
QS 0.7	8.20E-03	1.034	0.560	0.875	0.870	0.671	0.479	0.481	0.487	0.480	0.388	0.703	1.002	0.480	0.429	0.439	0.393	0.374
QS 0.8	7.25E-03	1.069	0.508	0.847	0.868	0.627	0.490	0.480	0.485	0.428	0.431	0.685	1.002	0.390	0.383	0.393	0.377	0.343
QS 0.9	5.80E-03	1.010	0.511	0.848	0.895	0.563	0.416	0.433	0.445	0.316	0.270	0.623	0.925	0.284	0.267	0.276	0.331	0.269
CRPS-C	3.17E-03	1.005	0.474	0.866	0.927	0.667	0.437	0.466	0.439	0.461	0.350	0.716	0.986	0.437	0.364	0.417	0.353	0.349
CRPS-L	5.55E-03	0.958	0.414	0.844	0.914	0.658	0.376	0.400	0.402	0.395	0.300	0.704	0.951	0.424	0.322	0.381	0.311	0.301
CRPS-R	4.81E-03	1.028	0.512	0.866	0.909	0.636	0.460	0.474	0.462	0.444	0.364	0.695	0.986	0.409	0.365	0.394	0.367	0.345
CRPS	1.67E-02	0.996	0.465	0.859	0.917	0.655	0.424	0.446	0.433	0.434	0.337	0.706	0.975	0.425	0.351	0.399	0.343	0.332
RMSE	3.14E-02	1.003	0.334	0.888	0.815	0.630	0.430	0.472	0.393	0.370	0.285	0.729	1.001	0.364	0.314	0.355	0.279	0.283
1 квартал вперед																		
QS 0.1	1.01E-02	0.833	1.172	0.748	0.775	0.657	0.940	1.144	0.769	0.741	1.080	0.726	0.651	0.996	0.962	0.925	0.955	0.818
QS 0.2	1.21E-02	0.947	0.804	0.821	0.940	0.731	0.716	0.723	0.807	0.766	1.008	0.807	0.876	0.976	0.990	0.988	0.895	0.835
QS 0.3	1.32E-02	0.923	0.713	0.851	0.942	0.748	0.697	0.713	0.777	0.780	0.917	0.792	0.951	0.860	0.880	0.920	0.816	0.820
QS 0.4	1.38E-02	0.900	0.761	0.863	0.910	0.735	0.822	0.803	0.749	0.780	0.861	0.785	1.020	0.739	0.787	0.793	0.753	0.814
QS 0.5	1.40E-02	0.905	0.748	0.844	0.855	0.719	0.791	0.799	0.724	0.792	0.783	0.754	1.020	0.735	0.746	0.740	0.706	0.826
QS 0.6	1.34E-02	0.925	0.830	0.842	0.825	0.720	0.794	0.771	0.726	0.798	0.763	0.765	1.031	0.719	0.731	0.715	0.681	0.868
QS 0.7	1.25E-02	0.969	0.805	0.835	0.866	0.815	0.782	0.791	0.725	0.767	0.771	0.785	1.045	0.715	0.758	0.733	0.670	0.887
QS 0.8	1.06E-02	0.981	0.855	0.843	0.880	0.796	0.789	0.794	0.782	0.769	0.852	0.831	1.094	0.809	0.852	0.861	0.708	0.929
QS 0.9	7.06E-03	0.990	1.139	0.912	0.903	1.097	0.991	0.998	1.003	0.867	1.104	0.903	1.049	1.082	1.104	1.082	0.901	1.039
CRPS-C	4.58E-03	0.928	0.810	0.842	0.880	0.754	0.788	0.797	0.759	0.782	0.859	0.784	0.993	0.798	0.822	0.820	0.755	0.853
CRPS-L	7.71E-03	0.904	0.865	0.820	0.878	0.720	0.797	0.847	0.768	0.769	0.940	0.774	0.890	0.874	0.884	0.881	0.832	0.830
CRPS-R	6.88E-03	0.954	0.870	0.855	0.875	0.827	0.824	0.826	0.794	0.795	0.867	0.811	1.042	0.818	0.848	0.840	0.743	0.906
CRPS	2.38E-02	0.928	0.845	0.839	0.878	0.764	0.801	0.821	0.772	0.781	0.887	0.788	0.974	0.829	0.850	0.846	0.776	0.861
RMSE	4.13E-02	0.933	0.781	0.894	0.852	0.792	0.820	0.820	0.790	0.838	0.893	0.868	1.036	0.873	0.882	0.882	0.868	0.927
2 квартал вперед																		
QS 0.1	8.68E-03	0.928	1.666	0.924	1.151	1.019	0.805	0.805	1.255	1.018	1.679	0.997	1.258	1.001	1.230	1.178	1.582	1.139
QS 0.2	1.49E-02	0.809	1.157	0.817	0.867	0.780	0.828	0.827	0.808	0.850	1.049	0.830	1.045	0.953	0.998	1.060	1.004	0.907
QS 0.3	1.62E-02	0.836	1.007	0.861	0.969	0.756	0.804	0.822	0.758	0.940	0.944	0.846	1.154	0.945	0.947	0.945	0.928	0.945
QS 0.4	1.62E-02	0.871	0.902	0.885	0.986	0.791	0.787	0.793	0.756	1.023	0.980	0.876	1.100	0.958	0.968	0.964	0.903	1.003
QS 0.5	1.68E-02	0.880	0.793	0.853	0.850	0.772	0.751	0.751	0.723	0.989	0.943	0.810	1.028	0.922	0.931	0.928	0.833	0.977
QS 0.6	1.64E-02	0.927	0.819	0.854	0.768	0.725	0.706	0.704	0.717	0.943	0.904	0.817	1.028	0.907	0.904	0.908	0.797	0.958
QS 0.7	1.61E-02	0.881	0.718	0.832	0.699	0.699	0.652	0.676	0.693	0.847	0.863	0.830	1.014	0.824	0.863	0.852	0.751	0.883

А. В. Полбин, А. В. Шумилов

Окончание табл. 3

AR(1) AR(1)-OLS		Полный набор предикторов								Короткий набор предикторов							
		QR	QR-AVG	PQR	RIDGE	LASSO	EN	HSBQR	OLS	QR	QR-AVG	PQR	RIDGE	LASSO	EN	HSBQR	OLS
QS 0.8	1.24E-02	0.912	0.867	0.855	0.761	0.860	0.858	0.859	0.807	0.833	0.863	1.002	0.864	0.863	0.864	0.892	0.923
QS 0.9	6.80E-03	1.140	1.325	0.908	0.975	1.346	1.357	0.979	1.173	0.959	0.997	1.053	1.009	0.997	1.006	1.333	1.039
CRPS-C	5.46E-03	0.884	0.916	0.857	0.861	0.785	0.776	0.773	0.771	0.935	0.960	0.846	1.062	0.918	0.937	0.940	0.956
CRPS-L	8.71E-03	0.865	1.099	0.863	0.941	0.814	0.791	0.796	0.852	0.945	1.100	0.868	1.109	0.949	1.005	1.009	1.035
CRPS-R	8.04E-03	0.931	0.903	0.859	0.819	0.857	0.844	0.793	0.809	0.910	0.916	0.856	1.034	0.903	0.912	0.912	0.951
CRPS	2.77E-02	0.892	0.970	0.859	0.874	0.815	0.800	0.786	0.808	0.931	0.991	0.856	1.069	0.923	0.951	0.954	0.963
RMSE	4.61E-02	0.890	0.788	0.895	0.885	0.829	0.793	0.793	0.773	0.893	0.957	0.900	1.027	0.935	0.945	0.898	0.945
3 квартала вперед																	
QS 0.1	6.16E-03	1.210	2.037	1.080	1.920	1.357	1.149	1.149	0.931	1.434	2.526	1.054	1.440	1.208	1.149	1.149	2.431
QS 0.2	1.41E-02	0.851	0.822	0.862	0.974	1.068	0.841	0.831	0.936	0.871	1.127	0.926	1.130	1.137	1.138	1.136	0.874
QS 0.3	1.76E-02	0.776	1.007	0.829	0.936	0.797	0.708	0.709	0.757	0.767	0.943	0.855	1.058	0.932	0.931	0.931	1.041
QS 0.4	1.83E-02	0.788	0.858	0.840	0.941	0.750	0.712	0.713	0.723	0.804	0.895	0.850	1.064	0.906	0.931	0.932	0.977
QS 0.5	1.89E-02	0.798	0.695	0.799	0.802	0.712	0.700	0.677	0.683	0.796	0.835	0.850	1.122	0.830	0.831	0.831	0.894
QS 0.6	1.90E-02	0.820	0.637	0.790	0.645	0.636	0.631	0.635	0.644	0.801	0.771	0.849	1.103	0.774	0.768	0.769	0.830
QS 0.7	1.77E-02	0.813	0.545	0.771	0.639	0.538	0.554	0.554	0.642	0.780	0.725	0.794	1.101	0.712	0.710	0.711	0.826
QS 0.8	1.17E-02	1.021	0.807	0.863	0.819	0.819	0.800	0.801	0.848	0.955	0.866	0.897	1.009	0.867	0.865	0.866	1.069
QS 0.9	7.20E-03	1.152	1.270	0.897	0.837	1.202	1.243	1.229	1.005	0.902	1.010	0.898	1.085	0.969	0.918	0.957	1.166
CRPS-C	5.87E-03	0.837	0.796	0.823	0.834	0.756	0.713	0.708	0.755	0.826	0.901	0.858	1.095	0.871	0.871	0.872	0.991
CRPS-L	8.69E-03	0.862	0.984	0.862	1.019	0.890	0.784	0.780	0.921	0.891	1.143	0.893	1.137	0.976	0.972	0.972	1.216
CRPS-R	8.60E-03	0.902	0.789	0.824	0.767	0.767	0.756	0.759	0.842	0.842	0.848	0.855	1.080	0.837	0.829	0.835	0.963
CRPS	2.90E-02	0.864	0.850	0.835	0.869	0.800	0.748	0.744	0.806	0.850	0.957	0.868	1.103	0.892	0.889	0.891	1.050
RMSE	5.22E-02	0.792	0.712	0.829	0.826	0.710	0.695	0.686	0.678	0.786	0.807	0.833	1.101	0.804	0.804	0.804	0.871
4 квартала вперед																	
QS 0.1	6.81E-03	1.044	3.704	1.081	1.470	1.125	1.050	1.050	1.728	1.635	2.917	1.218	1.489	1.037	1.050	1.050	1.986
QS 0.2	1.19E-02	0.974	1.621	0.999	1.198	1.391	1.309	1.342	1.173	1.286	1.661	1.108	1.363	1.286	1.301	1.299	1.106
QS 0.3	1.45E-02	0.921	1.329	1.004	1.188	1.113	1.000	0.998	0.990	1.187	1.208	1.071	1.155	1.222	1.203	1.201	1.326
QS 0.4	1.80E-02	0.792	1.018	0.889	0.979	0.860	1.018	1.016	0.795	0.989	1.093	0.965	1.037	1.093	1.087	1.092	0.886
QS 0.5	1.87E-02	0.798	0.867	0.861	0.885	0.857	0.875	0.875	0.727	0.932	1.057	0.960	0.990	0.971	1.043	1.046	0.910
QS 0.6	1.82E-02	0.846	0.733	0.891	0.784	0.597	0.629	0.628	0.685	0.885	0.958	0.964	0.986	0.953	0.954	0.954	0.996
QS 0.7	1.80E-02	0.784	0.598	0.779	0.694	0.496	0.518	0.556	0.603	0.778	0.883	0.869	0.901	0.877	0.876	0.875	0.967
QS 0.8	1.16E-02	1.006	0.761	0.894	0.927	0.589	0.643	0.606	0.767	0.992	1.180	0.974	1.045	1.177	1.174	1.176	1.293
QS 0.9	6.60E-03	1.190	1.091	1.003	1.084	0.848	1.004	0.997	1.017	1.130	1.342	1.073	1.050	1.345	1.343	1.343	1.427
CRPS-C	5.59E-03	0.862	1.009	0.898	0.937	0.816	0.841	0.846	0.813	0.994	1.145	0.983	1.050	1.055	1.066	1.067	1.112
CRPS-L	8.11E-03	0.902	1.547	0.956	1.099	1.020	1.004	1.011	1.027	1.163	1.487	1.049	1.181	1.115	1.125	1.125	1.322
CRPS-R	8.34E-03	0.906	0.834	0.883	0.882	0.689	0.742	0.742	0.762	0.947	1.083	0.965	1.003	1.062	1.069	1.070	1.089
CRPS	2.76E-02	0.887	1.114	0.910	0.968	0.838	0.859	0.863	0.860	1.029	1.226	0.997	1.074	1.075	1.084	1.085	1.166
RMSE	4.77E-02	0.832	0.883	0.906	0.907	0.874	0.884	0.884	0.768	0.973	1.202	1.011	0.966	0.962	1.193	1.195	1.031

прогнозирования распределения экспорта в целом, стандартная квантильная модель QR-S и идущая следом OLS-S, имеют примерно одинаковую прогностическую силу, однако левый хвост распределения чуть лучше прогнозирует модель OLS-S, центр и правый хвост — квантильная модель QR-S. При прогнозировании квантильные модели с предикторами оказываются способными превзойти по интегральной метрике CRPS МНК-модели и эталон AR(1) только на горизонте четырех кварталов, где лидирует QR-AVG-F.

Если обратиться к результатам для *импорта*, то для наукастинга модель OLS с коротким набором предикторов является наилучшей по всем интегральным метрикам качества. Здесь квантильные модели с предикторами превосходят бенчмарк AR(1) и его МНК-аналог, но сжатие параметров, как правило, не улучшает точность наукастов относительно модели QR-F или QR-S. При прогнозировании на 1, 3 и 4 квартала вперед квантильная модель со сжатием параметров занимает первое место по качеству прогнозирования распределения импорта в целом (в частности, на горизонте 4 квартала модель LASSO-F лидирует по всем интегральным метрикам качества). На горизонте 2 квартала ни одна из квантильных моделей не способна превзойти (по CRPS) МНК-аналог бенчмарка AR(1)-OLS.

Что касается дополнительного вопроса исследования о качестве точечных (медианных) прогнозов рассмотренных моделей, то лидером по метрикам RMSE и MAE в экспериментах с ВВП чаще всего оказывается байесовская модель HSBQR с длинным или коротким набором предикторов, а для других зависимых переменных лучшая модель может меняться от горизонта к горизонту. Лучшие по CRPS модели одновременно дают наилучшие точечные прогнозы для менее чем половины комбинаций «макропоказатель–горизонт» (хотя в остальных случаях обычно немного уступают лучшей по RMSE или MAE модели), т. е. лидерство по качеству вероятностного прогнозирования отнюдь не гарантирует лидерства по качеству точечного прогнозирования.

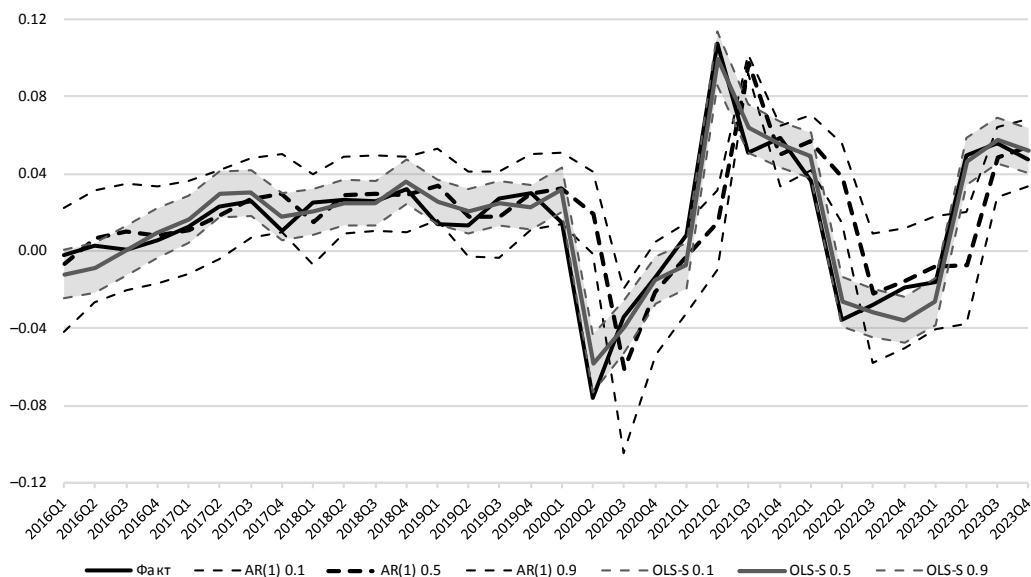


Рис. 1. Фактический ВВП и вероятностные наукасты лучшей (OLS-S) и худшей (AR(1)) моделей по метрике CRPS

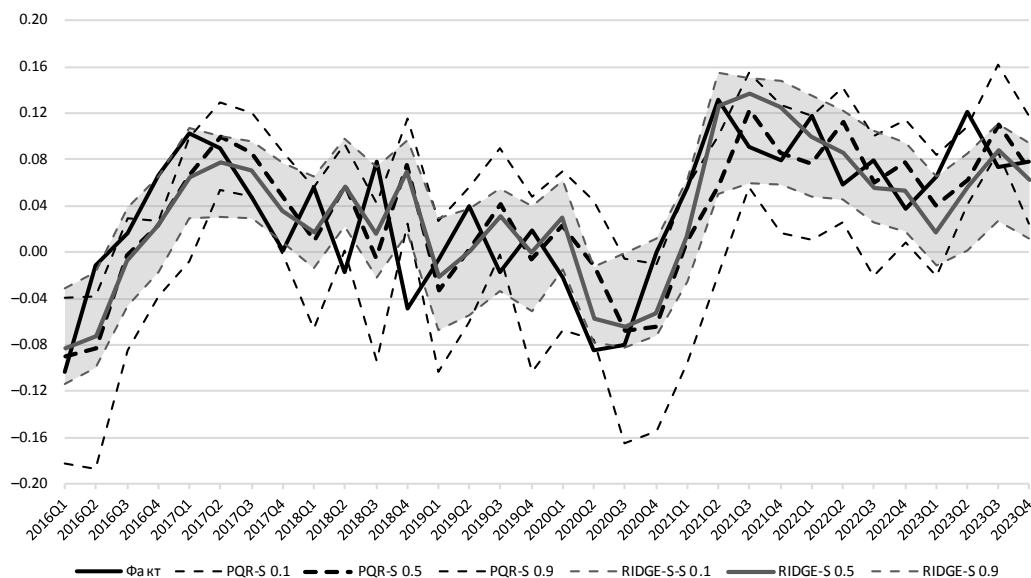


Рис. 2. Фактическое валовое накопление основного капитала и вероятностные наукасты лучшей (RISGE-S) и худшей (PQR-S) моделей по метрике CRPS

В качестве наглядной иллюстрации к проведенным экспериментам по изучению предсказательных свойств используемых моделей на рис. 1 и 2 показаны графики фактических значений ВВП и валового накопления основного капитала соответственно в сравнении с графиками квантильных наукастов (10, 50 и 90%) для лучшей и худшей по CRPS моделей. Как видно из рис. 1, по качеству точечных наукастов ВВП лучшая по CRPS модель OLS-S явно превосходит худшую модель AR(1). Разница в качестве особенно заметна во время резких скачков ВВП, реплицируемых авторегрессионной моделью с запаздыванием в один квартал. Кроме того, видно, что интервал между квантилями 10 и 90% модели OLS-S (выделен серым фоном) значительно уже соответствующего интервала модели AR(1), и фактические значения ВВП чаще попадают в первый интервал, чем во второй. Тем самым визуально подтверждается, что модель OLS-S превосходит AR(1) по интегральной метрике CRPS. На рисунке 2 масштаб различий между лучшей (RISGE-S) и худшей (PQR-S) по CRPS моделью несколько снижается, однако и здесь можно сделать аналогичные выводы о превосходстве RISGE-S над PQR-S в качестве точечного и интервального наукастинга валового накопления основного капитала.

Сводный список моделей-лидеров по интегральным статистикам CRPS и метрикам QS 10% квантиля (рост под риском), QS 50% (MAE) и RMSE для всех рассмотренных макропеременных представлен в табл. 4.

Из результатов проведенного анализа следует, что в задачах наукастинга макроэкономических показателей квантильные модели с предикторами целесообразно применять при построении вероятностных наукастов валового накопления капитала и потребления домохозяйств. Для этих переменных лидирующие позиции занимают модели с коротким набором предикторов с регуляризацией RIDGE и LASSO соответственно. Для ВВП и импорта модель OLS-S, как правило, оказывается наилучшей по интегральным метрикам качества (при этом по сравнению с ней квантильные модели дают некоторое улучшение на отдельных

Таблица 4. Лучшие модели по качеству наукастинга и прогнозирования ВВП и элементов его использования

Метрика	ВВП	Потребление д/х	Инвестиции	Экспорт	Импорт
<i>Наукаст</i>					
QS 0.1	OLS-S	LASSO-S	RIDGE-S	OLS-S	OLS-S
CRPS-C	OLS-S / QR-S	LASSO-S / EN-S	RIDGE-S	QR-S / OLS-S	OLS-S
CRPS-L	QR-S / OLS-S	LASSO-S / EN-S	RIDGE-S	OLS-S	OLS-S
CRPS-R	OLS-S	OLS-S	RIDGE-F / RIDGE-S	QR-S	OLS-S
CRPS	OLS-S	LASSO-S / EN-S	RIDGE-S	QR-S / OLS-S	OLS-S
RMSE	HSBQR-S	HSBQR-S / OLS-S	RIDGE-S / OLS-S	OLS-S	OLS-S
QS 0.5 (MAE)	HSBQR-S	RIDGE-S / EN-S	RIDGE-S / OLS-S	OLS-S / QR-S	OLS-S
<i>h = 1</i>					
QS 0.1	PQR-S	OLS-S	RIDGE-S	QR-S	OLS-S
CRPS-C	RIDGE-F / HSBQR-S	HSBQR-F	QR-AVG-S	OLS-S	RIDGE-S
CRPS-L	RIDGE-F	HSBQR-F	RIDGE-S / HSBQR-S	OLS-S / QR-S	OLS-S
CRPS-R	HSBQR-S	HSBQR-F	QR-AVG-S	OLS-S	PQR-S
CRPS	RIDGE-F	HSBQR-F	QR-AVG-S	OLS-S	RIDGE-S
RMSE	QR-F	HSBQR-F / PQR-S	OLS-S	OLS-S	RIDGE-S
QS 0.5 (MAE)	HSBQR-S	HSBQR-F	OLS-S / QR-AVG-S	OLS-S	RIDGE-S
<i>h = 2</i>					
QS 0.1	LASSO-F / EN-F	OLS-S	OLS-S	OLS-S	EN-S
CRPS-C	HSBQR-F / EN-F	HSBQR-F	QR-AVG-S	QR-S / OLS-S	AR(1)-OLS
CRPS-L	LASSO-F / EN-F	OLS-S	QR-AVG-S	OLS-S	AR(1)-OLS / OLS-S
CRPS-R	EN-F	LASSO-F	QR-AVG-S	HSBQR-S	PQR-F
CRPS	EN-F	HSBQR-F	QR-AVG-S	OLS-S / QR-S	AR(1)-OLS
RMSE	HSBQR-F	HSBQR-F	RIDGE-S	HSBQR-S / QR-S	HSBQR-F
QS 0.5 (MAE)	HSBQR-F	HSBQR-F	QR-AVG-S	QR-S / LASSO-S	PQR-F
<i>h = 3</i>					
QS 0.1	AR(1)	LASSO-F / EN-F	LASSO-S	AR(1)-OLS	LASSO-F / EN-F
CRPS-C	EN-F / LASSO-F	LASSO-F	OLS-S	AR(1)-OLS	LASSO-F / EN-F
CRPS-L	EN-F / LASSO-F	OLS-S	RIDGE-S	AR(1)-OLS	AR(1)-OLS
CRPS-R	EN-F / LASSO-F	RIDGE-F	OLS-S	HSBQR-S	HSBQR-F
CRPS	EN-F / LASSO-F	LASSO-F	OLS-S	AR(1)-OLS	LASSO-F / EN-F
RMSE	HSBQR-F	OLS-S	RIDGE-S	PQR-F / HSBQR-S	HSBQR-F
QS 0.5 (MAE)	EN-F	EN-F / LASSO-F	RIDGE-S	AR(1)-OLS / HSBQR-S	HSBQR-F
<i>h = 4</i>					
QS 0.1	AR(1)	LASSO-F / EN-F	QR-AVG-S	OLS-S	LASSO-F
CRPS-C	HSBQR-F / RIDGE-F	LASSO-F	QR-AVG-S	QR-AVG-F / PQR-F	LASSO-F
CRPS-L	AR(1)-OLS	LASSO-F	QR-AVG-S	OLS-S	LASSO-F
CRPS-R	RIDGE-F	LASSO-F	QR-AVG-S	PQR-F / HSBQR-S	LASSO-F
CRPS	RIDGE-F	LASSO-F	QR-AVG-S	QR-AVG-F	LASSO-F
RMSE	HSBQR-F	QR-F	QR-AVG-S	PQR-F	LASSO-F
QS 0.5 (MAE)	HSBQR-F	LASSO-F / EN-F	QR-AVG-S	QR-AVG-F	LASSO-F

Примечание. Через / приведена занимающая второе место модель, если отрыв лидера от нее по соответствующей метрике не превышает 1%.

квантилях). Для экспорта результаты смешанные: левый хвост распределения чуть лучше прогнозирует модель OLS-S, центр и правый хвост — квантильная модель QR-S.

При прогнозировании резко растет число случаев, когда квантильные модели начинают занимать лидирующие позиции. Для потребления домохозяйств и ВВП модели со сжатием параметров дают наилучшие прогнозы распределения макропеременной в целом на всех рассматриваемых горизонтах от одного до четырех кварталов. В частности, байесовская модель HSBQR и модель с регуляризацией LASSO являются лидерами по всем интегральным статистикам качества прогнозирования потребления домохозяйств на горизонтах 1 и 4 квартала соответственно, а модель EN лидирует по всем интегральным метрикам при прогнозировании ВВП на 2 квартала вперед. Для валового накопления капитала и импорта квантильные модели оказываются лучшими на трех горизонтах прогнозирования из четырех (причем на горизонте 4 квартала модели усреднения квантильных прогнозов QR-AVG и регуляризации LASSO лидируют по всем интегральным метрикам качества прогнозирования инвестиций и импорта соответственно). Лишь в случае экспорта квантильные модели с предикторами превосходят МНК-модели и эталон AR(1) только на одном из четырех горизонтов прогнозирования.

Отметим также, что среди квантильных моделей только модель частичной квантильной регрессии PQR ни в одном случае не дает лучший прогноз распределения макропеременной в целом. Из остальных нельзя выделить модель, которая давала бы наилучший вероятностный прогноз намного чаще других.

5. Заключение

Квантильные регрессии являются удобным инструментом вероятностного оценивания и прогнозирования макроэкономических переменных. В данной работе было протестировано качество наукастов и прогнозов российского ВВП и его основных компонентов (потребления домохозяйств, валового накопления основного капитала, экспорта и импорта) с помощью модели стандартной квантильной регрессии и большого числа ее «сжимающих» модификаций — усреднения квантильных прогнозов для отдельно взятых регрессоров, частичной квантильной регрессии, квантильных регрессий с регуляризацией и байесовской квантильной регрессии. По предсказательным свойствам указанные модели сопоставлялись с квантильной авторегрессией и МНК-моделями. Показано, что в случае наукастинга для валового накопления капитала и потребления домохозяйств по метрике качества CRPS лидируют сжимающие квантильные модели, для других переменных — модель МНК или стандартная квантильная регрессия. При краткосрочном прогнозировании (1–4 квартала вперед) всех макропоказателей, кроме экспорта, сжимающие модели превосходят бенчмарки на большинстве рассмотренных горизонтов. Поскольку среди моделей со сжатием параметров нельзя выделить явного лидера прогнозирования макроэкономических переменных, в вероятностных приложениях следует использовать сразу несколько сжимающих модификаций квантильной модели.

В дальнейших исследованиях в области вероятностного наукастинга и краткосрочного прогнозирования российских макропоказателей было бы интересно проверить предсказательные свойства моделей со смешанной частотностью данных, позволяющих рассмотреть изменения наукастов и прогнозов по мере поступления новой информации в течение квартала.

Благодарности. Данная статья подготовлена в рамках государственного задания РАНХиГС.

Список литературы

- Гареев М. Ю., Полбин А. В. (2022). Наукастинг: оценка изменения ключевых макроэкономических показателей с использованием методов машинного обучения. *Вопросы экономики*, 8, 133–157. DOI: 10.32609/0042-8736-2022-8-133-157.
- Демешев Б., Малаховская О. (2016). Макроэкономическое прогнозирование с помощью BVAR Литтермана. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 20 (4), 691–710.
- Казакова М., Фокин Н. (2024). Тестирование прогнозных свойств различных подходов к интервальному прогнозированию (на примере инфляции в России). *Вопросы статистики*, 31 (5), 23–40. DOI: 10.34023/2313-6383-2024-31-5-23-40.
- Макеева Н. М., Станкевич И. П. (2022). Наукастинг элементов использования ВВП России. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 26 (4), 598–622. DOI: 10.17323/1813-8691-2022-26-4-598-622.
- Полбин А., Фокин Н. (2020). Моделирование динамики импорта РФ с помощью модели коррекции ошибок. *Прикладная эконометрика*, 59, 88–112. DOI: 10.22394/1993-7601-2020-59-88-112.
- Поршаков А. С., Пономаренко А. А., Синяков А. А. (2016). Оценка и прогнозирование ВВП России с помощью динамической факторной модели. *Журнал Новой экономической ассоциации*, 2 (30), 60–76. DOI: 10.31737/2221-2264-2016-30-2-3.
- Станкевич И. П. (2020). Сравнение методов наукастинга макроэкономических индикаторов на примере российского ВВП. *Прикладная эконометрика*, 59, 113–127. DOI: 10.22394/1993-7601-2020-59-113-127.
- Станкевич И. П. (2023). Применение MIDAS-моделей с марковским переключением для наукастинга ВВП и его компонентов. *Прикладная эконометрика*, 70, 122–143. DOI: 10.22394/1993-7601-2023-70-122-143.
- Adrian T., Boyarchenko N., Giannone D. (2019). Vulnerable growth. *American Economic Review*, 109 (4), 1263–1289. DOI: 10.1257/aer.20161923.
- Adrian T., Grinberg F., Liang N., Malik S., Yu J. (2018). The term structure of growth-at-risk. *IMF Working Paper*, 18/180.
- Brownlees C., Souza A. B. M. (2021). Backtesting global growth-at-risk. *Journal of Monetary Economics*, 118, 312–330. DOI: 10.1016/j.jmoneco.2020.11.003.
- Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. (2022a). Specification choices in quantile regression for empirical macroeconomics. *Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper*, 22–25.
- Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. (2022b). Nowcasting tail risk to economic activity at a weekly frequency. *Journal of Applied Econometrics*, 37 (5), 843–866. DOI: 10.1002/jae.2903.
- Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. (2024). Capturing macro-economic tail risks with Bayesian vector autoregressions. *Journal of Money, Credit and Banking*, 56 (5), 1099–1127. DOI: 10.1111/jmcb.13121.
- Carvalho C. M., Polson N. G., Scott J. G. (2010). The horseshoe estimator for sparse signals. *Biometrika*, 97 (2), 465–480. DOI: 10.1093/biomet/asq017.
- Clark T. E., Huber F., Koop G., Marcellino M., Pfarrhofer M. (2024). Investigating growth-at-risk using a multicountry nonparametric quantile factor model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 42 (4), 1302–1317. DOI: 10.1080/07350015.2024.2310020.
- Giacomini R., Komunjer I. (2005). Evaluation and combination of conditional quantile forecasts. *Journal of Business & Economic Statistics*, 23 (4), 416–431. DOI: 10.1198/073500105000000018.

- Giglio S., Kelly B., Pruitt S. (2016). Systemic risk and the macroeconomy: An empirical evaluation. *Journal of Financial Economics*, 119 (3), 457–471. DOI: 10.1016/j.jfineco.2016.01.010.
- Gneiting T., Raftery A. E. (2007). Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 102 (477), 359–378. DOI: 10.1198/016214506000001437.
- Gneiting T., Ranjan R. (2011). Comparing density forecasts using threshold- and quantile-weighted scoring rules. *Journal of Business & Economic Statistics*, 29 (3), 411–422. DOI: 10.1198/jbes.2010.08110.
- Koenker R., Bassett G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46 (1), 33–50. DOI: 10.2307/1913643.
- Kohns D., Szendrei T. (2024). Horseshoe prior Bayesian quantile regression. *Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics*, 73 (1), 193–220. DOI: 10.1093/jrssc/qlad091.
- Kozumi H., Kobayashi G. (2011). Gibbs sampling methods for Bayesian quantile regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 81 (11), 1565–1578. DOI: 10.1080/00949655.2010.496117.
- Mitchell J., Poon A., Mazzi G. L. (2022). Nowcasting Euro area GDP growth using Bayesian quantile regression. In: *Essays in Honor of M. Hashem Pesaran: Prediction and Macro Modeling*, 51–72. Emerald Publishing Limited. DOI: 10.1108/S0731-90532021000043A004.
- Tibshirani R. (1996). Regression shrinkage and selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 58 (1), 267–288. DOI: 10.1111/j.2517-6161.1996.tb02080.x.
- Zou H., Hastie T. (2005). Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 67 (2), 301–320. DOI: 10.1111/j.1467-9868.2005.00503.x.

Поступила в редакцию 20.12.2024
принята в печать 27.03.2025.

Polbin A. V., Shumilov A. V. Nowcasting and forecasting Russian GDP and its components using quantile models. *Applied Econometrics*, 2025, v. 79, pp. 5–26.

DOI: 10.22394/1993-7601-2025-79-5-26.

Andrey Polbin

Bank of Russia; Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration;
Gaidar Institute, Moscow; Russian Federation;
apolbin@gmail.com

Andrei Shumilov

Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Moscow;
Russian Federation;
ashum1@mail.ru

Nowcasting and forecasting Russian GDP and its components using quantile models

The paper examines the quality of probabilistic nowcasts and short-term forecasts of the Russian GDP and its components in constant prices (consumption, investment, exports and imports) based on the standard quantile regression model and its shrinkage modifications, aimed at reducing the risk of overfitting

(averages of quantile forecasts, partial quantile regression, regressions with regularization, Bayesian quantile regression). We find that quantile models with predictors are superior to autoregressive and OLS models in terms of CRPS (Continuous Ranked Probability Score) metrics in nowcasting exercises for investment and consumption. When forecasting 1–4 quarters ahead, shrinkage models yield the most accurate forecasts of GDP and consumption distributions at all horizons. For investment and imports, shrinkage methods turn out to be the best performers at three forecast horizons out of four. There is no single shrinkage model, which would provide the best probabilistic forecasts of macroeconomic variables much more often than others.

Keywords: macroeconomic forecasting; nowcasting; probabilistic forecast; quantile regressions; shrinkage; Bayesian methods; Russia.

JEL classification: C22; C53; E17; E27; F17.

References

- Gareev M. Y., Polbin A. V. (2022). Nowcasting Russia's key macroeconomic variables using machine learning. *Voprosy Ekonomiki*, 8, 133–157 (in Russian). DOI: 10.32609/0042-8736-2022-8-133-157.
- Demeshev B., Malakhovskaya O. (2016). Macroeconomic forecasting with a Litterman's BVAR model. *HSE Economic Journal*, 20 (4), 691–710 (in Russian).
- Kazakova M., Fokin N. (2024). Testing forecasting properties of different approaches to interval forecasting (using the example of inflation in Russia). *Voprosy Statistiki*, 31 (5), 23–40 (in Russian). DOI: 10.34023/2313-6383-2024-31-5-23-40.
- Makeeva N., Stankevich I. (2022). Nowcasting of the components of Russian GDP. *HSE Economic Journal*, 26 (4), 598–622 (in Russian). DOI: 10.17323/1813-8691-2022-26-4-598-622.
- Polbin A., Fokin N. (2020). Modeling the dynamics of import in the Russian Federation using the error correction model. *Applied Econometrics*, 59, 88–112 (in Russian). DOI: 10.22394/1993-7601-2020-59-88-112.
- Porshakov A., Ponomarenko A., Sinyakov A. (2016). Nowcasting and short-term forecasting of Russian GDP with a dynamic factor model. *Journal of the New Economic Association*, 2 (30), 60–76 (in Russian). DOI: 10.31737/2221-2264-2016-30-2-3.
- Stankevich I. (2020). Comparison of macroeconomic indicators nowcasting methods: Russian GDP case. *Applied Econometrics*, 59, 113–127 (in Russian). DOI: 10.22394/1993-7601-2020-59-113-127.
- Stankevich I. (2023). Application of Markov-Switching MIDAS models to nowcasting of GDP and its components. *Applied Econometrics*, 70, 122–143 (in Russian). DOI: 10.22394/1993-7601-2023-70-122-143.
- Adrian T., Boyarchenko N., Giannone D. (2019). Vulnerable growth. *American Economic Review*, 109 (4), 1263–1289. DOI: 10.1257/aer.20161923.
- Adrian T., Grinberg F., Liang N., Malik S., Yu J. (2018). The term structure of growth-at-risk. *IMF Working Paper*, 18/180.
- Brownlees C., Souza A. B. M. (2021). Backtesting global growth-at-risk. *Journal of Monetary Economics*, 118, 312–330. DOI: 10.1016/j.jmoneco.2020.11.003.
- Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. (2022a). Specification choices in quantile regression for empirical macroeconomics. *Federal Reserve Bank of Cleveland Working Paper*, 22–25.
- Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. (2022b). Nowcasting tail risk to economic activity at a weekly frequency. *Journal of Applied Econometrics*, 37 (5), 843–866. DOI: 10.1002/jae.2903.

- Carriero A., Clark T. E., Marcellino M. (2024). Capturing macro-economic tail risks with Bayesian vector autoregressions. *Journal of Money, Credit and Banking*, 56 (5), 1099–1127. DOI: 10.1111/jmcb.13121.
- Carvalho C. M., Polson N. G., Scott J. G. (2010). The horseshoe estimator for sparse signals. *Biometrika*, 97 (2), 465–480. DOI: 10.1093/biomet/asq017.
- Clark T. E., Huber F., Koop G., Marcellino M., Pfarrhofer M. (2024). Investigating growth-at-risk using a multicountry nonparametric quantile factor model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 42 (4), 1302–1317. DOI: 10.1080/07350015.2024.2310020.
- Giacomini R., Komunjer I. (2005). Evaluation and combination of conditional quantile forecasts. *Journal of Business & Economic Statistics*, 23 (4), 416–431. DOI: 10.1198/073500105000000018.
- Giglio S., Kelly B., Pruitt S. (2016). Systemic risk and the macroeconomy: An empirical evaluation. *Journal of Financial Economics*, 119 (3), 457–471. DOI: 10.1016/j.jfineco.2016.01.010.
- Gneiting T., Raftery A. E. (2007). Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 102 (477), 359–378. DOI: 10.1198/016214506000001437.
- Gneiting T., Ranjan R. (2011). Comparing density forecasts using threshold- and quantile-weighted scoring rules. *Journal of Business & Economic Statistics*, 29 (3), 411–422. DOI: 10.1198/jbes.2010.08110.
- Koenker R., Bassett G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46 (1), 33–50. DOI: 10.2307/1913643.
- Kohns D., Szendrei T. (2024). Horseshoe prior Bayesian quantile regression. *Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics*, 73 (1), 193–220. DOI: 10.1093/jrssc/qlad091.
- Kozumi H., Kobayashi G. (2011). Gibbs sampling methods for Bayesian quantile regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 81 (11), 1565–1578. DOI: 10.1080/00949655.2010.496117.
- Mitchell J., Poon A., Mazzi G. L. (2022). Nowcasting Euro area GDP growth using Bayesian quantile regression. In: *Essays in Honor of M. Hashem Pesaran: Prediction and Macro Modeling*, 51–72. Emerald Publishing Limited. DOI: 10.1108/S0731-90532021000043A004.
- Tibshirani R. (1996). Regression shrinkage and selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 58 (1), 267–288. DOI: 10.1111/j.2517-6161.1996.tb02080.x.
- Zou H., Hastie T. (2005). Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 67 (2), 301–320. DOI: 10.1111/j.1467-9868.2005.00503.x.

Received 20.12.2024; accepted 27.03.2025